

范益, 陈力, 还毅, 等. 强震作用下地铁车站结构损伤破坏的高效分析方法[J]. 地震工程学报, 2019, 41(3): 672-678. doi: 10.3969/j.issn.1000-0844.2019.03.672

FAN Yi, CHEN Li, HUAN Yi, et al. Effective Method for Analyzing the Damage and Failure of Metro Station Structures Under Strong Earthquakes[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2019, 41(3): 672-678. doi: 10.3969/j.issn.1000-0844.2019.03.672

## 强震作用下地铁车站结构损伤破坏 的高效分析方法

范 益, 陈 力, 还 毅, 郑 康

(中国人民解放军陆军工程大学爆炸冲击防灾减灾国家重点实验室, 江苏 南京 210007)

**摘要:** 地下结构的关键构件(如柱子等)在地震作用下可能发生破坏,进而影响结构体系的整体稳定性。在借鉴传统反应位移法的基础上,提出了一种新的位移时程反应分析方法,采用该方法对日本神户大开地铁车站进行地震响应分析。结果表明:位移时程反应分析方法能够考虑土-结构相互作用、材料非线性、几何非线性、水平地震与竖向地震的耦合作用及地震动传播的时空效应,适用于地下结构地震反应分析,利用该方法得出的地铁车站结构变形及损伤破坏与实际震害观察具有较好的一致性,并指出大开地铁车站结构的整体垮塌是由于柱子剪坏和高轴压联合作用所致。

**关键词:** 地震荷载; 地铁车站结构; 动力分析; 损伤破坏; 高效分析方法

**中图分类号:** TU35; TU311.3

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1000-0844(2019)03-0672-07

**DOI:** 10.3969/j.issn.1000-0844.2019.03.672

## Effective Method for Analyzing the Damage and Failure of Metro Station Structures Under Strong Earthquakes

FAN Yi, CHEN Li, HUAN Yi, ZHENG Kang

(State Key Laboratory of Disaster Prevention & Mitigation of Explosion & Impact,  
Army Engineering University of PLA, Nanjing 210007, Jiangsu, China)

**Abstract:** Under the action of earthquakes, some key components of underground structures may be damaged, and the stability of the whole structure may deteriorate. Based on the traditional response displacement method, a new response analysis method of displacement time-history is proposed, and the characteristics and solution procedure of the method are introduced. Seismic response analysis of the Daikai subway station in Kobe, Japan, was conducted using the proposed method, which takes several aspects, e.g., the soil-structure interaction, material nonlinearity, geometry nonlinearity, coupling effect of horizontal shock and vertical shock, and the time-space effect of ground motion propagation, into consideration simultaneously. As the deformation and

**收稿日期:** 2017-08-20

**基金项目:** 国家优秀青年科学基金(51622812); 国家重点研发计划(2016YFC0305101); 国家 973 计划(2015CB058003)

**第一作者简介:** 范 益(1994-),男,四川人,研究生,主要从事工程结构抗爆抗震研究。E-mail: 1428224868@qq.com。

**通信作者:** 陈 力(1982-),男,江苏人,教授,博士,博导,主要从事工程结构抗爆抗震研究。E-mail: chenli1360@126.com。

damage failure of the metro station obtained by the proposed method agreed well with actual results, the method is suitable for seismic analysis of underground structures.

**Keywords:** seismic load; metro station structure; dynamic analysis; damage and failure; effective analysis method

## 0 引言

在强震作用下,现有的地下结构并不安全,可能遭到不同程度的损伤破坏,甚至垮塌。如,1923 年日本关东地震致使邻近约 25 座隧道遭到破坏;1952 年美国克恩县地震中南太平洋铁路上的四座隧道遭到了严重破坏;1985 年墨西哥 8.1 级地震中,建在软弱地基上的地铁侧墙与地表结构相交部位发生分离破坏现象;特别是 1995 年里氏 7.2 级的阪神地震对地下结构造成了非常严重的破坏,甚至整体性坍塌<sup>[1-3]</sup>。阪神地震中有 5 座车站遭到明显破坏,中柱大量折断,混凝土脱落,钢筋暴露,有的出现严重屈曲,顶板塌陷,侧墙出现大量宽大裂纹,造成地铁上方的国道路基塌陷,有的塌陷深度达到 2.7 m。因此,研究地铁车站等地下结构在地震(尤其是强震)作用下的动力响应及损伤破坏是工程抗震领域十分关注的问题<sup>[4-7]</sup>。

