第 40 卷 第 5 期
2018 年 10 月

地 震 工 程 学 报
CHINA EARTHQUAKE ENGINEERING JOURNAL

Vol. 40 No.5
Oct., 2018

鲁业红,周一一.厂房下柱在垂直动载下的力学响应及稳定性[J].地震工程学报,2018,40(5):904-909.doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2018.05.904

LU Yehong,ZHOU Yiyi.Mechanical Response and Stability of the Lower Column of Mill Buildings under Vertical Dynamic Load[J].China Earthquake Engineering Journal,2018,40(5):904-909.doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2018.05.904

厂房下柱在垂直动载下的力学响应及稳定性

鲁业红, 周一一

(常州工学院 土木建筑工程学院, 江苏 常州 213032)

摘要: 针对单层厂房桥式吊车起吊重物时对排架下柱造成冲击的现状,基于振动力学理论,分析垂直动载环境下吊车梁及下柱体组合体系的振动特征,得到下柱垂直位移的动态响应数学表达式,显示振动位移出现两次突增,其中第一次突增伴随位移方向的突跃性改变,成为下柱的最剧烈振动,整个振动持续时间约 5.5 s。结合具体算例探索相关因素对下柱位移的影响规律,发现增大柱体材质的粘滞系数、弹性模量以及动载衰减系数,可缩短振动时间、降低位移振幅、推迟乃至消除二次位移峰值;而增大起吊重量对振动时间不产生影响,但会使振幅显著增加。在此基础上,以垂直动载对振动系统作功为势函数,采用尖点突变理论建立下柱稳定性状态的判别式,并结合示例阐明通过判别式预测系统稳定时任一参量的方法。

关键词: 下柱; 垂直动载; 位移动态响应; 稳定性判定

中图分类号: TD324 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-0844(2018)05-0904-06

DOI:10.3969/j.issn.1000-0844.2018.05.904

Mechanical Response and Stability of the Lower Column of Mill Buildings under Vertical Dynamic Load

LU Yehong, ZHOU Yiyi

(*School of Civil Engineering & Architecture, Changzhou Institute of Technology, Changzhou 213032, Jiangsu, China*)

Abstract: When bridge cranes lift heavy weights, the load is borne by the lower column of single-storey mill buildings. In view of this fact, the mathematical expression of dynamic response of the lower column's vertical displacement was deduced by analyzing the vibration characteristics of the system composed of the crane beam and lower column under vertical dynamic load. The mathematical expression based on the theory of vibration mechanics showed that the vibration lasts about 5.5 s and that the vertical vibration displacement has two sudden increases. The first sudden increase of displacement is the most severe vibration of the lower column. By specific example, several factors influencing the vibration were researched. The results showed that if we increased the viscosity coefficient and elastic modulus of column material and the attenuation coefficient of dynamic load, then the vibration time is shortened, the displacement amplitude is reduced, and the peak of the second displacement is postponed or eliminated altogether. Increas-

收稿日期: 2017-08-20

基金项目: 国家自然科学基金项目:含有重复性模块空间结构的多目标优化研究(51678082)

第一作者简介: 鲁业红(1972-),男,安徽巢湖人,博士,副教授,研究方向:建筑工程施工管理。E-mail:1070489874@qq.com

ing the lifting weight had no effect on the vibration duration, but did increase the amplitude significantly. On this basis, taking the work of vertical dynamic load as the potential function, the cusp catastrophe theory was used to establish the discriminant formula of the stability state of the lower column, and the method of predicting any parameter in the stable system is illustrated.

