

王前锋.考虑时间约束的地震救灾数学模型设计与实现[J].地震工程学报,2018,40(4):853-858.doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2018.04.853

WANG Qianfeng.Design and Implementation of a Mathematical Model for Earthquake Disaster Rescue Considering Time Constraint[J].China Earthquake Engineering Journal,2018,40(4):853-858.doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2018.04.853

考虑时间约束的地震救灾数学模型设计与实现

王前锋

(河南经贸职业学院工程经济学院,河南 郑州 450000)

摘要: 在地震救灾方面,针对信息实时更新的地震救灾数学模型,为了满足不同受灾点的物资需求,增加了出救点数量以及配送时间,以此来保证地震救援物资需求的满足度,提高了应急响应水平。结合地震救灾特点,设计了一种考虑时间约束的地震救灾数学模型。该模型在地震救灾物资需求预测部分,分析影响地震救灾物资需求量的主要因素,构建地震救灾物资需求量计算模型,对影响地震救灾物资需求量的主要因素构建隶属度函数,给出基于模糊综合评判的地震救灾物资需求分级模型。其次,考虑时间约束以及需求不确定等方面,构建考虑时间约束的地震救灾多目标优化数学模型,并给出求解模型。实验结果表明,该模型减少了救灾物资到达受灾点的延迟时间,可在满足时间约束的条件下提高物资需求满足率。

关键词: 时间约束;地震救灾;模糊综合评判;应急响应;多目标优化数学模型

中图分类号: TP393; P315.9

文献标志码: A

文章编号: 1000-0844(2018)04-0853-06

DOI: 10.3969/j.issn.1000-0844.2018.04.853

Design and Implementation of a Mathematical Model for Earthquake Disaster Rescue Considering Time Constraint

WANG Qianfeng

(School of Engineering Economics, Henan Institute of Economics and Trade, Zhengzhou 450000, Henan, China)

Abstract: The demand of earthquake relief materials for different disaster sites can be met by utilizing a mathematical model of earthquake disaster relief based on real-time updating of information to optimize the number of rescue points and delivery time. According to the characteristics of earthquake disaster relief, this paper presents the design and implementation of a mathematical model for earthquake disaster relief that considers time. First, the main factors affecting the demand of earthquake relief materials are analyzed by using the model to forecast the demand, and then the model for calculating the demand for earthquake relief materials is constructed, and the model for grading earthquake relief materials demand based on fuzzy comprehensive evaluation is established. Second, considering time constraint and uncertain demand, the earthquake relief materials are studied and a multi-objective optimization mathematical model of earthquake disaster relief which considers time constraints is constructed. The experimental results show that the

收稿日期: 2017-08-20

基金项目: 河南省自然科学基金研究项目(163400510331);2015年河南省科技厅软科学项目(15240041047)

作者简介: 王前锋(1981—),男,河南漯河人,硕士,讲师,研究方向为数学建模、运筹学。E-mail:280286281@qq.com。

model can reduce the delay to reach the disaster site and improve the material demand satisfaction rate while meeting the time constraints.

Keywords: time constraint; earthquake relief; fuzzy comprehensive evaluation; emergency response; multi-objective optimization mathematical model

0 引言

尽管当前科技对于自然灾害的预报已具备相当水平,但突发性的、局部范围的自然灾害事件仍有发生,严重时造成了大量的人员伤亡以及财产损失^[1-2]。地震灾害发生后,受灾地区储备的物资数量以及种类有限,灾区人民对于救灾物资的需求非常迫切^[3]。如何在最短时间内,合理规划地震救灾物资配送路线,采用多种应急配送车辆将地震救灾物资、严重伤员以最短时间送达至受灾需求点和邻近区域医疗点成为当前地震救灾工作研究的重点^[4]。