近年来,各国学者提出了若干地下结构地震响应的分析方法,大致可以归纳为两类<sup>[8-10]</sup>:拟静力法与动力时程分析法,如图 1 所示。拟静力法随时间变化的地震作用等效静载替代,采用静力计算模型分析结构内力及变形。该方法不考虑土-结构动力相互作用的影响,实际应用中需要对问题做许多简化,不能考虑复杂地质条件、地震波的反射、折射等复杂因素;动力相互作用法首先求解介质中自由场的地震运动,再根据结构所在部位地基的运动求解地下结构的运动方程。须将周围介质的作用等效

为弹簧和阻尼器,考虑相互作用的影响,此方法比较适合从整体上反映地下结构的三维特性。然而动力时程分析方法计算量巨大。因此,发展一种能反映强震作用下地铁车站结构损伤破坏特点的高效数值分析方法势在必行。本文借鉴反应位移法的基本思想,提出了一种考虑时空耦联的位移时程反应分析法,并利用此方法对阪神地震中破坏最严重的大开地铁站进行地震响应分析。

## 1 位移时程反应分析法

反应位移法的基本思想是认为对地下结构地震反应起决定作用的不是惯性力,而是周围岩土介质的变形<sup>[11-12]</sup>。该方法把地下结构假设为弹性地基梁,将地震时周围介质的变形通过地基弹簧以静荷载的方式加到地下结构上,再根据静力学方法求得地下结构的反应。反应位移法假定结构与土体均为各向同性的线弹性体,并忽略土体之间的相互影响。用反应位移法进行地下结构抗震计算时,结构常用梁单元模拟,而结构单元由剪切弹簧和法向弹簧与周围地层建立连接。

周围介质在地震作用下产生的变形对结构侧壁的作用以及结构周围剪应力可用下式计算:

$$p(h) = k_H [u(h) - u(h_B)] \quad (1)$$

$$\tau = \frac{G_h}{\pi H} S_u T_s \sin\left(\frac{\pi h}{2H}\right) \quad (2)$$

式中: $p(h)$  为距地表面深度  $h$  处地震时单位面积上的土压力; $h_B$  为地下结构底面深度; $k_H$  为地震作用下单位面积上的水平地基弹簧系数; $\tau$  为距地表面深度  $h$  处时周边单位面积上的剪力; $G_h$  为地基的动剪切模量(可表达为  $G_h = \rho C_s^2$ ), $\rho$  为土体密度, $C_s$  为土层中剪切波的传播速度。

然而地震波的传播与时间、空间均相关,而此类方法将地震波简化为同一周期、同一方向的波动,与实际结果会产生较大误差。同时,结构、土体简化为弹性体与真实地震作用中材料和介质的非线性特性相差较大。为此,本文在反应位移法的基础上,提出了一种新的分析方法—位移时程反应分析法,该方法的分析模型如图 2 所示。

位移时程反应分析法的基本步骤如下:(1)根

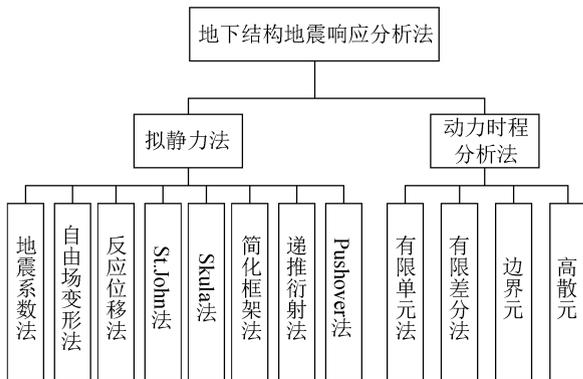


图 1 地下结构地震响应分析方法

Fig.1 Seismic response analysis method for underground structures

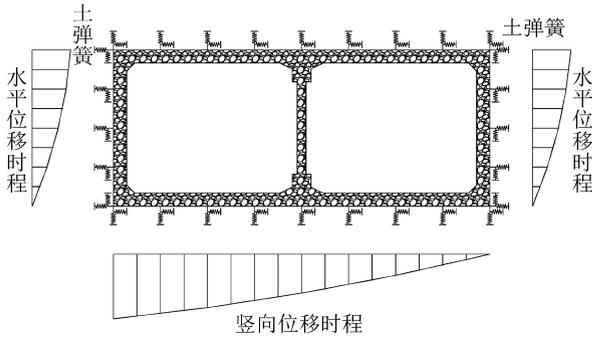


图2 位移时程反应分析法的计算模型

Fig.2 Computation model for displacement time-history analysis method

据场地土物理特性,建立结构周围土层的物理模型;(2)根据人工边界条件及地震动输入方法,对土层进行地震响应有限元分析,提取出结构周边各土体节点的位移时程;(3)对开洞土层四边分别施加单位为1的静力荷载,得出其位移,将位移的倒数作为结构周边土弹簧的刚度系数;(4)建立结构有限元分析模型,周围设置土体弹簧,将第2步中提取的位移时程施加于土弹簧节点处,并进行结构动力响应分析。

