

林元茂,李建,韩立.震后桥梁挠度测量方法的设计与实现[J].地震工程学报,2019,41(3):807-812.doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2019.03.807

LIN Yuanmao,LI Jian,HAN Li.Design and Implementation of a Method for Measuring Deflection of Post-earthquake Bridges [J].China Earthquake Engineering Journal,2019,41(3):807-812.doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2019.03.807

## 震后桥梁挠度测量方法的设计与实现

林元茂<sup>1</sup>,李建<sup>1</sup>,韩立<sup>2,3</sup>

(1. 重庆工程职业技术学院, 重庆 江津 402260; 2. 成都理工大学生态资源与景观研究所, 四川 成都 610059;  
3. 成都理工大学国家环境保护水土污染协同控制与联合修复重点实验室, 四川 成都 610059)

**摘要:**对震后桥梁稳定性与安全性检测过程中,挠度是一项重要检测指标,但是测量这一参数较为复杂,干扰较多,结果存在较大问题。设计一种震后桥梁挠度测量方法。根据实际桥梁设置相关参数,采用共轭梁法计算震后桥梁固定点的初始挠度,结合震后桥梁挠度曲线函数,获得欲求解的桥梁截面挠度值;修正桥梁截面挠度值时,将监测点高程差同基准点高程差间的差值问题替代挠度偏差问题,分析倾斜传感器获取维护点倾斜传感器的理论值和基准点倾斜传感器的理论值,确定挠度偏差,修正震后桥梁挠度测量值。通过简支梁与连续梁实验,验证测量震后桥梁挠度时,具有更高测量精度。

**关键词:**倾斜传感器;震后;桥梁挠度;测量;共轭梁法;修正

**中图分类号:** TU446

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1000-0844(2019)03-0807-06

**DOI:** 10.3969/j.issn.1000-0844.2019.03.807

## Design and Implementation of a Method for Measuring Deflection of Post-earthquake Bridges

LIN Yuanmao<sup>1</sup>, LI Jian<sup>1</sup>, HAN Li<sup>2,3</sup>

(1.1.Chongqing Vocational Institute of Engineering, Chongqing 402260, China;

2.Ecological Resources and Landscape Research Institute, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, Sichuan, China;

3.State Environmental Protection Key Laboratory of Synergetic Control and Joint Remediation of Soil and Water Pollution, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, Sichuan, China)

**Abstract:** Deflection is an important index for determining bridge stability and safety after an earthquake, but the measurement of bridge deflection is complex and suffers a lot of interference, so the obtained results are problematic. In this study, we designed a method for measuring bridge deflection after an earthquake. Based on the relevant parameters of an actual bridge, we used the conjugate beam method to calculate the initial deflection of a fixed point on a bridge after earthquake. Combined with the deflection curve function of the post-earthquake bridge, we can determine the deflection of the bridge section. To determine the deflection error of a post-earthquake

**收稿日期:** 2018-11-28

**基金项目:** 国家自然科学基金项目(41501060)

**第一作者简介:** 林元茂(1986-),女,四川富顺人,实验师/工程师,研究方向:工程测量实训教学与实践。

E-mail: yuanmao601520@163.com。

bridge and correct the measured bridge deflection, we replaced the deflection error problem with the difference between the elevations of the monitored and reference points. Experiments involving simply supported and continuous girders verified the accuracy of the proposed method for measuring the deflection of a bridge post-earthquake.

**Keywords:** tilt sensor; post-earthquake; bridge deflection; measurement; conjugate beam method; correction

## 0 引言

对震后桥梁稳定性与安全性检测过程中,挠度是一项重要的检测指标<sup>[1]</sup>。桥梁挠度的含义是:受自重与外部荷载冲击影响,桥梁某截面的形心在垂直于轴线方向上出现纵向位移的大小,桥梁挠度能够直观反映桥梁整体竖向刚度,关乎建筑安全<sup>[2]</sup>。近些年来我国地震灾害频发,导致大量桥梁结构受损,严重威胁桥梁的稳定性与人们的生命财产安全,因此测量震后桥梁挠度,对于准确掌握桥梁使用寿命具有重要意义。