目前国内已有很多针对地震救灾应急管理的研究,例如刘舒悦等人^[5]提出一种基于信息实时更新的地震救灾数学模型。将地震救援过程依据灾情数据获知等级分为黑箱期与灰箱期。在黑箱期阶段依据地震灾情数据获得相应的离散数据集,对其进行规划建模,在灰箱期阶段通过获知震害指数更新不同受灾点对应的物资需求,计算出地震救援物资的未满足度,以计算结果决定是否执行新一轮物资配送,采用数学规划求解地震救灾物资配送方案。为满足不同受灾点对应的物资需求,该方法增加了配送时间,以此保证地震救援物资需求的满足度,但在一定程度上损失了应急救援时间。针对此数学模型存在的问题,本文设计了一种考虑时间约束的地震救灾数学模型。并通过实证分析,验证了地震救灾数学模型的综合有效性。

1 考虑时间约束的地震救灾数学模型设计

首先对地震救灾物资需求特性进行分析,在地震救灾物资需求预测部分,分析影响地震救灾物资需求量的主要因素,构建地震救灾物资需求量计算模型,并对影响地震救灾物资需求量的主要因素构建隶属度函数,给出基于模糊综合评判的地震救灾物资需求分级模型。其次,考虑时间约束以及需求不确定等方面对地震救灾物资调度的影响,构建考虑时间约束的地震救灾多目标调度模型,并给出了求解模型。

1.1 地震救灾物资需求预测与分级

地震救灾物资需求量与灾害的种类、受灾人数、

地震灾害发生的位置以及物资种类相关,设计模型,用下式表示:

$$\Gamma = f(\zeta, \alpha, \beta, \phi) \quad (1)$$

式中: Γ 表示地震救灾物资需求总量; ζ 表示地震灾害种类影响因子; α 表示地震发生后受灾人数; β 表示地震地区系数; ϕ 表示地震救灾种类影响因子。依据地震救灾物资需求的特点^[6],将模糊综合评判模型^[7]构建为适用地震救灾物资分级、能描述实际地震救灾物资需求量的分级模糊评判模型,给定两个论域:

$$U = \{u_1, \dots, u_m\} \quad (2)$$

$$V = \{v_1, \dots, v_m\} \quad (3)$$

式中: U 用于描述地震救灾物资需求分级综合评判因素构成的集合; V 表示物资需求分级中评判因素决策评语构成的集合,考虑评判因素集合 U 中的因素 u_i ,将其作为单因素评判,从地震救灾物资需求分级评判因素 u_i 考虑此物资对决策评语 v_j 的隶属度 r_{ij} ,利用下式给出第 i 个因素 u_i 相应的单因素评判集 r_i :

$$r_i = \{r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{in}\} \quad (4)$$

模糊矩阵 R 由 m 个考虑因素的评判构成,各个因素在评判过程中的作用不同, w'_m 可描述为地震救灾物资需求分级综合评判因素集合 U 的重要度模糊子集:

$$w' = \{w'_1, \dots, w'_m\} \quad (5)$$

假设,评判因素模糊子集 w' 以及模糊矩阵 R 为已知,可将这两项进行模糊变换实现综合评判,即:

$$\tilde{B} = w' \vee R = \wedge \{b_1, \dots, b_n\} \quad (6)$$

其中: $\vee$ 和 $\wedge$ 分别用于描述最大、最小算子, $\tilde{B}$ 表示地震救灾物资需求分级决策评语集上 V 相应的等级模糊子集,获得 $\tilde{B}$ 后,则可依据最大隶属原则^[8]确定地震救灾物资需求类别。将 u_1, u_2 定义为地震救灾物资的重要性和时效性, u_3 表示地震救灾物资缺口度,由于不同的影响因素在地震救灾物资需求等级划分中所处的地位以及作用不同,分配其权值 $w' = \{w'_1, \dots, w'_3\}$,对物资需求分级综合评判因素集合 U 中的因素依据某种特性进行排序,给定一组元素 (u_i, u_j) ,在 u_i 和 u_j 的二元对比中,需要满足:

$$0 \leq f_{u_j}(u_i), f_{u_j}(u_j) \leq 1 \quad (7)$$

其中: $f_{u_j}(u_i)$ 和 $f_{u_j}(u_j)$ 分别表示某种特性的绝对度量,由此构建物资需求分级综合评判因素二元相对比较级重要度矩阵:

$$Z = \begin{Bmatrix} 1 & f_{u_2}(u_1) & \cdots & f_{u_m}(u_1) \\ & & & \cdots \\ f_{u_2}(u_m) & f_{u_2}(u_m) & \cdots & 1 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