本文以阪神地震中破坏最为严重的大开地铁站为研究对象,具体阐明位移时程反应分析法的有效性和合理性。

## 2 地下结构地震响应的高效分析

### 2.1 场地土地震反应分析

大开车站的土层物理特性见表1所列。设置人工边界的土体有限元模型如图3所示。图4为Ko-be地震加速度时程曲线。图5为计算得出的土体开洞位置的位移时程曲线。

表1 土层物理性质

Table 1 Physical properties of soil layers

土质	深度/ m	密度/ ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )	剪切波速/ ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )	泊松比
人工填土	0~1.0	1 900	140	0.33
全新世砂土	1.0~5.1	1 900	140	0.32
全新世砂土	5.1~8.3	1 900	170	0.32
更新世黏土	8.3~11.4	1 900	190	0.40
更新世黏土	11.4~17.2	1 900	240	0.30
更新世砂土	17.2~22.2	2 000	330	0.26

土体计算宽度取46 m,基岩面选在地下22.2 m处。土体的边界采用人工粘弹性边界,其特点是在边界处设置一系列由线性弹簧与粘滞阻尼器并联的弹簧阻尼元件<sup>[13]</sup>,其弹簧刚度系数和粘滞阻尼系数按式(3)~式(6)确定。

法向边界:

$$K = \frac{1}{1 + \alpha} \cdot \frac{\lambda + 2G}{r} \cdot A \quad (3)$$

$$C = \beta \rho c_p \cdot A \quad (4)$$

切向边界:

$$K = \frac{1}{1 + \alpha} \cdot \frac{G}{r} \cdot A \quad (5)$$

$$C = \beta \rho c_s \cdot A \quad (6)$$

其中: $\rho$ 为介质密度; $A$ 为边界节点所代表的面积; $c_p = \sqrt{(\lambda + 2G)/\rho}$ 和 $c_s = \sqrt{G/\rho}$ 分别为P波和S波的波速;长度 $r$ 可简单地取为近场结构几何中心到该人工边界所在边界线或面的距离;参数 $\alpha$ 表示平面波与散射波的幅值含量比;参数 $\beta$ 表示物理波速与视波速关系。

地震动输入的具体实现方法与所采用的人工边界条件密切相关,设置粘弹性边界后,加速度形式的地震动输入方法不适用于外源波动问题,处理该问题必须采用等效应力的地震动输入方法。模拟自由场需要施加的边界节点力分为人工边界上弹簧阻

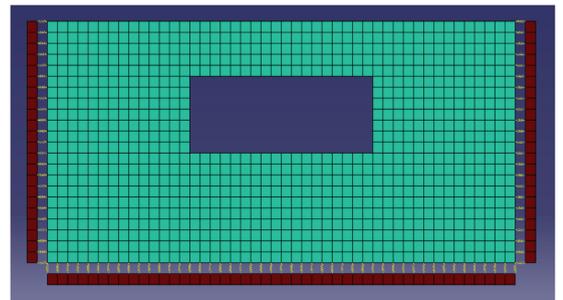
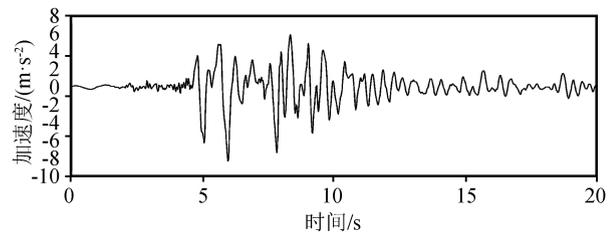
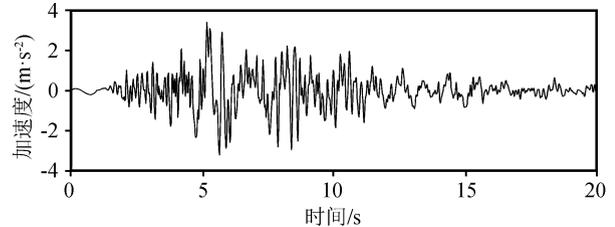


