

鄢兆伦,陈学良,高志兵,等.共振柱试验的非线性拟合研究[J].地震工程学报,2018,40(5):1124-1130.doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2018.05.1124

YAN Zhaolun, CHEN Xueliang, GAO Zhibing, et al. Study on Nonlinear Fitting Results of Resonant Column Test [J]. China Earthquake Engineering Journal, 2018, 40(5): 1124-1130. doi: 10.3969/j.issn.1000-0844.2018.05.1124

## 共振柱试验的非线性拟合研究

鄢兆伦<sup>1</sup>, 陈学良<sup>2</sup>, 高志兵<sup>1</sup>, 杨伟林<sup>1</sup>, 洪海春<sup>1</sup>

(1. 江苏省地震局, 江苏南京 210014; 2. 中国地震局地球物理研究所, 北京 100081)

**摘要:** 土体动力参数是表征土动力特性的重要指标, 对抗震计算具有重要影响。利用 GCTS 共振柱仪对淤泥、黏土、粉质黏土和粉砂进行共振柱试验, 对 Hardin-Drnevich 提出的双曲线模型的模量比表达式进行线性拟合与改进的非线性拟合对比研究。结果表明: 改进的非线性拟合得到的曲线较线性拟合曲线更加接近原始数据点; 在低应变处, 非线性拟合残差小于线性拟合残差, 随着应变增加非线性拟合的残差接近线性拟合残差, 在大应变处线性拟合残差小于非线性拟合的残差; 改进的非线性拟合的最大动剪切模量  $G_{dmax}$  和参考剪应变  $\gamma_r$  的标准误差及置信区间宽度均比线性拟合的结果小; 拟合优度评价指标表明改进非线性拟合效果优于线性拟合效果。将线性拟合结果作为非线性拟合方法的初始值的改进方法较线性拟合方法具有更高的准确性和稳定性, 并具有更高的应用价值。

**关键词:** 共振柱试验; 动剪切模量; 非线性拟合

中图分类号: TU315

文献标志码: A

文章编号: 1000-0844(2018)05-1124-07

DOI: 10.3969/j.issn.1000-0844.2018.05.1124

## Study on Nonlinear Fitting Results of Resonant Column Test

YAN Zhaolun<sup>1</sup>, CHEN Xueliang<sup>2</sup>, GAO Zhibing<sup>1</sup>, YANG Weilin<sup>1</sup>, HONG Haichun<sup>1</sup>

(1. Earthquake Agency of Jiangsu Province, Nanjing 210014, Jiangsu, China;

2. Institute of Geophysics, China Earthquake Agency, Beijing 100081, China)

**Abstract:** As important indexes for investigating soil dynamic characteristics, the dynamic parameters of soil play a significant role in seismic calculations. Using the GCTS resonant column device, resonant column experiments were carried out on silt, clay, silty clay, and silty sand. A comparative study was conducted on the modulus ratio expression of the hyperbolic model using a linear fitting method and improved nonlinear fitting method. The results show that the curves fitted by the nonlinear fitting method are closer to the original data points than the curves fitted by linear fitting method. In the low strain soil, the nonlinear fitting residual is less than the linear fitting residual, and with an increase of strain, the nonlinear fitting residual gets closer to linear fitting residual. In the large strain soil, the linear fitting residual is less than the nonlinear fitting residual. The standard error and confidence interval width of the maximum dynamic shear modulus  $G_{dmax}$  and reference shear strain  $\gamma_r$ , which was calculated by the nonlinear fitting method,

收稿日期: 2017-08-18

基金项目: 江苏省地震局青年基金项目-共振柱试验数据的非线性拟合研究(201607)

第一作者简介: 鄢兆伦,男,工程师,主要从事土动力特性及土层地震响应研究。E-mail:yanzhaolun2007@126.com。

are both smaller than the results calculated by the linear fitting method. The improved nonlinear fitting method has a higher accuracy, stability, and application value than the linear fitting method.