Keywords: lower column; vertical dynamic load; dynamic response of displacement; stability judgement

0　引言

单层排架结构厂房在工业生产中得到广泛应用[1]。特别是应重型设备组装生产的要求，厂房需要配备起吊梁来吊运零件、设备等，这就对厂房承载结构的稳定性提出较高要求[2]。目前，厂房排架结构稳定性主要是通过材料特性、结构内力、现场结构变形量及裂缝，并结合设计规范来综合判定，该法虽然直观可靠、使用简便，但对结构变形失稳的机理还缺少精细、深入的认识，尤其是无法对结构在动载下的力学行为作出理性和规律性的分析预测[3-4]。所以，揭示单层排架结构动态响应规律是完善结构稳定性研究的一项理论任务[5]。

研究显示，对于配置起吊梁的排架厂房，排柱是决定厂房结构稳定性的关键构件，其变形特征与所受荷载紧密相关[6]。排柱除承担结构自重等恒载外，还要承受风载、雪载等活载。但频繁作用的活载主要还是来自生产起吊过程中大车的纵向水平制动力、小车的横向水平制动力以及起吊货物的垂直动载[7-8]。其中，垂直动载对排柱的影响是十分突出的，该荷载间歇性地、规律性地通过起吊梁垂直作用在排柱牛腿上，引起排柱下柱的振动，进而影响到整个排柱的稳定[9-10]。现实中工程技术人员常常根据设计规范计算垂直动载，但这仅是按照吊车压轮值作出的简化估算值，对于考虑时间效应的冲击荷载所引起的下柱响应则无法描述。因此，本文将以厂房货物起吊为工程背景，通过力学模型探讨垂直动载作用时排柱下柱的位移响应及其影响因素，分析排柱的稳定性，以期为同类厂房的排柱设计、施工及安全管理提供参考。

1　下柱的动态响应

1.1　下柱振动模型

配有桥式吊车厂房的排柱由上柱和下柱构成，下柱是指从基础顶面至牛腿顶面主要用来承受起吊动载的柱体[11]。如图 1(a)所示，当起吊货物时因制动操作产生的垂直动压力 F 首先作用于吊车梁，并引起吊车梁振动，之后振动通过吊车梁传递至牛腿，进而导致下柱整体出现振动响应。若下柱振动位移值超出设计规范要求的位移限值则认为排柱的稳定性出现问题。为研究这种振动现象，现作如下假设：一是振动系统由吊车梁和下柱组成，它们的质量分别为 m_1 和 m_2；二是视吊车梁与下柱之间的连接为粘弹性连接，连接特性可通过一对并联的弹簧元件和阻尼元件来模拟，元件的弹性模量和粘滞系数分别为 k_1 和 c_1；三是下柱与基础间的连接方式同二，连接元件的弹性模量和粘滞系数分别为 k_2 和 c_2。

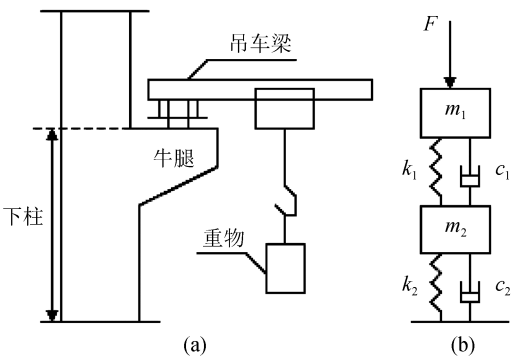


图 1　力学模型示意图

Fig.1　Schematic diagram of the mechanical model

因此，F 作用时下柱的振动系统模型如图 1(b)所示，则振动系统的平衡方程为：

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} c_1 & -c_1 \\ -c_1 & c_1+c_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1+k_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1}$$