图3 土体有限元模型

Fig.3 Finite element model of soil



(a) 水平加速度



(b) 竖向加速度

图4 加速度时程曲线

Fig.4 Acceleration time history curves

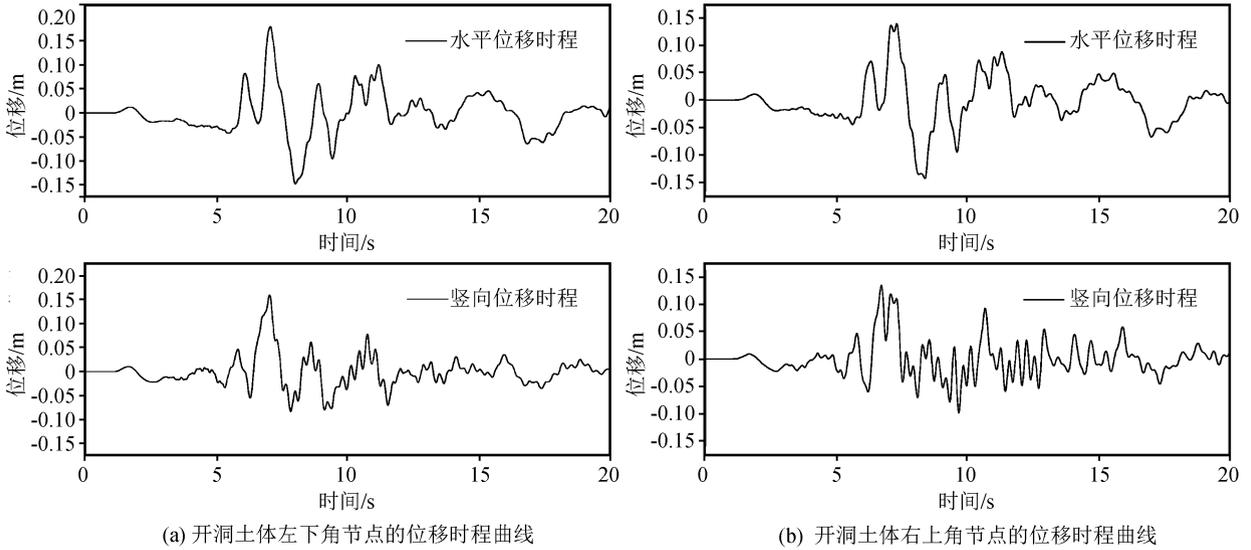


图 5 土体开洞位置的位移时程曲线

Fig.5 Displacement time history curves in the soil opening

尼元件所需的力和自由场在人工边界处的应力场两部分:

$$R = K \cdot u_x + C \cdot \dot{u}_x + f \quad (7)$$

式中:  $u_x$  为边界节点在  $x$  方向的位移;  $\dot{u}_x$  为边界节点在  $x$  方向的速度;  $K$ 、 $C$  分别为人工边界的弹性刚度和阻尼系数;  $\rho$  为介质密度;  $c_p$  为  $P$  波波速。

### 2.2 地下结构地震反应的有限元分析模型

地下结构地震反应分析中必须合理、准确地模拟钢筋混凝土结构的弹塑性性能。目前用于精细化模拟钢筋混凝土结构地震响应分析的单元有三维实体单元和离散杆系单元,三维实体有限元模型虽然可以非常精细地模拟构件的变形、损伤与破坏,但计算成本过高。相比而言,离散杆系单元模型能从宏观上模拟结构、构件的非线性性能,模型简单、计算成本较低,近年来得到了很大发展<sup>[14-16]</sup>。为了精确高效地对地下结构地震响应进行分析,本文利用通用有限元软件 ABAQUS 的单元二次开发功能(VUEL)建立了考虑剪切变形的 Timoshenko 纤维梁单元,以及相应的混凝土、钢筋材料的本构模型。限于篇幅,其具体建立过程及有效性分析参见文献[10]。

本文所建立的 Timoshenko 梁单元具有如下特点:(1)不仅能够描述弯曲变形,还能够描述剪切变形,此外还可以描述钢筋混凝土构件截面不同材料组合的特性;(2)考虑了应变与位移的几何非线性关系,因而可以描述强震作用下结构大变形特性;(3)采用纤维束的方式将钢筋与混凝土分离,考虑了钢

筋和混凝土轴向应力与轴向应变、剪切应力与剪切应变之间的非线性关系以及混凝土受拉和受压、加卸载以及箍筋对混凝土的约束等特性。在材料模型方面,为了突出反映混凝土的软化特性以及计算和编程的方便,将混凝土抗拉、抗压曲线都简化成为三线性模型<sup>[17-19]</sup>,根据文献[10],混凝土、钢筋通过式(8)体现材料率相关效应。

$$\dot{X} + E(1 - \mu)\dot{\epsilon} \left[ \exp\left(\frac{X}{SN}\right) - 1 \right]^N = E(1 - \mu)\dot{\epsilon} \quad (8)$$