**Keywords:** resonant column test; dynamic shear modulus; nonlinear fitting

## 0 引言

土动力参数直接影响地震波在土层中的传播,直接参与土层反应分析的计算。土动力参数即土的非线性特性的测试偏差将直接影响理论计算的结果<sup>[1]</sup>。特别是在中震、大震水平下,土体动力参数对地表峰值加速度、峰值速度、地震影响系数、设计反应谱特征周期和平台值的影响很大<sup>[2-5]</sup>。土动力参数的准确测试和数据的准确处理对抗震设计具有重要意义。

目前在抗震设计及地震小区划中,对于地基土的动力特性参数一般采用共振柱(应变水平  $10^{-6} \sim 10^{-4}$ )和动三轴试验(应变水平  $10^{-4} \sim 10^{-2}$ )测定<sup>[6-8]</sup>。很多学者(如景立平等<sup>[9]</sup>)对两种试验的联合测定进行了研究,但未见有成熟可应用的成果。同时,众多学者研究了不同骨架曲线模型(Hardin-Drnevich 模型、Ramberg-Osgood 模型及 Davidenkov 模型<sup>[10-11]</sup>)的动模量函数关系,取得了较为丰硕的成果<sup>[12-13]</sup>,其中以 Hardin 等提出的双曲线模型为基础建立的动模量函数应用最为广泛<sup>[14]</sup>,但其拟合方法未见有对比分析及改进的文章。本文对

Hardin-Drnevich 提出的本构函数关系得到的模量比表达式进行研究,通过对线性拟合和非线性拟合方法的特点,给出结合二者优点的拟合方法,以期改进拟合方法及精度。

## 1 试验土性数据

本文试验原状土取自中国地震局地球物理研究所岩土力学实验室的常州天宁广场和环太湖艺术城项目。试验仪器采用美国 GCTS 公司生产的 TSH-100 型共振柱测试仪。该仪器通过浮动扭转驱动器施加剪切扭矩,并通过光纤位移传感器 SR-DF-FO-250 测量到  $10\% \sim 10^{-4}\%$  的剪应变水平,能够自动计算动剪切模量。

按照《土工试验规程 SL237-1999》和《ASTM D3999-91(2003)》的规定,制作直径 50 mm、高度 100 mm 的试验土样。按照《土工试验规程 SL237-1999》的规定,采用烘干、液塑限联合测定等方法对原状土的液塑限状态、天然密度、干密度和含水率等物理参数进行了测定。具体的土性及试验参数如表 1 所列。

表 1 土性及实验参数

Table 1 Soil properties and experimental parameters

土性	状态	埋深 /m	天然密度 /(g · cm <sup>-3</sup> )	干密度 /(g · cm <sup>-3</sup> )	含水率 /%	$\sigma_c$ /kPa
淤泥	软塑	5.5	1.48	0.91	63	55
黏土	可塑	94.1	1.74	1.37	27	600
粉质黏土	可塑	22.3	1.83	1.38	33	223
粉砂	中密	12.3	1.97	1.66	19	123

## 2 拟合方法简述

依据 Hardin-Drnevich 提出的双曲线模型,可以推导得到模量比表达式为:  $\frac{G_d}{G_{dmax}} = \frac{1}{1 + \gamma_d/\gamma_r}$ 。

对于线性拟合,将模量比表达式变换为:  $\frac{1}{G_d} = \frac{1}{G_{dmax}}$

$+ \frac{\gamma_d}{\gamma_r \times G_{dmax}}$ ,这样由原来的  $G_d - \gamma_d$  关系变为  $\frac{1}{G_d} \sim \gamma_d$  的关系。假设  $a \leq G_d \leq b$ ,其误差为  $b - a$ ,则变

换后的  $\frac{1}{b} \leq \frac{1}{G_d} \leq \frac{1}{a}$ ,误差为  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab}$ ,可见误

差性质发生了变化,其变化特性与实际数据相关。这

种处理实验数据的方法带来人为因素的影响。

非线性拟合基本原理:一般非线性模型的形式为:  $y = f(x, \theta) + \epsilon$ ,式中  $f$  是一般的函数,  $\theta$  是  $P$  维参数向量,  $\epsilon$  是随机误差变量<sup>[15]</sup>。求“最小二乘”拟合曲线,就是求  $\theta$  的估计  $\hat{\theta}$ ,使得  $S(\theta) = \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, \theta)]^2$  最小,再将  $\theta$  的值代入  $f(x, \theta)$ ,就得到拟合的曲线  $\hat{f}(x, \hat{\theta})$ 。运用高斯牛顿法求解上述过程:设  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  是观察数据。用  $f_i(\theta)$  代替  $f(x_i, \theta)$ ,  $S$  代替  $S(\theta)$ 。在  $\theta = \theta_0$  处,将  $f_i(\theta)$  泰勒展开,只取前两项为  $f(\theta) = f(\theta_0) + J(\theta_0)(\theta - \theta_0)$ ,式中  $f(\theta) = (f_1(\theta), f_2(\theta), \dots, f_n(\theta))'$ ,  $J(\theta_0)$  是  $n \times p$  阶雅克