式中：x_1 和 x_2 分别为吊车梁和下柱的垂直振动位移。

为研究方便，令 $m_1=m$，$m_2=2m$，$c=(c_1+c_2)/2$，$k=(k_1+k_2)/2$。假设垂直动载服从 $F=f\mathrm{e}^{wt}$ 的函数规律，其中 f 为起吊货物重量，w 为衰减系数。按分离变量法[12-13]，设式(1)的解为：

$$x_1=A_1e^{wt}\sin wt \tag{2}$$

$$x_2=A_2e^{wt}\sin wt \tag{3}$$

式中：A_1 和 A_2 为待定系数。将式(2)(3)以及它们的一、二阶导数代入式(1)中得：

$$A_1=\frac{2fM}{2M^2-N^2},\ A_2=\frac{fN}{2M^2-N^2}$$

式中：$N=cw(\cos wt+\sin wt)+k\sin wt$，

$M=2mw^2\cos wt+cw(\cos wt+\sin wt)+k\sin wt$。

故，下柱的动态位移为：

$$x_1=\frac{2fM}{2M^2-N^2}e^{wt}\sin wt \tag{4}$$

$$x_2=\frac{fN}{2M^2-N^2}e^{wt}\sin wt \tag{5}$$

下面结合具体算例来分析 x_1 和 x_2 的特征。假设下柱为混凝土柱，则取 $m=250$ kg，$c=10$ GP，$k=20$ GPa，垂直动载 $F=10e^{-t}$ kN，则下柱位移随时间的变化规律如图 2 所示。

由图 2 可见，下柱位移在 2.25 s 时出现突变，由 −0.002 5 mm 变为 0.002 9 mm，之后快速减小为 0，而后又在 5.5 s 时出现一次突变，达到 −0.002 6 mm，下柱位移表现出明显的突跃性，从长远看这种不平稳振动会给柱体寿命带来不利影响，但短期内振动的最大位移小于《混凝土设计规范》要求的桥式吊车由地面操作时柱顶位移限值为 1/180 mm 的规定[14]，说明下柱的刚度能满足生产要求。

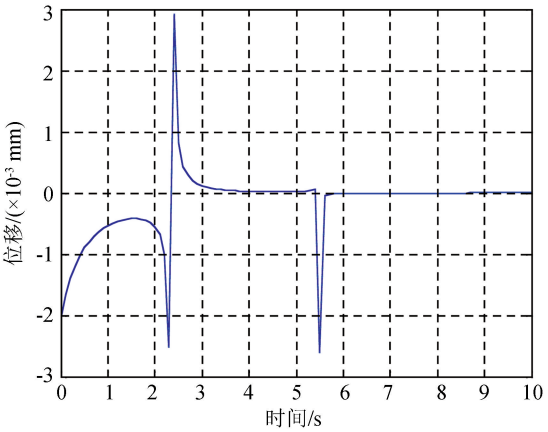
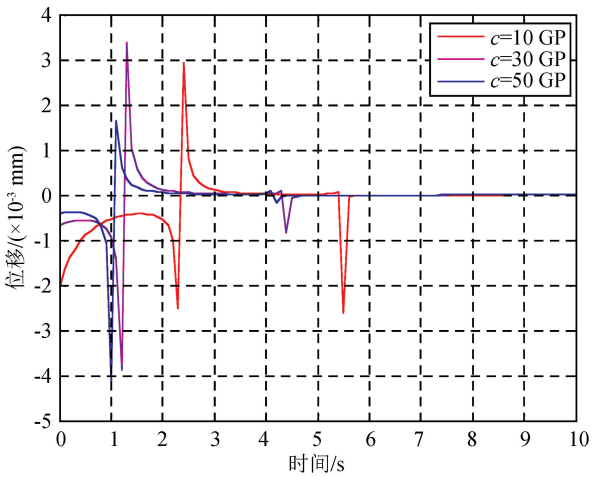