式中:  $\epsilon$  是总的应变,  $E$  是杨氏模量,  $\mu$  为硬化参数,  $X$  是过应力,“ $\cdot$ ”表示时间的微分,模型参数  $\mu$ 、 $\epsilon^*$ 、 $S$ 、 $N$  均可由材料应变速率效应试验确定。

地铁车站结构的有限元模型如图 6 所示,将三维问题简化为平面应力状态,结构宽 17 m,高 7.17 m,相邻柱子之间的间距 3.5 m。采用 Timoshenko 纤维梁单元离散,根据构件截面形式的不同,共设置 4 种截面类型:顶板截面为 0.8 m × 3.5 m,平

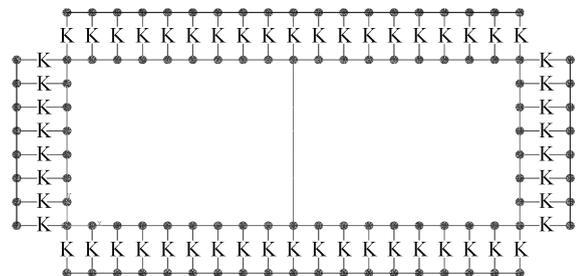


图 6 地下结构有限元模型

Fig.6 Finite element model of the underground structure

均配筋率为1.0%；底板截面为0.85 m×3.5 m，平均配筋率为1.0%；侧墙截面为0.7 m×3.5 m，配筋率为0.8%；中柱截面为0.4 m×1.0 m，配筋率为6.0%；顶板、底板、侧墙截面均划分为35层，中柱截面划分为40层，根据钢筋位置分别设置钢筋层。混凝土材料采用三直线率相关模型，混凝土考虑箍筋约束作用，受压参数为 $E_{sc}=32\ 500\text{ MPa}$ ， $f_c=25.6\text{ MPa}$ ， $\mu_c=0.333$ ， $f_{cr}=5\text{ MPa}$ ， $E_{st}=20\ 000\text{ MPa}$ ， $f_t=2.0\text{ MPa}$ ， $\mu_c=0.25$ ， $f_{tr}=0.2\text{ MPa}$ ， $S=0.066(1-u_c)f_c$ ， $N=2$ ， $\dot{\epsilon}_* = 6.66 \times 10^{-4}\text{ s}^{-1}$ ；受拉参数为 $S=0.14(1-u_t)f_t$ ， $N=2$ ， $\dot{\epsilon}_* = 1.5 \times 10^{-4}\text{ s}^{-1}$ ；钢筋材料选用二直线率相关模型，弹性模量 $E=200\text{ GPa}$ ，硬化模量 $H=10\text{ GPa}$ ，屈服应力为 $500\text{ MPa}$ ， $\mu=0.01$ ， $S=6\text{ MPa}$ ， $N=1$ ， $\dot{\epsilon}_* = 5 \times 10^{-5}\text{ s}^{-1}$ 。

根据土体静力分析结果取结构左侧土弹簧水平刚度 $2.22 \times 10^6\text{ N/m}$ ，垂直刚度 $6.67 \times 10^6\text{ N/m}$ ；右侧水平刚度 $2.22 \times 10^6\text{ N/m}$ ，垂直刚度 $6.67 \times 10^6\text{ N/m}$ ；底部水平刚度 $0.91 \times 10^6\text{ N/m}$ ，垂直刚度 $1.25 \times 10^7\text{ N/m}$ ；顶部水平刚度 $0.90 \times 10^6\text{ N/m}$ ，垂直刚度 $1.0 \times 10^6\text{ N/m}$ 。土体弹簧节点处输入水平及竖向边界位移时程，对结构进行响应分析。

### 2.3 计算结果及讨论

图7为地铁车站中柱的位移时程曲线，由图7可知，中柱的端部相对位移较大，结构变形严重。

图8为车站中柱截面的内力时程曲线，图9为车站结构的整体变形情况，表2汇总了位移时程反应分析法计算得出的车站结构各承重构件的内力幅值及地铁车站结构各构件内力的设计值，表中带下