相关研究人员测量震后桥梁挠度时,主要采用桥梁动态挠度图像识别法、三维激光扫描法、观测台阵实时监测法等<sup>[3-4]</sup>。其中,桥梁动态挠度图像识别法是通过传感器采集桥梁目标截面不同时间点的图像,采用计算机处理分析获取的图像得到震后桥梁挠度变化情况;三维激光扫描法根据桥梁地面点云特征,通过拟合运算及重心运算得到不同地震荷载条件下桥梁挠度变化;观测台阵实时监测法通过构建桥梁观测台阵,利用传感器与分析系统实时采集、传输、分析、评估桥梁挠度变化。这些方法都只是单纯根据当前传感器获取的信息测量震后桥梁挠度,忽略了震后桥梁挠度信息的复杂性和误差,导致桥梁挠度测量结果精度较低。

倾斜传感器作为当前测量桥梁挠度及线形的主要工具,具有长时间无间断监测、测量精度高、范围广、性价比高等优势<sup>[5]</sup>。本文通过倾斜传感器对震后桥梁挠度测量方法进行设计与改进,提升震后桥梁挠度测量精度。

## 1 震后桥梁挠度自动测量方法的设计与实现

本文在设计震后桥梁挠度自动测量方法中,采用共轭梁法计算震后桥梁的挠度曲线函数和欲求解的桥梁截面挠度值;为避免倾斜传感器自身导致的桥梁挠度数据偏差问题,通过支持向量机回归模型确定挠度偏差,得到桥梁挠度修正值,提升震后桥梁挠度测量精度。

### 1.1 基于倾斜传感器的桥梁挠度初始信息获取

计算震后桥梁挠度时主要采用共轭梁法<sup>[6]</sup>,其本质为通过物理量间简单的相互关系,推导物理量间复杂的相关关系。在计算震后桥梁挠度时,需满足下式要求:

$$\begin{cases} EIy''(x) = N(x) \\ N''(x) = w(x) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $EIy''(x)$ 和 $N(x)$ 分别为桥梁结构挠度曲线方程的 $EI$ 倍时,对桥梁长度的二阶导数值和桥梁受荷载影响形成的弯矩; $N''(x)$ 和 $w(x)$ 分别为受荷载影响桥梁结构形成弯矩时,对桥梁长度的二阶导数值和荷载集度。式(1)内两个等式的相等性构建共轭梁方法。

根据实际震后桥梁,设一桥梁参数。实际桥梁参数满足以下要求:

- (1) 桥梁长度、 $x$ 轴方向及坐标原点位置一致;
- (2) 几何形状重合;

(3) 实际桥梁弯矩图同虚拟桥梁地震荷载集度分布图一致,使地震荷载集度为 $w(x)$ 的荷载作用下虚拟桥梁的弯矩响应等于 $N(x)$ 荷载影响下实际桥梁的位移响应,弯矩方程的计算结果与挠度方程完全一致。

以桥梁结构弯矩方程的计算替代实际桥梁挠度的计算,简化计算过程,降低计算量,提升计算效率<sup>[7]</sup>。在计算震后桥梁变形时,这种方法既能够高效的计算桥梁固定点的挠度,也能够获取桥梁整体结构的挠度曲线。

在计算震后桥梁变形时,还具有下述相等行:

$$\begin{cases} y'(x) = \gamma(x) \\ W'(x) = w(x) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $y'(x)$ 、 $\gamma(x)$ 和 $W'(x)$ 分别为桥梁挠度曲线方程对桥梁长度的一阶导数、其受荷载影响形成的转角函数方程、受荷载影响桥梁的剪力方程对桥梁长度的一阶导数值。

在共轭梁结构内,采用以相应实际桥梁受荷载影响后的转角作为荷载集度,共轭梁的剪力分布函

数与实际桥梁的挠度曲线方程一致<sup>[8]</sup>。通过求解虚拟桥梁的剪力方程,能够获取实际桥梁的挠度曲线方程。在荷载作用下,依照材料力学方法或叠加运算能够得到虚拟桥梁的转角曲线函数。通过式(3)计算共轭梁截面  $x$  处的剪力值:

$$W(x) = \int_0^x \gamma(x) dx \quad (3)$$

式中:  $\int_0^x \gamma(x) dx$  表示转角函数在  $[0, x]$  上的一次积分。在简支梁上布置倾斜传感器,传感器数量用  $n$  表示,详见图 1。