图 2 下柱振动规律

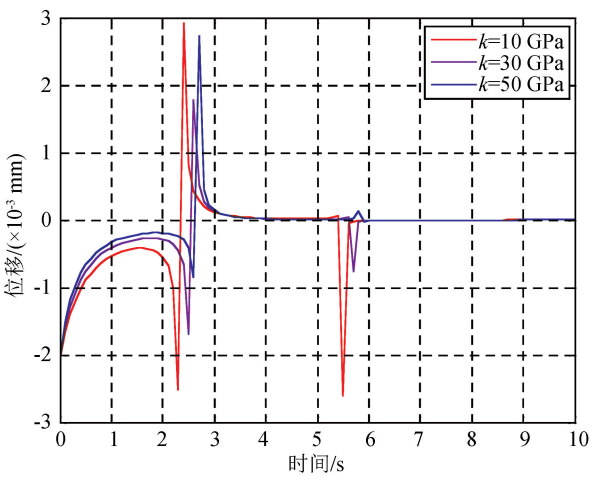
Fig.2 Vibration law of the lower column

1.2 振动参数的影响

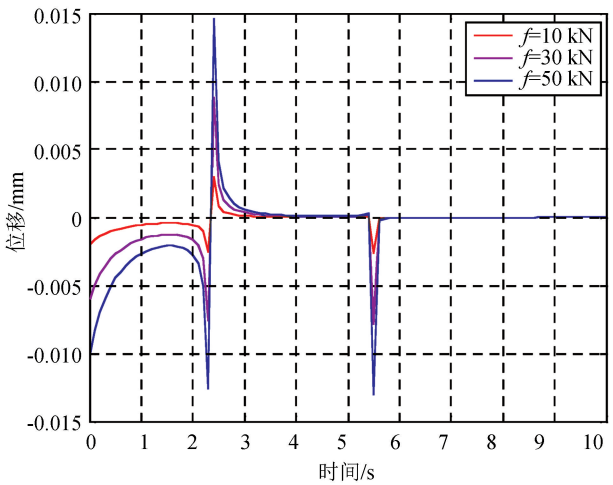
由系统振动模型可知，影响柱体振动的参数有柱体材料的弹性模量 k 和粘滞系数 c、起吊货物重量 f 及动载衰减系数 w。各参数影响规律如图 3 所示。



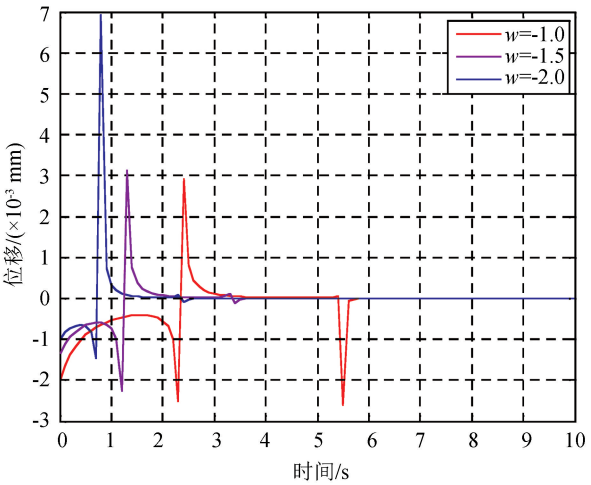
(a) 黏滞系数



(b) 弹性模量



(c) 起吊物重量



(d) 动载衰减系数

图 3 不同参数对下柱振动的影响曲线示意图

Fig.3 Influence of different parameters on the vibration of the lower column

从图 3(c)可见，柱体振动位移随货物重量增加同比例增大，但其振动所持续的时间不随货物重量变化。图 3(c)的位移峰值较图 3(a)和图 3(b)大一个数量级，说明起吊货物重量作为构成垂直活载的主体力源是影响振动强度的主要因素。

动载衰减系数反映了载荷从作用到消失的规律，体现了荷载的冲击特征。图 3(d)显示，随动载衰减系数增大，振动位移峰值迅速减小、二次位移峰值消失，振动时间显著缩短，说明短时间内柱体位移发生明显变化，证明了活载的强冲击性。因此，面对较大冲击力时，需要保证下柱直接受力牛腿的稳定性。由于牛腿特殊的几何形态，垂直力作用点和牛腿根部之间的混凝土承受斜压，所以除按《混凝土设计规范》在牛腿顶面配置纵向受力筋外，还应设置水平箍筋，以便形成骨架和限制斜裂缝展开。水平箍筋直径宜取 6～12 mm，间距为 100～150 mm，且在牛腿有效高度的三分之二范围内水平箍筋截面积不小于纵向受拉截面积。另外，还可以考虑采取诸如加大牛腿受压面积、提高混凝土强度等级等措施来提高牛腿的强度和刚度。