地震救灾需求分级综合评判因素重要度矩阵构建的关键是确定矩阵中各元素 $f_{u_m}(u_i)$,通过上式确定地震救灾需求分级综合评判因素重要度矩阵基本元素后,对此矩阵进行简化,则有:

$$f(u_i/u_j) = f_{u_j}(u_i) / \max\{f_{u_i}(u_j), f_{u_j}(u_i)\} \quad (9)$$

将 $f(u_i/u_j)$ 作为地震救灾需求分级综合评判因素构建矩阵,设定 $f(u_i/u_j) = 1$,将此矩阵描述为相及矩阵 A ,在此矩阵中,各行选取最小值,利用下式表示各个地震救灾需求分级综合评判因素的相对权重为:

$$w_i = \bigwedge_{j=1}^m f(u_i/u_j) \quad (10)$$

式中: w_i 表示 u_i 相应的相对权重,进行归一化处理,可得:

$$w'_i = w_i / \sum_{k=1}^m w_k \quad (11)$$

则地震救灾需求分级综合评判因素的相对权重可描述为 $\tilde{w}' = \{w'_1, \dots, w'_m\}$ 。

1.2 考虑时间约束的地震救灾多目标调度模型

基于地震救灾应急的特殊性,在选取物资调度方案中,需要在最短时间内满足地震受灾地区人民的需求,将“应急开始时间最早”作为地震救灾应急物资调度的第一目标,在考虑时间约束的地震救灾应急系统中,共有 n 个出救点 $A_1, \dots, A_n$,一个救灾应急点 A' ,在突发地震灾害中,应急点 A' 共需要 m' 种救灾物资, $x_1, \dots, x_{m'}$ 表示相应的物资需求量, x_{ij} 表征第 i 个出救点对地震救灾物资第 j 种资源的存储量, x'_{ij} 表示相应的供应量, t_{ij} 表示从出救点 A_i 运输至应急点 A' 需要的运输时间,给出一个考虑时间约束的地震救灾调度方案,使其在满足地震救灾物资需求的情况下,应急开始时间为最早,同时出救点的数目也尽可能减少,将其中一种可行的调度方案 ϕ 描述为 $\phi = \{\phi_1, \dots, \phi_{m'}\}$, $\phi_j = \{(A_{d1}, x'_{d2j}), \dots, (A_{dk}, x'_{dkj})\}$ 表示对第 j 种救灾物资的调度策略, $\sum_{i=1}^k x'_{dj} = x_j$ 用于描述从 n 个地震救灾出救

点中选取 $d_1, \dots, d_k$ 个出救点来提供第 j 种救灾物资参加应急, $x'_{dj}, \dots, x'_{dkj}$ 表示提供的资源数量。 $x_j(\phi_j)$ 用于描述各种地震救灾应急资源调度机制的集合,其中一种调度方案相应的救灾物资数量表示为:

$$x_j(\phi_j) = \sum_{i=1}^k x'_{d,j} \quad (12)$$

地震灾害发生时,通常情况下依据专家先验知识^[9] 给定一个确定的地震救灾应急物资数量,采用拟梯形模糊数^[10] $\tilde{x}_j$ 来描述确定的地震救灾物资数量 x_j 相应的模糊集合:

$$\mu_{\tilde{x}_j}(x_j) = \begin{cases} f(x_j), & a_j \leq x_j \leq b_j \\ g(x_j), & c_j \leq x_j \leq d_j \end{cases} \quad (13)$$