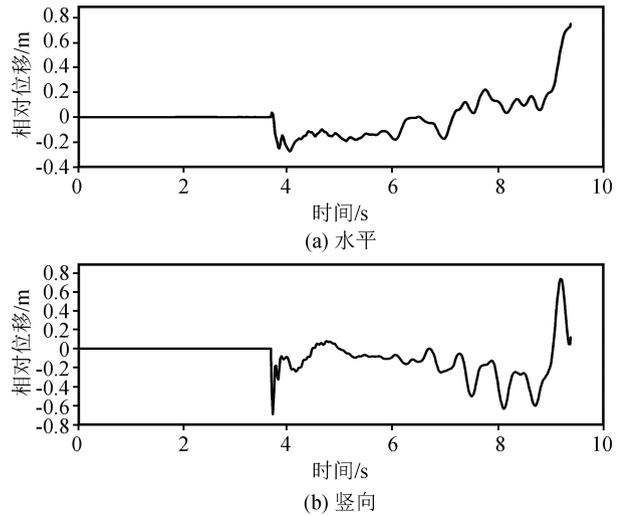


图7 车站中柱的相对位移时程曲线

Fig.7 Relative displacement time history curves at the middle column of metro station

划线数值为超过设计容许值的部分。由图9可得，位移时程反应分析法计算得出的结构破坏变形与大开车站实际破坏情况基本一致。由表2可知，结构的破坏主要由于承重构件抗剪能力不足而引起，中柱的底端、中部及顶端截面的剪力幅值均超过了设计容许值，左侧墙体底端、右侧墙体底端截面的剪力幅值亦超越了设计容许值，左侧墙体底端的弯矩幅值过大。而各承重构件的轴力幅值均未超过设计值，但高轴压比应力状态下结构构件的破坏及动力响应与低轴压应力状态下不同，因此，竖向地震动及重力作用引起的轴力变化对柱子的损伤破坏有一定的影响。

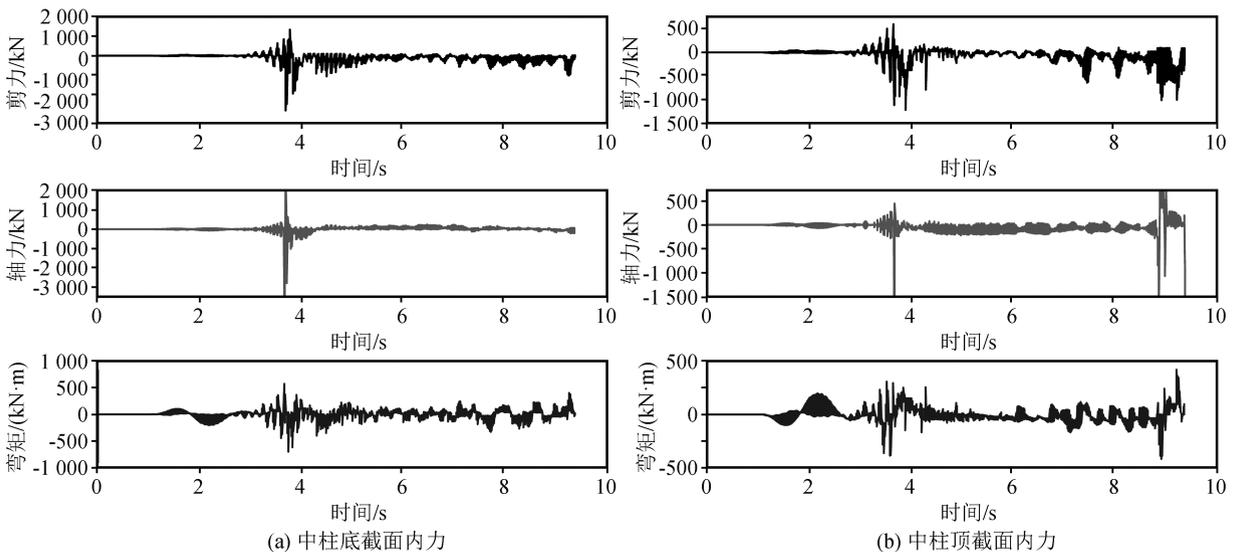


图8 车站中柱截面的内力时程曲线

Fig.8 Section internal force time history curves of the middle column of metro station

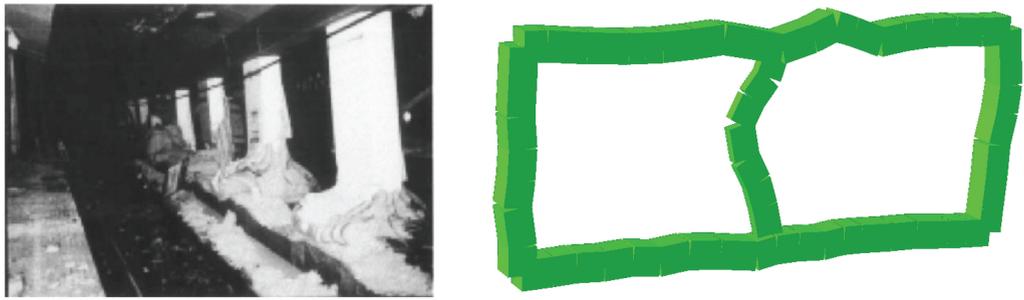


图 9 车站结构变形情况

Fig.9 Deformation of metro station

表 2 地震作用下车站不同部位的结构内力反应幅值

Table 2 Internal force response amplitudes of different parts of metro station under earthquake