2　下柱稳定性判定

下柱振动情形是受多因素共同控制的结果，并且振动位移的方向和大小出现骤然改变的情况，透露出系统发生突变的可能性。所以，可借助尖点突变理论分析下柱稳定性。

2.1　尖点突变理论

尖点突变理论是研究多个参数变化时平衡点附近的状态分叉。突变是系统的整体性质，一般用表征系统全局性质的势函数来研究[15]。设势函数为最高 4 次幂函数，即：

$$V(y)=y^4+\alpha_1 y^2+\alpha_2 y \tag{6}$$

在该系统中有一个变量 y 与两个控制参数 α_1 和 α_2。由系统突变的约束条件知：

$$\frac{\partial V}{\partial y}=4y^3+2\alpha_1 y+\alpha_2=0$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}=12y^2+\alpha_1=0$$

从上式可得系统的定态判别式：

$$\Delta=9\alpha_1^3+27\alpha_2^2 \tag{7}$$

当 $\Delta=0$，系统为临界状态；$\Delta>0$，系统为稳定状态；$\Delta<0$，系统为非稳定状态。

2.2　下柱稳定性判别式

把作用力 F 对 m_1 做功的能量当作振动系统的势函数 u，并将其按泰勒 4 阶级数展开：

$$u=fe^{wt}\cdot x_1=Rt^4+\frac{4w^2R_0+R_5}{R_1}t^2+\frac{2wR_0}{R_1}t$$

式中：

$$R=\frac{2wR_5}{R_1}-\frac{4R_0R_4}{R_1R_3}-\frac{2w^4R_0}{R_1}+\frac{2R_2R_6}{R_1{R_3}^2}+\frac{8w^4R_0}{3R_1}-\frac{2R_0R_7}{wR_1R_3}-\frac{fw^3(cw+k)}{3R_1}+\frac{2fR_4R_6}{wR_1{R_3}^2}-\frac{fR_2R_8}{wR_1{R_3}^3}$$

$$R_0=f(2mw+c)$$

$$R_1=2(2mw^2+cw)^2-(cw)^2$$

$$R_2=4(2mw^2+cw)(cw^2+kw)-2cw(cw^2+kw)$$

$$R_3=8m^2w^2+8mcw+c^2$$

$$R_4=(^cw^2+kw)2+c^2w^4-4(2mw^2+cw)(mw^4+0.5cw^3)$$

$$R_5=2fw(cw+k)-\frac{2f(2mw+c)R_2}{wR_3}$$

$$R_6=2f(cw+k)(8m^2w^2+4mcw+c^2)$$

$$R_7=-\frac{4}{3}w^4(cw+k)(4mw+c)$$

$$R_8=R_8(1)+R_8(2)+R_8(3)$$

$$R_8^{(1)}=192kcw^4m^3+384w^5m^3c^2+128w^7m^5+96kc^2w^3m^2+24kc^3w^2m$$

$$R_8^{(2)}=48k^2m^2w^2c+96k^2m^3w^3+12k^2mwc^2+320w^6m^4c+160w^4m^2c^3$$

$$R_8^{(3)}=4kc^4w+30w^3mc^4+3w^2c^5+2k^2c^3$$

令 $t=\frac{y}{\sqrt[4]{R}}$，将 u 构造成式(6)的表达形式：

$$u=y^4+\frac{4w^2R_0+R_5}{R_1\sqrt{R}}y^2+\frac{2wR_0}{R_1\sqrt[4]{R}}y$$

可得到：

$$\alpha_1=\frac{4w^2R_0+R_5}{R_1\sqrt{R}},\alpha_2=\frac{2wR_0}{R_1\sqrt[4]{R}}$$