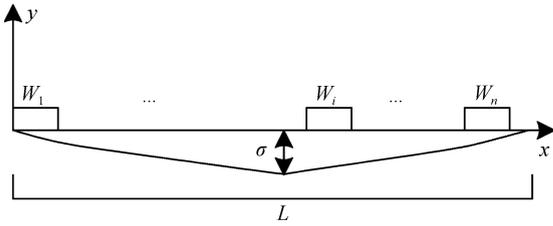


图 1 简支梁倾斜传感器设置图

Fig.1 Setting diagram of tilt sensors for simply supported beam

$\gamma_i (i = 1, 2, \dots, n)$  表示受地震荷载影响,倾斜传感器测得截面的倾斜角,  $\lambda(x)$  表示基于  $\gamma_i (i = 1, 2, \dots, n)$  采用不同拟合或逼近的方法能够获取近似的倾角曲线函数。在此基础上,采用积分计算震后桥梁的挠度曲线函数和欲求解的桥梁截面挠度值。

### 1.2 挠度的修正

倾斜传感器在维护或更新过后会出现桥梁挠度数据偏差的问题<sup>[9]</sup>,为了解决这个问题,需要对获取的挠度值进行修正:

$$\begin{aligned} \Delta g &= (h'_{i_0} - h'_{b_0}) - (h_{i_0} - h_{b_0}) = [(h'_{i_0} - h'_{b_0}) + g] - \\ & [(h_{i_0} - h_{b_0}) + g] = (h_i - h_b) - (h_i^* - h_b^*) = \\ & (h_i - h_i^*) - (h_b - h_b^*) = \Delta h_i - \Delta h_b \quad (4) \end{aligned}$$

式中:  $\Delta g$  和  $g$  分别表示挠度值偏差与修正后挠度实际值;  $h'_{i_0}$  和  $h'_{b_0}$  分别表示倾斜传感器维护后监测点和基准点初始状态实际值;  $h_i^*$  和  $h_b^*$  分别表示监测点与基准点的理论值,也就是相同挠度对应于维护前状态的倾斜传感器测量值;  $\Delta h_i$  和  $\Delta h_b$  分别表示监测点和基准点测量值同理论值间的差值。

式(4)以监测点高程差同基准点高程差间的差值问题替代挠度偏差问题,可忽略是否为初始状态、工况与温度雷同条件,因此该修正方法的自适应能力较强。

基于倾斜传感器间的相关性,通过相关的正常传感器数据,构建支持向量机回归模型计算监测

点、基准点的理论值<sup>[10]</sup>,最终确定挠度偏差。具体过程如下。

针对地震荷载,桥梁结构表现为一个形式丰富的响应系统,不同倾斜传感器获取的挠度数据均为系统的响应输出,因此各倾斜传感器获取的数据间具有相关性。通常针对数个运行状态良好,相关性较大的倾斜传感器实施分析<sup>[11]</sup>。相关传感器同维护传感器间具有相关性,用  $h_i = g(h_r)$  表示。由此可通过这种相关性获取维护传感器的理论值。在构建多输入单输出的支持向量回归模型时,将相关传感器测量挠度值  $h_r$  和维护传感器测量挠度值  $h_i$  分别作为输入和输出,将各自正常运行过程中的部分数据作为样本。

给定训练集:

$$K = \{(h_{r1}, h_{i1}), \dots, (h_{rm}, h_{im})\} \in (E^n \times K)^l \quad (5)$$