比矩阵,记 $y$ 为 $(y_1, y_2, \dots, y_n)'$ ,则:

$$S(\theta) = \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, \theta)]^2 = \\ [y - f(\theta)]' [y - f(\theta)] = [y - f(\theta_0) - J(\theta_0)(\theta - \theta_0)]' [y - f(\theta_0) - J(\theta_0)(\theta - \theta_0)] = [y - f(\theta_0)]' [y - f(\theta)] - 2 [y - f(\theta_0)]' J(\theta_0)(\theta - \theta_0) + (\theta - \theta_0)' J(\theta_0)' J(\theta_0)(\theta - \theta_0)$$

$$\text{令 } g(\theta) = \left( \frac{\partial S}{\partial \theta_1}, \frac{\partial S}{\partial \theta_2}, \dots, \frac{\partial S}{\partial \theta_n} \right) \text{ 有 } g(\theta) = -2J$$

$$(\theta_0)' [y - f(\theta_0)] + 2J(\theta_0)' J(\theta_0)(\theta - \theta_0), \text{ 令 } g(\theta) = 0,$$

$$= 0, \text{ 得到 } J(\theta_0)' J(\theta_0)(\theta - \theta_0) = J(\theta_0)' [y - f(\theta_0)]$$

$$\text{从而: } \theta = \theta_0 + [J(\theta_0)' J(\theta_0)]^{-1} J(\theta_0)' [y - f(\theta_0)]$$

$$\text{得到递推公式: } \theta_{(i+1)} = \theta_{(i)} + [J(\theta_{(i)})' J(\theta_{(i)})]^{-1} J(\theta_{(i)})' [y - f(\theta_{(i)})]$$

$$\text{。利用这个公式,并给定初始值 } \theta_0, \text{ 迭代结算,直至 } \theta_{(i)} \text{ 收敛,即 } \theta_{(i)} \text{ 与 } \theta_{(i+1)} \text{ 的差值小于给定的小正数,从而得到 } \hat{\theta}.$$

这种非线性的拟合方法不改变原始的拟合公式,无人为因素对实验数据的影响,但需给定适合的初始值。当初始值与实际值较为接近时该方法能够很快收敛;当初始值与实际值相差较大时该方法发散。本文通过将线性拟合与非线性拟合相结合的方式,即通过线性拟合将线性拟合结果作为非线性拟合方法的初始值,然后再通过非线性拟合得到计算结果。

### 3 结果与分析

从淤泥土的动剪切模量残差分布图(图1)可以看出:总体上非线性拟合优于线性拟合;在应变低于 $7 \times 10^{-5}$ 时,非线性拟合残差要低于线性拟合残差;在应变大于 $7 \times 10^{-5}$ 而低于 $4 \times 10^{-4}$ 时,非线性拟合残差与线性拟合残差较为接近;大于 $4 \times 10^{-4}$ 时,非线性拟合残差大于线性拟合残差。这个特点与动剪切模量拟合曲线和原始数据点图(图2)相对应,在应变低于 $1 \times 10^{-4}$ 时,非线性拟合曲线和线性拟合曲线相差较大,同时非线性拟合曲线接近原始数据点,非线性拟合更加准确;应变在 $1 \times 10^{-4} \sim 5 \times 10^{-4}$ 间,两种方法的拟合曲线几乎重合;大于 $5 \times 10^{-4}$ 时,两种拟合曲线稍有差别,距原始数据点都很接近。

从黏土的残差分布图(图3)同样可以看出,在应变低于 $3 \times 10^{-5}$ 时,非线性拟合的残差要小于线性拟合残差;在应变接近 $5 \times 10^{-5}$ 时,两种拟合方法的残差一致;在应变大于 $5 \times 10^{-5}$ 时线性拟合的

残差要小于非线性拟合残差。拟合曲线和原始数据点图(图4)中同样是非线性拟合与原始数据更加接近,尤其是应变低于 $3 \times 10^{-5}$ 之后的曲线几乎重合。