则可按式(7)写出下柱振动系统的状态判别式。可见，下柱能否稳定有赖于 m、c、k、f 以及 w 的有机“组合”，即其中一个因素发生变化，其他因素中至少有一个会随之变化，以便形成新的系统平衡“组合”，保证下柱振动系统不发生突变失稳。

下面通过具体算例来说明判别式的应用。给出下柱的 3 种工况(表 1)，通过判别式来预测柱体在垂直动载环境下保持稳定时弹性模量的取值，结果见图 4。

表 1 工况参数

Table 1 Parameters for different working conditions

工况	m/kg	c/GPa	f/kN	w
1	250	10	10	−1.0
2	350	20	20	−1.5
3	450	30	30	−2.0

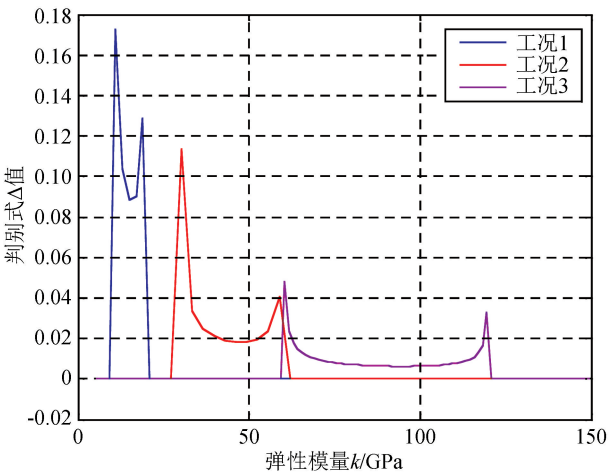


图 4 动载衰减系数对下柱振动的影响

Fig.4 Influence of attenuation coefficient on the vibration of the lower column under dynamic load

图 4 显示了下柱振动状态判别式 Δ 数值随弹性模量 k 变化的情况。图中 Δ>0 时所对应的 k 的区间范围即是能满足柱体稳定的弹性模量取值。因此，保证柱体在工况 1、工况 2 和工况 3 下不失稳的弹性模量分别是 9～21 GPa、27～62 GPa 和 59～121 GPa。同理，利用判别式还可以预测粘滞系数等参数的取值，不再赘述。

3 结论

通过分析单层厂房下柱在垂直活载扰动下的振动特征，得到如下结论：

(1) 建立了单层排架结构厂房起吊梁支撑柱受垂直动载作用的双自由度系统振动模型，并得到下柱垂直位移响应表达式，通过算例显示位移随时间变化有两次突变，之后迅速衰减至零，位移峰值可作为相关设计规范柱顶位移限值的参考。

(2) 柱体振动耗时随粘滞系数和动载衰减系数的增大而缩短；随弹性模量增大而延长；不随起吊物重量增加而变化。振动位移峰值与粘滞系数、弹性模量及动载衰减系数成负相关；与起吊物重量成正相关。

(3) 基于尖点突变理论，建立了下柱稳定性状态的判别式，显示各因素的平衡“组合”是保证下柱振动系统稳定的原因，并结合具体工况利用判别式对稳态下的弹性模量取值进行了预测。

参考文献(References)

[1] 于翔.地下建筑结构应充分考虑抗震问题：1995 年阪神地震破坏的启示[J].工程抗震，2002(4)：17-20.
YU Xiang. Underground Structures Arc Always Considered Possessing Well Anti-seismic Capability; Revelation of 1995 Hyogoken-Nambu Earthquake[J].Earthquake Resistant Engineering，2002(4)：17-20.

[2] 徐吉民，高向宇，郗浩博.火电厂钢框排架-支撑结构抗震性能试验研究[J].土木工程学报，2017，50(11)：57-64.
XU Jimin，GAO Xiangyu，XI Haobo. Experimental Investigation on Seismic Performance of Steel Frame-Bent Structures with Braces in Thermal Power Plants[J].China Civil Engineering Journal，2017，50(11)：57-64.