式中:  $h_{rm}$  表示相关传感器正常运行过程中的数据样本,  $h_{im}$  表示维护传感器正常运行过程中的数据样本,且  $h_{rm} \in E^n, h_{im} \in K = E, m = 1, \dots, l$ 。通过空间  $E^n$  至 Hilbert 空间  $H$  的转换,能够以特征空间内的线性回归模型替代原非线性模型。其可表达为:

$$h_i = g(h_r) = \lambda \cdot \delta(h_r) + s \quad (6)$$

式中:  $\lambda$  和  $s$  均表示模型内需求解的参数。

针对给定的  $\epsilon > 0$ ,此线性函数需达到:

$$-\epsilon < h_{im} - (\lambda \cdot \delta(h_{rm}) + s) < \epsilon, m = 1, \dots, l \quad (7)$$

基于允许拟合误差,采用  $\xi = (\xi_1, \xi_1^*, \dots, \xi_l, \xi_l^*)$  和  $B$  表示的松弛变量和惩罚参数,以约束条件下最小化函数替代回归估计问题<sup>[12]</sup>。其可表达为:

$$\begin{aligned} \min_{\omega, b, \xi} & \frac{1}{2} \|\lambda\|^2 + B \sum_{m=1}^l (\xi_m + \xi_m^*), \\ \text{s.t.} & (\lambda \cdot \delta(h_{rm}) + s) - h_{im} \leq \epsilon + \xi_m, m = 1, \dots, l \\ & h_{im} - (\lambda \cdot \delta(h_{rm}) + s) \leq \epsilon + \xi_m^*, m = 1, \dots, l \\ & \xi_m \geq 0, \xi_m^* \geq 0, m = 1, \dots, l \end{aligned} \quad (8)$$

得到约束条件下最小化函数后,采用 Lagrange 函数,对原始问题的对偶问题实施计算,构建凸二次规划问题:

$$\begin{aligned} \min_{v \in R^{2l}} & \frac{1}{2} \sum_{m,n=1}^l (v_m^* - v_m)(v_n^* - v_n)(h_{rm} \cdot h_{rn}) + \\ & \epsilon \sum_{m=1}^l (v_m^* + v_m) - \sum_{m=1}^l h_{im}(v_m^* - v_m) \\ \text{s.t.} & \sum_{m=1}^l (v_m^* - v_m) = 0 \\ & 0 \leq v_m \leq B, 0 \leq v_m^* \leq B, m = 1, \dots, l \end{aligned} \quad (9)$$

式中:  $v$  表示 Lagrange 乘子向量<sup>[13]</sup>,  $v = (v_1, v_1^*, \dots, v_l, v_l^*)^T$ 。计算式(9)得到决策函数  $h_i = g(h_r) = \lambda \cdot \varphi(h_r) + s$ 。

获取决策函数后,采用  $h_r$  表示的维护后不在相同管道的正常相关传感器数据作为输入,通过支持向量机训练得到  $h_i^*$  表示的相应传感器维护后的理论值。维护倾斜传感器后,管道内液位值会产生偏差,造成基准点传感器测量数据发生改变,通过上述方法能够获取基准点传感器的理论值  $h_b^*$ 。

基于上述过程获取维护点倾斜传感器的理论值  $h_i^*$  和基准点倾斜传感器的理论值  $h_b^*$  后,采用式(4)即可获取桥梁挠度偏差,通过式(10)计算震后桥梁挠度修正值:

$$g' = \Delta g + g \quad (10)$$

## 2 实验测试与结果分析

实验为验证震后桥梁挠度测量方法的测量性能,分别进行简支梁实验验证、连续梁实验验证和不同方法测量性能对比实验,结果如下:

### 2.1 简支梁实验

简支梁实验中采用的是长度为 5.6 m 的长槽钢梁,采用倾斜传感器测量截面转角,同时采用本文设计的方法拟合桥梁挠度曲线,测量挠度值。将获得的结果与基于桥梁动态挠度图像识别的测量方法获取的结果相比较,验证方法的可行性及测量精度,结果如表 1 和图 2 所示。