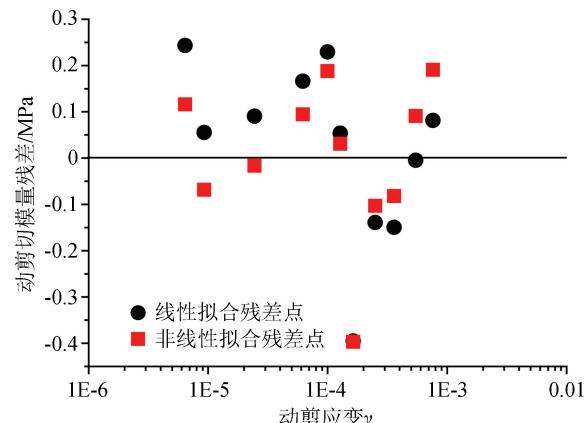


图1 淤泥土残差分布图

Fig.1 The residual distribution of silt soil

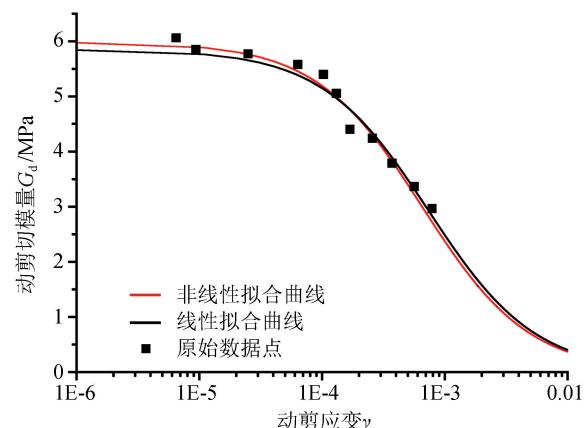


图2 淤泥土拟合曲线图

Fig.2 The fitting curves of silt soil

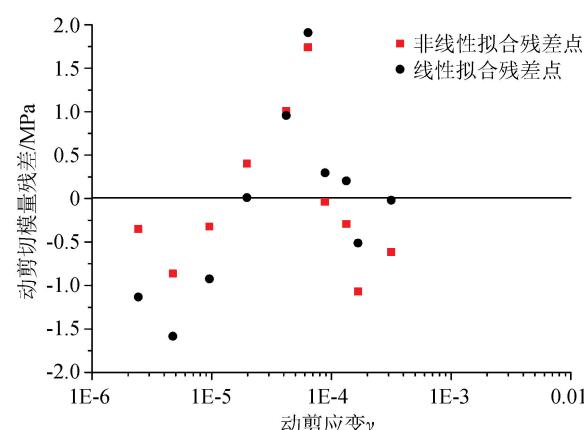


图3 黏土残差分布图

Fig.3 The residual distribution of clay

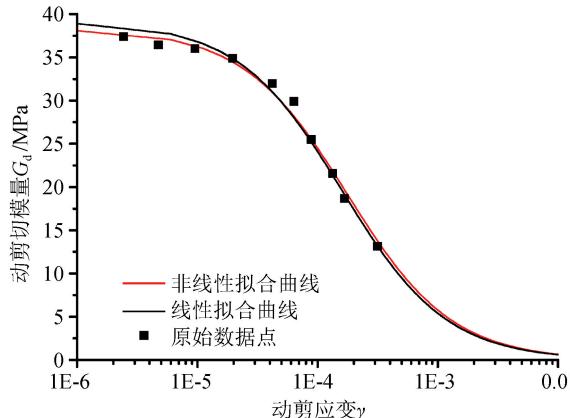


图 4 黏土拟合曲线图

Fig.4 The fitting curves of clay

除最大应变对应的残差外,粉质黏土的其余非线性拟合残差均小于线性拟合的残差(图 5)。在应变低于  $6 \times 10^{-5}$  时两种拟合方法得到的残差点差别较大,非线性拟合残差约是线性拟合残差的十分之一;随着应变增加二者的差别越来越小,当应变达到一定值时线性拟合残差小于非线性拟合残差。从动剪切模量拟合曲线图(图 6)中可见:当应变大于  $6 \times 10^{-5}$  时,动剪切模量衰减得很快;应变在  $6 \times 10^{-5} \sim 2 \times 10^{-4}$  范围内时,动剪切模量减小了约 54.5%,这造成了线性拟合曲线与原始数据差别较大。可见线性拟合只是通过中间数据点,然后以该数据点为界将低应变和高应变处值分置于曲线两侧,这是符合线性拟合的最小二乘原理的;非线性拟合曲线通过了最小、最大和中间应变处的实际模量,同时整体上也更加接近原始数据点。