[3] THOMSOM W T.Theory of Vibration with Applicationa[M]. New Jersey：McGraw-Hill Inc，1972.

[4] LIU Haifeng，YANG Weiwu，NING Jianguo.Dynamic Mechanical Behavior of Reinforced Concrete[J]. Advanced Materials Research，2011，168-170：139-142.

[5] LIU Haifeng，NING Jianguo.Constitutive Model for Concrete Subjected to Impact Loading[J].Journal of Southeast University (English Edition)，2012，28(1)：79-84.

[6] 杜修力，金浏.界面过渡区对混凝土动态力学行为影响分析[J].地震工程与工程振动，2015，35(1)：11-19.
DU Xiuli，JIN Liu.Effect of the Interfacial Transition Zone on the Dynamic Macroscopic Mechanical Behavior of Concrete[J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics，2015，35(1)：11-19.

[7] 胡时胜，王道荣，刘剑飞.混凝土材料动态力学性能的实验研究[J].工程力学，2001，18(5)：115-118.
HU Shisheng，WANG Daorong，LIU Jianfei. Experimental Study of Dynamic Mechanical Behavior of Concrete[J].Journal of Engineering Mechanics，2001，18(5)：115-118.

[8] LEE H P. Dynamic Response of a Beam Intermediate Point Constrains Subject to a Moving Load[J].Journal of Sound and Vibration，1994，171(3)：361-368.

[9] 符川.框架结构采用调频液阻尼器的设计方法研究[J].振动与冲击，2018，37(1)：196-202.
FU Chuan. Design Method for Tune Liquid Column Dampers [J].Journal of Vibration and Shock，2018，37(1)：196-202.

[10] 戴靠山，李伯维，王健泽.大型钢支撑框排架结构火电厂的弹塑性分析[J].土木工程学报，2016，49(增刊 2)：114-119.
DAI Kaoshan，LI Bowei，WANG Jianze.Elasto-plastic Analysis of a Large Braced Frame Steel Power Plant Structure[J]. China Civil Engineering Journal，2016，49(Supp2)：114-119.

[11] 沈毅，郭阳照.建筑结构中抗震分析模型的优化研究[J].地震

工程学报，2018，40(3)：490-496.

SHEN Yi，GUO Yangzhao. Optimization Research on a Seismic Analysis Model of Building Structures[J]. China Earthquake Engineering Journal，2018，40(3)：490-496.

[12] 程麦理，李青宁，苗如松.强震作用下超高桥墩动力稳定性理论研究[J].地震工程学报，2016，38(3)：360-365.

CHENG Maili，LI Qingning，MIAO Rusong. Theoretical Study on the Dynamic Stability of Super-high Bridge Piers under Strong Earthquakes[J]. China Earthquake Engineering Journal，2016，38(3)：360-365.

[13] 梁昆淼.数学物理方法[M].北京：高等教育出版社，2010：356-368.

LIANG Kunmaio. Methods of Mathematical Physics[M]. Beijing：Higher Education Press，2010：356-368.

[14] 吴涛，白国良，刘伯权.大型火力发电厂钢筋混凝土框排架主厂房结构抗震性能试验研究[J].建筑结构学报，2007，28(3)：46-52.

WU Tao，BAI Guoliang，LIU Boquan. Experimental Study on Seismic Behavior of RC Frame-Bent Structure of a Large-scale Power Plant[J]. Journal of Building Structures，2007，28(3)：46-52.

[15] 姜永东，鲜学福，易俊.边坡失稳的尖点突变模型研究[J].重庆建筑大学学报，2008(1)：40-43.

JIANG Yongdong，XIAN Xuefu，YI Jun. Study on Cusp Catastrophe Mutation of Slope Destability [J]. Journal of Chongqing Jianzhu University，2008(1)：40-43.