表 1 简支梁挠度计算结果

Table 1 Calculation results of deflection of simply supported beam

	待测截面坐标/mm	210	1 340	2 800	4 280	5 470
本文方法	实际挠度测量值/mm	5.37	33.01	49.76	32.42	5.02
	拟合值/mm	5.62	32.93	49.58	32.54	5.1
	相对误差值/%	4.66	0.24	0.36	0.37	1.6
	拟合值/mm	5.77	33.38	50.29	32.87	4.73
基于桥梁动态挠度图像识别的测量方法	拟合值/mm	5.77	33.38	50.29	32.87	4.73
	相对误差值/%	7.45	1.12	1.07	1.39	5.78

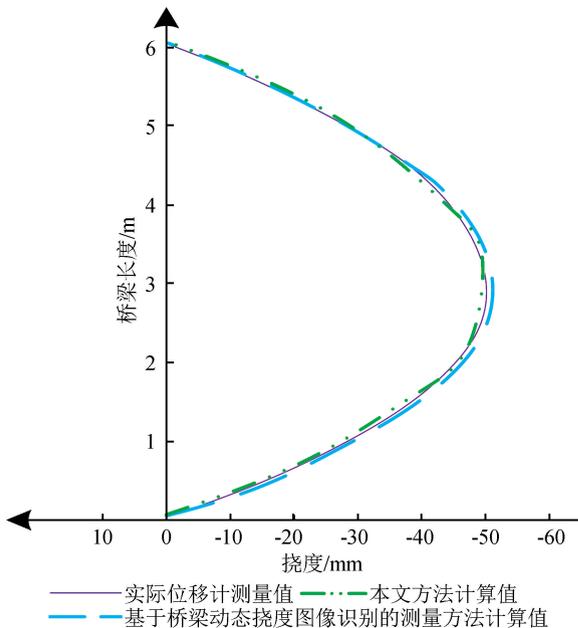


图 2 简支梁挠度曲线拟合结果

Fig.2 Fitting results of deflection curves of simply supported beam

由表 1 和图 2 可得,采用本文方法获取的简支梁挠度计算结果与基于桥梁动态挠度图像识别的测量方法获取的挠度计算结果相比相对误差更低,平均相对误差降低 1.916%;本文方法获取的简支梁挠度曲线拟合结果与实际位移计测量值更相近。实验

结果说明采用本文方法测量简支梁挠度的精度更高。

### 2.2 连续梁实验

实验中使用的简支梁跨中处设置活动铰支座,将其变为两跨连续梁,对比不同方法计算获取的截面挠度和挠度曲线拟合,结果如表 2 和图 3 所示。

分析表 2 和图 3 可得,采用本文方法获取的连续梁挠度计算结果与基于桥梁动态挠度图像识别的测量方法获取的挠度计算结果相比相对误差更低,平均相对误差降低 3.576%;且本文方法获取的连续梁挠度曲线拟合结果与实际位移计测量值更相近,说明本文方法测量连续梁挠度的精度更高。结合简支梁实验结果可知,采用本文方法测量简支梁与连续梁挠度均有较高的可行性与测量精度。

### 2.3 不同测量方法的对比

实验从测量精度、实用性、成本以及方法复杂度等方面对比不同挠度测量方法,以验证本文方法的优势性,结果如表 3 所列。

分析表 3 得到,本文方法相较于其他两种方法,在测量精度、实用性、成本及抗噪性能等方面具有突出优势,在测量复杂度、实时性稳定性和效率等方面也能够保证与其他方法持平,因此综合对比之下采用本文方法测量震后桥梁挠度时具有较强的性能优势。

表 2 连续梁挠度计算结果

Table 2 Calculation results of deflection of continuous beam

	位移计坐标/m	0.204	1.334	2.505	3.104	4.275
本文方法	实际挠度测量值/mm	1.22	5.34	0.44	0.58	5.37
	拟合值/mm	1.21	5.41	0.47	0.62	5.49
	相对误差值/%	0.82	1.31	6.82	6.9	2.24
	拟合值/mm	1.27	5.22	0.5	0.51	5.58
基于桥梁动态挠度图像识别的测量方法	拟合值/mm	1.27	5.22	0.5	0.51	5.58
	相对误差值/%	4.1	2.25	13.64	12.07	3.91