从粉砂的残差分布图(图 7)可以看出同样的分布规律,在小应变处非线性拟合残差与线性拟合残差相差较大,非线性拟合残差较小,随着应变增加二

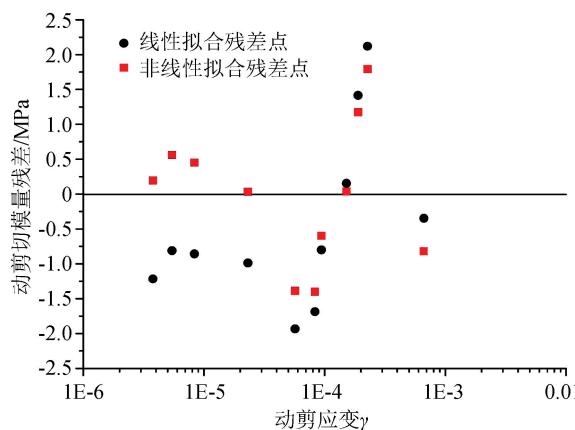


图 5 粉质黏土残差分布图

Fig.5 The residual distribution of silty clay

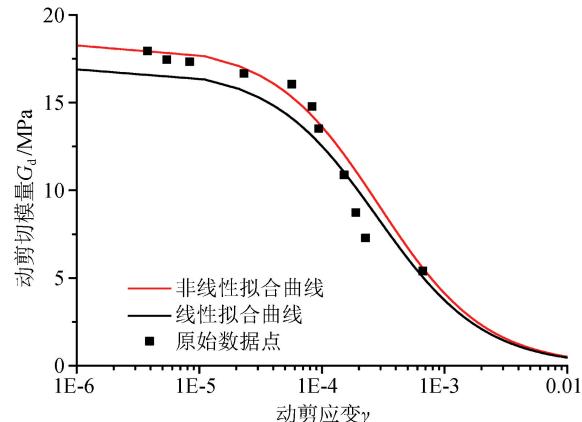


图 6 粉质黏土拟合曲线图

Fig.6 The fitting curves of silty clay

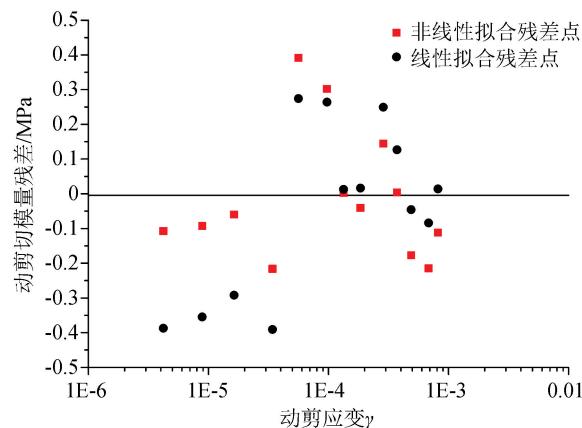


图 7 粉砂残差分布图

Fig.7 The residual distribution of silty sand

者逐渐接近,当应变大于一定值后线性拟合残差较非线性拟合小。动剪切模量拟合曲线图(图 8)也同样反映出非线性拟合较好,与原始数据更加接近。

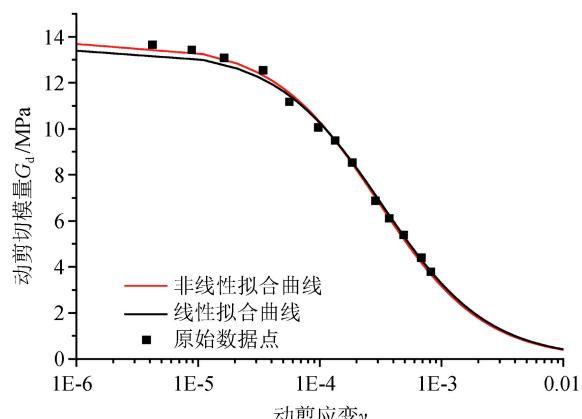


图 8 粉砂拟合曲线图

Fig.8 The fitting curves of silty sand

各土样的拟合参数(最大动剪切模量  $G_{d\max}$ 、参考剪应变  $\gamma_r$  及标准误差和 95% 的置信区间)如表 2

表 2 拟合参数

Table 2 Fitting parameters

土类	方法	拟合参数					
		$G_{dmax}$ /MPa	标准误差	95%置信区间	$\gamma_r$ $(\times 10^{-4})$	标准误差 $(\times 10^{-4})$	95%置信区间 $(\times 10^{-4})$
淤泥	1	5.846 9	0.133 2	(5.566 4, 6.157 6)	7.388 5	0.742 3	(6.284 9, 8.784 9)
	2	5.981 6	0.093 3	(5.770 5, 6.192 7)	6.569 5	0.525 2	(5.568 7, 8.008 8)
黏土	1	39.154 27	1.034 22	(37.348 2, 42.650 4)	1.782 86	0.179 1	(1.442 73, 2.719 33)
	2	38.301 12	0.525 45	(37.089 43, 39.512 8)	1.772 13	0.142 1	(1.551 82, 2.651 94)
粉质黏土	1	16.957 77	1.063 42	(14.218 68, 21.008 40)	2.820 73	0.772 43	(2.343 27, 3.794 33)
	2	18.457 97	0.593 55	(17.115 27, 19.800 68)	2.193 20	0.586 52	(1.670 309, 3.192 65)
粉砂	1	13.453 51	0.146 58	(13.017 44, 13.881 17)	3.220 47	0.285 32	(2.715 44, 3.352 68)
	2	13.733 42	0.107 24	(13.497 39, 13.969 45)	3.201 73	0.182 42	(2.798 79, 3.201 73)

表中 1 代表线性拟合方法, 2 代表非线性拟合方法, 下同。