其中: $f(x_j)$ 用于描述该模糊集合中的递增函数; $g(x_j)$ 表示递减函数,当地震救灾物资数量在 b_j 与 c_j 之间时,达到的满意度为 1,当救灾物资供应数量失衡时会导致救灾需求的不足或浪费,满意度降低,对于一个地震救灾应急方案, $\mu_{\tilde{x}_j}(x_j)$ 可表示为某一应急点对第 j 种资源的需求约束满意度, $\mu_{\tilde{x}}(x)$ 表示整体地震救灾应急点资源需求的约束满意度,用下式表示:

$$\mu_{\tilde{x}}(x) = \sum_{j=1}^{m'} w_j \mu_{\tilde{x}_j}(x_j) \quad (14)$$

地震救灾数学模型的构建应使救灾应急开始时间尽可能早,利用拟右梯形模糊数 $\tilde{t}$ 来描述地震救灾应急开始时间满意度的模糊集合,该集合中的模糊数表示救灾应急开始时间越早越能够满足应急时间要求:

$$\mu_{\tilde{t}}(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq e \\ z(t), & e \leq t \leq f \\ 0, & f \leq t \end{cases} \quad (15)$$

式中: $z(t)$ 表示为递减函数,从整体上分析 $\mu_{\tilde{t}}(t)$ 也为关于 t 的递减函数, $\mu_{\tilde{t}}(T(\phi))$ 可描述为地震救灾应急方案 ϕ 的时间约束满意度。

通过上述的模糊集,可描述 x 上相应的地震救灾应急模糊决策集 D ,其相应的隶属度函数 $\mu_D(\phi)$ 可通过加权模型描述:

$$\mu_D(\phi) = \lambda \sum_{j=1}^{m'} w_j \mu_{\tilde{x}_j}(x_j(\phi)) + (1 - \lambda) \mu_{\tilde{t}}(T(\phi)) \quad (16)$$

其中, λ 和 $1 - \lambda$ 分别用于描述地震救灾应急需求约束满意度以及时间约束满意度对应的权值, w_j 表示第 j 种地震救灾物资的重要性权值,可将优化问题

转换为以下问题：

$$\max\left(\lambda \sum_{j=1}^{m'} w_j \mu_{x_j}(x_j(\phi)) + (1-\lambda) \mu_i(T(\phi))\right) \quad (17)$$

考虑到 $T(\phi) \in \{t_1, \cdots, t_n\}$, 给定 $T(\phi)$ 各个有可能的取值, 对地震救灾应急需求约束进行优化, 由于地震灾害突发时, 救灾物资需求数量以及应急开始时间具有不确定性^[11,12], 则可将地震救灾多目标调度模型转换为:

$$\begin{aligned} \max & \left\{ \lambda \sum_{j=1}^{m'} w_j \mu_{x_j}(x_j(\phi)) + (1-\lambda) \mu_i(T(\phi)) \right\} \\ \text{s.t. } & \{ \phi \in x, T(\phi) \leq t_{m'} \} \end{aligned} \quad (18)$$

式(18)即为需求不确定的地震救灾应急多目标数学模型。

以上给出的问题要求在地震救灾应急限期内 $t_{m'}$ (救灾应急开始时间不大于 $t_{m'}$), 给出满足地震救灾需求约束的最大满意度方案。

对上述模型的求解过程如下:

- (1) 设定 $n' = 1$ 。
- (2) 假设满足 $n' > n$ 转式(3), 不满足则对第 j 种地震救灾资源 X_j 依据从大到小对 $x_{1j}, \cdots, x_{n'j}$ 进行排序, 获得序列 $x_{k_{1j}}, \cdots, x_{k_{qj}}$, 并计算出序列 $x_{k_{1j}}, \cdots, x_{k_{qj}}$ 相对于 b_j 的临界下标 p_j 。假设存在 p_j , 则设定 $\phi_j = \{(A_{k_1}, x_{k_{1j}}), \cdots, (A_{k_{p_j}}, x_{k_{p_jj}} - x_{k_{1j}})\}$, 假设不存在 p_j , 则设定 $\phi_j = \{(A_{k_1}, x_{k_{1j}}), \cdots, (A_{k_{p_j=1}}, x_{k_{p_j=1j}})\}$, 转至式(2)。