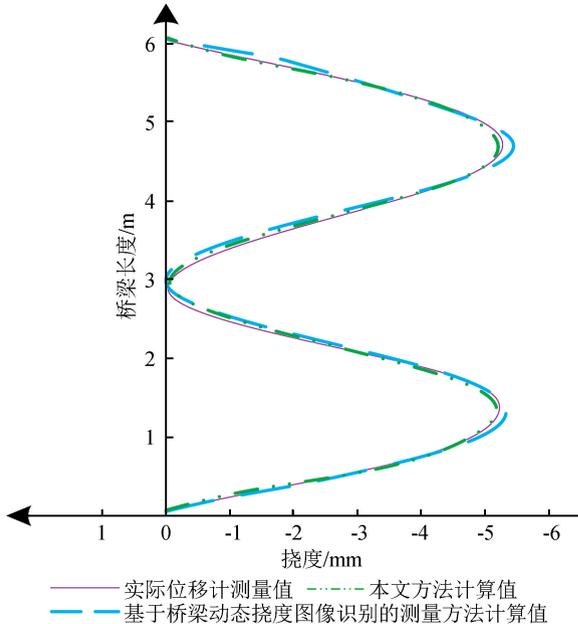


图 3 连续梁挠度曲线拟合结果

Fig.3 Fitting results of deflection curves of continuous beam

### 3 结论

桥梁挠度测量是桥梁稳定性与安全性检测的主要内容,基于我国地处地震多发地带的现实状况,震后桥梁挠度测量的研究具有重要意义。本文设计一种震后桥梁挠度自动测量方法,得到如下结论:

(1) 根据实际桥梁设置相关参数,采用共轭梁法计算震后桥梁固定点的初始挠度,计算桥梁截面挠度值,并对其进行修正,以避免倾斜传感器在维护或更新过后出现桥梁挠度数据偏差的问题,提高测量精度。

(2) 在修正桥梁截面挠度值时,将监测点高程差同基准点高程差间的差值问题替代挠度偏差问题,分析倾斜传感器获取维护点倾斜传感器的理论值和基准点倾斜传感器的理论值,确定挠度偏差,修正震后桥梁挠度测量值,提升震后桥梁挠度测量精度。

(3) 实验结果表明本文方法在测量精度、实用

表 3 不同挠度测量方法的对比结果

Table 3 Contrast results of different deflection measurement methods

测量方法	本文方法	基于动态挠度图像识别的测量方法	基于三维激光扫描法的测量方法
测量精度	mm 级别	cm 级以下	cm 级别
实用性	适用于各种桥型	适用于各种大型桥梁	适用于中小型桥梁
成本	一般	昂贵	贵
安装复杂度	简易	复杂	复杂
测量复杂度	简便	简便	复杂
抗噪性能	高	低	较低
实时性	较高	较高	高
稳定性	较强	较差	较强
效率	较高	低	高

性、成本及抗噪性能等方面具有较强的震后桥梁挠度测量优势;同时可保证实时性稳定性和效率等,测量复杂度相对较低,具有一定的实际应用价值。

鉴于论文篇幅所限,完成时间有限,有关详细的技术环节没有能做更多详述,有兴趣的读者可与作者联系讨论。作者水平有限,文中遗漏之处及错误难免,望批评指正为盼。

### 参考文献(References)

[1] 王合文,吴玉梅,郑方燕,等.基于纳米时栅传感器安装偏差的测量精度分析研究[J].传感技术学报,2017,30(2):230-235.  
WANG Hewen,WU Yumei,ZHENG Fangyan,et al.Measurement Precision Analysis Based on Assembly Errors of a Nanometer Time-Grating Sensor[J].Chinese Journal of Sensors and Actuators,2017,30(2):230-235.