所列。从表中可见, 非线性方法拟合出  $G_{dmax}$  标准误差全部较线性拟合的标准误差小, 非线性拟合标准误差约占线性拟合标准误差的 50%~73%; 同时非线性拟合的 95%置信区间宽度也较线性拟合的置信区间宽度小。非线性拟合的参考剪应变  $\gamma_r$  较线性拟合结果小, 相应的标准误差亦比线性拟合标准误差小, 约占线性拟合标准误差的 63.9%~79.3%;

同样非线性拟合 95%置信区间宽度较线性拟合的置信区间宽度小。非线性拟合出的最大剪应变和参考剪应变的值较线性拟合结果具有更高的准确性和可靠性。

在实际工程运用中, 一般计算场地土层反应时需提供动剪切模量比在 8 个常见应变点处的值<sup>[16]</sup>, 为此提供了两种拟合方法下的模量比的值(表 3)。

表 3 两种拟合方法下常见应变处的模量比值

Table 3 The modulus ratio at common strain points using the two fitting methods

土类	方法	应变( $\times 10^{-4}$ )						
		0.05	0.1	0.5	1	5	10	50
淤泥	1	0.993 3	0.986 7	0.936 7	0.880 8	0.596 5	0.425 0	0.128 8
	2	0.992 5	0.985 1	0.929 3	0.867 9	0.567 8	0.394 7	0.116 1
黏土	1	0.969 6	0.941 0	0.761 9	0.615 4	0.242 5	0.138 0	0.031 0
	2	0.972 6	0.946 6	0.779 9	0.639 3	0.261 7	0.150 5	0.034 2
粉质黏土	1	0.982 7	0.965 8	0.849 5	0.738 3	0.360 7	0.220 0	0.053 4
	2	0.977 7	0.956 7	0.814 3	0.686 8	0.304 9	0.179 9	0.042 0
粉砂	1	0.983 5	0.968 6	0.864 6	0.762 3	0.391 6	0.243 5	0.060 5
	2	0.983 5	0.967 6	0.856 6	0.749 2	0.374 0	0.230 0	0.056 4

从表中可以看出同一应变处的模量比值差别最大可达到 27.1%; 同时发现非线性拟合得到的模量比值在不同应变处的下降速度较非线性拟合的模量比值下降速度大。这两点特征对于场地反应分析计算具有重要影响。

为进一步研究两种拟合方法对于双曲线模型模量比随动剪应变变化曲线拟合的优劣性, 对比分析了统计学原理中关于拟合优度评价指标(表 4)。从表 4 可以看出, 非线性拟合的各项评价指标均比线性拟合好, 非线性拟合的结果比线性拟合的结果优, 并且非线性拟合方法的稳定性、准确性均比线性拟合方法高。

#### 4 结论与讨论

共振柱试验及对两种拟合方法(公式变换的线性拟合和直接拟合模量比曲线的非线性拟合)的对比分析, 得出以下结论:

(1) 非线性拟合方法拟合得到曲线较线性拟合的曲线通过原始数据点多; 非线性拟合的残差与线性拟合残差相比, 在小应变处前者小于后者(共振柱试验准确测量的应变范围亦是小应变范围的, 这样非线性拟合更加准确), 随应变增加二者差别逐渐减小, 在较大应变处线性拟合残差小于非线性拟合残差, 这是由于线性拟合公式变换改变了模量与动剪应变关系造成的。