车站结构部位	轴向力/(kN·m <sup>-1</sup> )			剪力/(kN·m <sup>-1</sup> )			弯矩/(kN·m/m)		
	正幅值	负幅值	设计值	正幅值	负幅值	设计值	正幅值	负幅值	设计值
左侧墙体顶端	142.8	-514.3	8 989	143.9	-571.4	700.7	142.8	-142.8	423.4
左侧墙体底端	571.4	-285.7	11 152	1 286.0	-1 143.0	810.8	571.4	-142.9	564.1
中柱顶端	780.0	-1 500.0	8 600	600.0	-1 200.0	415.0	400.0	-400.0	806.4
中柱中部	500.0	-1 100.0	8 600	750.0	-1 000.0	415.0	150.0	-200.0	806.4
中柱底端	2 000.0	-3 000.0	8 600	1 500.0	-2 500.0	415.0	750.0	-750.0	806.4
右侧墙体顶端	57.2	-285.7	8 989	57.2	-342.9	700.7	71.4	-114.3	423.4
右侧墙体底端	228.6	-285.7	11 152	714.3	-742.9	810.8	142.9	-142.9	564.1

综上所述,结构的整体破坏是由于大部分承重构件在水平地震动作用下丧失了抗剪承载能力,构件交接点位置形成了明显的塑性铰区域,外加高轴压作用导致了结构整体垮塌。采用本文所提出的位移时程反应分析法所需的计算时间较三维实体单元大为减小,所以本文方法既大幅提高了计算效率,又确保了计算精度。

### 3 结论

本文对传统的反应位移法进行改进并建立了位移时程反应分析法,同时利用 ABAQUS 软件的二次开发功能建立了 Timoshenko 纤维梁单元及材料率相关模型,建立了一种地下结构地震响应的高效分析方法,并利用所提出的分析方法对大开地铁车站进行地震响应分析,主要结论如下:

(1) 本文所提出的位移时程反应分析法能够考虑土-结构相互作用、材料非线性、几何非线性、水平地震与竖向地震的耦合作用及地震动传播的时空效应等;将位移时程反应分析法与基于 ABAQUS 有限元软件的二次开发功能所建立的 Timoshenko 纤维梁单元及材料率相关模型相结合,构建了一种地下结构地震响应的高效分析方法。与 2D 或 3D 有限元分析相比,本文方法计算效率大幅提高、计算精度满足要求。

(2) 利用所提出的分析方法对大开地铁车站进

行地震反应分析,得出的结构变形与实际破坏情况具有较好的一致性,并指出大开地铁车站结构的整体破坏是由于其大部分承重构件在水平地震动作用下丧失了抗剪承载能力,构件交接点位置形成了明显的塑性铰区域,外加高轴压作用才导致了结构整体垮塌。

### 参考文献(References)

- [1] SAMATA S, OHUCHI H, MSTSUDA T. A Study of Damage of Subway Structures during the 1995 Hanshin-Awaji Earthquake[J]. Cement and Concrete Composites, 1997, 19(3): 223-239.
- [2] AN X H, SHAWKY A A, MAEKAWA K. The Collapse Mechanism of a Subway Station during the Great Hanshin Earthquake[J]. Cement and Concrete Composites, 1997, 19(3): 241-257.
- [3] YORSSEF M A, HASHASH, et al. Seismic Design and Analysis of Underground Structures[J]. Tunneling and Underground Space Technology, 2001, 16(4): 247-293.
- [4] 还毅, 方秦, 柳锦春, 等. 提高地铁车站结构抗震能力的理论与数值分析[J]. 振动与冲击, 2011, 30(3): 252-257.  
HUAN Yi, FANG Qin, LIU Jinchun, et al. Theoretical and Numerical Investigations on Enhancement of Aseismic Capability of Metro Stations[J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(3): 252-257.
- [5] 还毅, 方秦, 陈力, 等. 强震作用下地铁车站结构损伤破坏的三维非线性动力分析[J]. 北京工业大学学报, 2011, 37(6): 852-861.