- [2] 胡顺仁,赵宁博,张建科.基于残差分析的挠度传感器故障时间定位算法[J].仪器仪表学报,2016,37(9):2108-2114.  
HU Shunren, ZHAO Ningbo, ZHANG Jianke. Time Orientation Algorithm of Deflection Sensor Faults Based on Residual Analysis[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(9):2108-2114.
- [3] 王翔,钟继卫,王波,等.桥梁动态挠度图像识别测试技术研究[J].世界桥梁,2015,43(3):59-62.  
WANG Xiang, ZHONG Jiwei, WANG Bo, et al. Study of Bridge Dynamic Deflection Identification and Testing Technique Based on Image Processing[J]. World Bridges, 2015, 43(3):59-62.
- [4] 徐进军,郭鑫伟,廖骅,等.基于地面三维激光扫描的桥梁挠度变形测量[J].大地测量与地球动力学,2017,37(6):609-613.  
XU Jinjun, GUO Xinwei, LIAO Hua, et al. The Test on Bridge Deflection Deformation Monitoring by Terrestrial Laser Scanning[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2017, 37(6):609-613.
- [5] 刘智,张宿峰,蔡曙日,等.大坡度高落差桥梁挠度监测方案试验研究[J].公路交通科技,2015,32(11):88-93.  
LIU Zhi, ZHANG Sufeng, CAI Shuri, et al. Experimental Study on Deflection Monitoring Scheme of Steep Gradient and High Drop Bridge[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2015, 32(11):88-93.
- [6] 周广东,操声浪,刘定坤.基于自适应动态惩罚遗传算法的桥梁监测无线测点优化研究[J].建筑科学与工程学报,2018,35(5):86-92.  
ZHOU Guangdong, CAO Shenglang, LIU Dingkun. Generalized Genetic Algorithm Integrating Self-adaptive Dynamic Penalty for Optimal Wireless Sensor Placement in Bridge Monitoring[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2018, 35(5):86-92.
- [7] 彭伟,刘云,张扬,等.微结构光纤表面等离子激元共振传感器的研究[J].应用科学学报,2017,35(4):434-459.  
PENG Wei, LIU Yun, ZHANG Yang, et al. Investigation of Microstructure Based Fiber Optic Surface Plasmon Resonance Sensor[J]. Journal of Applied Sciences, 2017, 35(4):434-459.
- [8] 覃荷瑛,沈全喜,钟英杰.基于光纤光栅传感器的大应变碳纤维板应力监测研究[J].铁道建筑,2018,58(4):53-56.  
QIN Heying, SHEN Quanxi, ZHONG Yingjie. Research on Stress Monitoring of Large-strain Carbon Fiber Plate Using Fiber Bragg Grating Sensor[J]. Railway Engineering, 2018, 58(4):53-56.
- [9] 史露强,何怡刚,罗旗舞,等.基于传感器数据融合的倾斜角度测量方法研究[J].仪器仪表学报,2017,38(7):1683-1689.  
SHI Luqiang, HE Yigang, LUO Qiwu, et al. Research on the Measurement Method of Tilt Angle Based on Sensor Data Fusion[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(7):1683-1689.
- [10] 郭团,刘甫,邵理阳.倾斜光纤光栅传感器[J].应用科学学报,2018,36(1):75-103.  
GUO Tuan, LIU Fu, SHAO Liyang. Tilted Fiber Bragg Grating Sensors[J]. Journal of Applied Sciences, 2018, 36(1):75-103.
- [11] 赵国栋,耿亚明,柴宇,等.光纤位移传感器在断路器在线监测系统中的应用[J].电力工程技术,2017,36(4):98-102.  
ZHAO Guodong, GENG Yaming, CHAI Yu, et al. The Applications of the Optical Fiber Displacement Sensor in On-line Monitoring System of Circuit Breaker[J]. Jiangsu Electrical Engineering, 2017, 36(4):98-102.
- [12] 刘志壮,张文昭,薛晓铂,等.基于液体摆的柱面电容式倾角传感器[J].传感技术学报,2018,31(7):48-51.  
LIU Zhizhuang, ZHANG Wenzhao, XUE Xiaobo, et al. Liquid Pendulum Based Cylindrical Surface Capacitor Tilt Sensor[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2018, 31(7):48-51.
- [13] 程辉.重载铁路连续刚构桥梁竖向共振监测分析[J].桥梁建设,2015,45(5):19-23.  
CHENG Hui. Monitoring and Analysis of Vertical Resonance of a Heavy Haul Railway Continuous Rigid-Frame Bridge[J]. Bridge Construction, 2015, 45(5):19-23.