(2) 非线性拟合的最大动剪切模量比线性拟合得到的标准误差小, 约占 50%~73%, 同样非线性拟合参考剪应变的标准误差也小, 约占线性拟合标

通过对选取的淤泥、黏土、粉质黏土和粉砂进行

表 4 拟合优度评价指标

Table 4 The evaluating index of goodness of fit

土类	方法	RSS	Adj-R	RMSE	RCS	评价
淤泥	1	0.357 89	0.954 1	0.197 9	0.048 203	较差
	2	0.282 97	0.972 53	0.177 32	0.031 44	较好
黏土	1	9.592 57	0.981 39	1.028 13	0.961 71	较差
	2	6.786 91	0.988 14	0.867 42	0.848 36	较好
粉质黏土	1	17.718 38	0.902 327	1.244 6	1.456 2	较差
	2	10.082 99	0.944 17	1.004 1	1.120 3	较好
粉砂	1	0.739 86	0.991 94	0.244 9	0.057 66	较差
	2	0.369 029	0.996 91	0.188 2	0.038 8	较好

表中: RSS 表示残差平方和, 数值越小拟合效果越好; Adj-R 表示校正后决定系数, 越接近 1 拟合效果越好; RMSE 表示残差标准差, 数值越小, 模型越稳定, 拟合效果越好; RCS 表示加权卡方检验系数, 值越小拟合效果越好。

准误差的 63.9%~79.3%; 非线性拟合的最大动剪切模量和参考剪应变的 95% 置信区间宽度均比线性拟合小; 两种方法拟合得到的 8 个常见应变点处的模量比值相差较大, 在小应变处相差小, 随应变增加二者差别增大。

(3) 通过对拟合优度指标 RSS、Adj-R、RMSE 和 RCS 发现: 非线性拟合较线性拟合具有更好的准确性和稳定性, 拟合效果优于线性拟合结果。

非线性拟合需要给定适合的初始值, 如初始值给定的不恰当会导致发散。本文将线性拟合的结果作为非线性拟合的初始值, 避免了非线性拟合的发散问题。本文根据实验结果进行了统计拟合和对比分析, 并给出了淤泥等土类的模量比在常见应变处的值, 结果具有一定的理论价值和工程意义, 但不能作为完全参考, 实际工程中应进行实际试验, 结果数据的处理可以采用本文的拟合方法。

## 参考文献(References)

- [1] 薄景山, 李秀领, 李山有. 场地条件对地震动影响研究的若干进展[J]. 世界地震工程, 2003, 19(2): 11-15.  
BO Jingshan, LI Xiuling, LI Shanyou. Some Progress of Study on the Effect of Site Conditions on Ground Motion[J]. World Earthquake Engineering, 2003, 19(2): 11-15.
- [2] 刘红帅, 薄景山, 吴兆营, 等. 土体参数对地表加速度峰值和反应谱的影响[J]. 地震研究, 2005, 28(2): 167-171.  
LIU Hongshuai, BO Jingshan, WU Zhaoying, et al. Effects of Soil Parameters on Ground Surface Acceleration Peak and Response Spectra[J]. Journal of Seismological Research, 2005, 28(2): 167-171.
- [3] 王绍博, 丁海平. 土动力参数对土层动力反应的影响[J]. 地震工程与工程振动, 2001, 21(1): 105-108.  
WANG Shaobo, DING Haiping. Effect of Soil Dynamic Parameters on the Dynamic Response of Soil Layer[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2001, 21(1): 105-108.
- [4] 兰景岩, 薄景山. 土动力学参数对设计反应谱的影响[J]. 地震工程与工程振动, 2008, 28(3): 184-188.  
LAN Jingyan, BO Jingshan. Effect of Soil Dynamic Parameters on Design Response Spectrum[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2008, 28(3): 184-188.
- [5] 孙锐, 陈红娟, 袁晓铭. 土的非线性动剪切模量比和阻尼比不确定性分析[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(8): 1228-1235.  
SUN Rui, CHEN Hongjuan, YUAN Xiaoming. Uncertainty of Non-linear Dynamic Shear Modular Ratio and Damping Ratio of Soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(8): 1228-1235.
- [6] 张克绪, 谢君斐. 土动力学[M]. 北京: 地震出版社, 1989.  
ZHANG Kexu, XIE Junfei. Soil Dynamics[M]. Beijing: Seismological Press, 1989.
- [7] 张克绪, 凌贤长. 岩土地震工程及工程振动[M]. 北京: 科学出版社, 2017.  
ZHANG Kexu, LING Xianchang. Geotechnical Earthquake Engineering and Engineering Vibration [M]. Beijing: Science Press, 2017.
- [8] 胡聿贤. 地震工程学[M]. 北京: 地震出版社, 2006.  
HU Yuxian. Earthquake Engineering[M]. Beijing: Seismological Press, 2006.
- [9] 李永强, 景立平, 梁海安, 等. 土体动剪切模量测定及非线性拟合方法研究[J]. 世界地震工程, 2010, 26(6): 247-252.  
LI Yongqiang, JING Liping, LIANG Haian, et al. Testing and Nonlinear Fitting of Dynamic Shear Modulus of Soil[J]. World Earthquake Engineering, 2010, 26(6): 247-252.
- [10] KENJI Ishihara. Soil Behavior in Earthquake Geotechnics[M]. New York: Clarendon Press • Oxford, 2003.
- [11] Steven L. Kramer. Geotechnical Earthquake Engineering[M]. New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1996.
- [12] 陈国兴, 谢君斐, 张克绪. 土的动模量和阻尼比的经验估计[J]. 地震工程与工程振动, 1995, 15(1): 73-84.  
CHEN Guoxing, XIE Junfei, ZHANG Kexu. The Empirical