- HUAN Yi, FANG Qin, CHEN Li, et al. 3D Nonlinear Damage Analysis of Metro-station Structures under Strong Seismic Loading[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2011, 37(6): 852-861.
- [6] 杜修力, 马超, 路德春, 等. 大开地铁车站地震破坏模拟与机理分析[J]. 土木工程学报, 2017, 50(1): 53-62.
- DU Xiuli, MA Chao, LU Dechun, et al. Collapse Simulation and Failure Mechanism Analysis of the Daikai Subway Station under Seismic Loads[J]. China Civil Engineering Journal, 2017, 50(1): 53-62.
- [7] 李绿宇, 国巍, 蒋丽忠, 等. 沈阳地铁车辆段上盖双子楼隔震性能的振动台试验研究[J]. 振动与冲击, 2017, 36(6): 56-62.
- LI Lüyu, GUO Wei, JIANG Lizhong, et al. Shaking Table Tests on the Isolation Performance of Two Buildings Built on the Top Head of Shenyang Metro Depot[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(6): 56-62.
- [8] 刘晶波, 刘祥庆, 杜修力. 地下结构抗震理论分析与试验研究的发展展望[J]. 地震工程与工程振动, 2007, 27(6): 38-46.
- LIU Jingbo, LIU Xiangqing, DU Xiuli. Prospects for the Development in Theoretical Analysis and Experimental Study of Seismic Response of Underground Structures[J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2007, 27(6): 38-46.
- [9] 袁勇, 禹海涛, 陈之毅. 软土浅埋框架结构抗震计算方法评价[J]. 振动与冲击, 2009, 28(8): 50-56.
- YUAN Yong, YU Haitao, CHEN Zhiyi. Evaluation of Seismic Calculation Methods for Shallow-buried Frame Structures in Soft Soil[J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(8): 50-56.
- [10] 还毅. 强震作用下地铁车站结构损伤破坏的精细化数值仿真及隔震技术研究[D]. 南京: 解放军理工大学, 2011.
- HUAN Yi. Sophisticated Numerical Study on the Dynamic Response of Metro Station Structure under the Action of Intensive Seismic Shock and Shock Isolation Technique[D]. Nanjing: PLA University of Science and Technology, 2011.
- [11] 谷拴成, 高宗祺. 土层隧道动力分析[J]. 西安科技学院学报, 2002, 22(4): 404-410.
- GU Shuancheng, GAO Zongqi. Seismic Analysis of Tunnels in Soil[J]. Journal of Xi'an University of Science and Technology, 2002, 22(4): 404-410.
- [12] 蒋通, 宋晓星. 有接头埋管在地震行波作用下的弹塑性分析[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(12): 1837-1843.
- JIANG Tong, SONG Xiaoxing. Analysis of Buried Pipes with Joints under Action of Seismic Motion[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(12): 1837-1843.
- [13] 李彬. 地铁地下结构抗震理论分析与应用研究[D]. 北京: 清华大学, 2005.
- LI Bin. Theoretical Analysis and Application Research of Subway Underground Structures against Earthquake[D]. Beijing: Tsinghua University, 2005.
- [14] 陆新征, 叶列平, 缪志伟. 建筑抗震弹塑性分析[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2009.
- LU Xinzheng, YE Lieping, MIU Zhiwei. Elastic-plastic Analysis of Buildings against Earthquake[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2009.
- [15] 聂利英, 李建中, 范立础. 弹塑性纤维梁柱单元及其单元参数分析[J]. 工程力学, 2004, 21(3): 15-20.
- NIE Liying, LI Jianzhong, FAN Lichu. Elastic-plastic Fiber Beam-Column Element and Its Parametric Analysis[J]. Engineering Mechanics, 2004, 21(3): 15-20.
- [16] 嵯一, 李忠献. 钢筋混凝土纤维梁柱单元实用模拟平台[J]. 工程力学, 2011, 22(4): 18-25.
- ZHUO Yi, LI Zhongxian. A Practical Simulation Platform of Reinforced Concrete Fiber Beam-Column Element[J]. Engineering Mechanics, 2011, 22(4): 18-25.
- [17] IZZUDDIN B A, FANG Qin. Rate-sensitive Analysis of Framed Structures Part I: Model Formulation and Verification[J]. Structural Engineering & Mechanics, 1997, 5(3): 221-237.
- [18] FANG Qin, IZZUDDIN B A. Rate-sensitive Analysis of Framed Structures Part II: Implementation and Application to Steel and R/C Frames[J]. Structural Engineering & Mechanics, 1997, 5(3): 239-256.
- [19] 方秦, 柳锦春, 张亚栋, 等. 爆炸荷载作用下钢筋混凝土梁破坏形态有限元分析[J]. 工程力学, 2001, 18(2): 1-8.
- FANG Qin, LIU Jinchun, ZHANG Yadong, et al. Finite Element Analysis of Failure Modes of Blast-loaded RC Beams[J]. Engineering Mechanics, 2001, 18(2): 1-8.