- Evaluation of Soil Modulus and Damping Ratio for Dynamic Analysis[J].Earthquake Engineering and Engineering Vibration,1995,15(1):73-84.
- [13] 孙静,袁晓铭.土的动模量和阻尼比研究述评[J].世界地震工程,2003,19(1):88-95.  
SUN Jing,YUAN Xiaoming.A Stat-of-art of Research on Dynamic Modulus and Damping Ratio of Soils[J].World Earthquake Engineering,2003,19(1):88-95.
- [14] 谢定义.土动力学[M].北京:高等教育出版社,2011.  
XIE Dingyi. Soil Dynamics [M]. Beijing: Higher Education Press,2011.
- [15] 方开泰.实用回归分析[M].北京:科学出版社,1998.  
FANG Kaitai.Practical Regression Analysis[M].Beijing: Science Press,1998.
- [16] 袁晓铭,孙锐,孙静,等.常规土类动剪切模量比和阻尼比试验研究[J].地震工程与工程振动,2000,20(4):133-139.  
YUAN Xiaoming,SUN Rui,SUN Jing, et al.Laboratory Experimental Study on Dynamic Shear Modulus Ratio and Damping Ratio of Soils[J].Earthquake Engineering and Engineering Vibration,2000,20(4):133-139.

(上接第 1117 页)

- [13] 董云,王世宇,黄勇,等.大跨度混凝土悬挑空腹桁架结构地震响应研究[J].贵州大学学报(自然科学版),2014,31(4):88-93.  
DONG Yun,WANG Shiyu,HUANG Yong,et al.The Study of Seismic Response for Long-span Concrete Cantilever Vierendeel Truss Structure[J].Journal of Guizhou University (Natural Science),2014,31(4):88-93.
- [14] 徐伟,董增川,付晓花,等.基于 BP 人工神经网络的河流生态健康预警[J].河海大学学报(自然科学版),2015,43(1):54-59.  
XU Wei,DONG Zengchuan,FU Xiaohua,et al.Early Warning of River Ecosystem Health Based on BP Artificial Neural Networks[J].Journal of Hohai University (Natural Sciences),2015,43(1):54-59.
- [15] 贾胜韬,张福浩,赵阳阳,等.基于政府 GIS 的地震灾害应急系统设计与实现[J].测绘科学,2014,39(5):65-68.  
JIA Shengtao,ZHANG Fuhao,ZHAO Yangyang,et al.Design and Implementation of Earthquake Disaster Emergency System Based on E-governmental GIS[J].Science of Surveying and Mapping,2014,39(5):65-68.
- [16] 撒文奇,张社荣,张连明.基于物联网的大型地下洞室群施工期动态安全评价与预警方法研究[J].岩石力学与工程学报,2014,33(11):2301-2313.  
SA Wenqi,ZHANG Sherong,ZHANG Lianming.Study on Dynamic Safety Evaluation and Early-warning Method for Large-scale Underground Caverns during Construction Period Based on Internet of Things[J].Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2014,33(11):2301-2313.