(3) 求解式(19)给出的问题优化策略:

$$\max \lambda \mu_x(x(\phi_{m'})) + (1-\lambda) \mu_x(T(\phi_{m'})) \quad (19)$$

假设, 上式给出的可行解不唯一, 则选取地震救灾出救点数量最少的救灾方案, 此方案则为所求考虑时间约束的地震救灾最优方案。

2 实验

为了验证本文所设计考虑时间约束的地震救灾数学模型的有效性, 选取一个案例进行实验。案例发生在某地区冬季早上 5 点, 将时间划分为 5 个阶段, 各个阶段时长为 25 min。在不同地区中设立 5 个救灾中心, 各个阶段内可征集车辆数为 2 辆, 在规定阶段对各个地震受灾点对两类救灾物资的需求情况以及不同阶段内对两类救灾物资的供应量见表 1 和表 2 所列。表中, 受灾点分别表示为 A、B、C、D、E, U 表示地震救灾物资种类[W1 表示 W 类(t), F1

表示 F 类(t)]; T1、T2、T3、T4、T5 分别表示天数。假设地震救灾过程中两类救灾物资的需求未满足, 由此产生的惩罚成本系数见表 3 所列。

表 1 不同受灾点对 W、F 两类救灾物资的需求量

Table 1	Demand of W and F in different disaster places				
U	A	B	C	D	E
W1(t)	75	55	65	35	85
F1(t)	30	25	20	15	15

表 2 不同受灾点对 W、F 两类救灾物资的供应量

Table 2	Supply of W and F in different disaster places				
U	T1	T2	T3	T4	T5
W1(t)	115	145	195	195	195
F1(t)	70	105	125	120	115

表 3 惩罚成本系数

Table 3	Penalty cost coefficients				
U	T1	T2	T3	T4	T5
W1(t)	4	7	10	10	10
F1(t)	5	5	5	5	5

本文设计的地震救灾数学模型的求解借助了 GAMS 建模软件, 利用 GAMS 模型有效求解考虑时间约束的地震救灾数学模型的整数规划问题, 结构图如图 1 所示。通过 1.2 节给出的求解模型, 获得地震救灾物资配送的路径共有 12 条, 救灾物资配送路径的行程时间以及成本见表 4 所列。

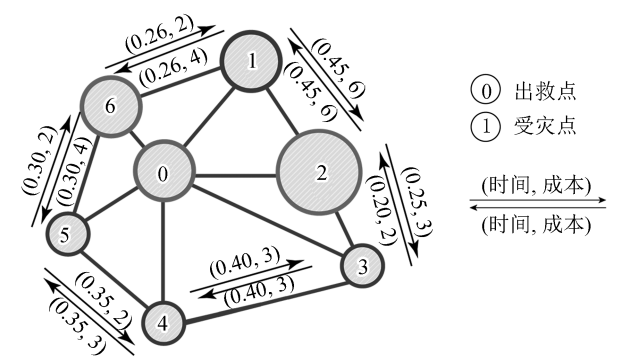


图 1 单配送中心多受灾点物资配送结构

Fig.1 Supply distribution structure from single distribution center to multiple disaster places

表 4 救灾物资配送可行路径以及时间和运输成本

Table 4	Feasible path of relief materials distribution and the costs of time and transport				
路径	时间/h	成本/辆	路径	时间/h	成本/辆
0—1	0.32	3	1—2	0.45	6
0—2	0.30	3	2—3	0.23	3
0—3	0.45	6	3—4	0.40	3
0—4	0.40	5	4—5	0.35	3
0—5	0.35	4	5—6	0.30	4
0—6	0.20	2	6—1	0.26	3

通过上述实验数据对本文设计的考虑时间约束的地震救灾数学模型进行求解。通过一系列目标求解后,获得该问题的一个解集如图 2 所示。横坐标用于描述成本目标(出救点数量最少),纵坐标表示时间目标(运送时间最小化)的取值,各个点表示一个满足地震救灾数学模型的最优配送方案,决策者可以依据实际地震救灾的条件和需求权衡多个目标,由此选取合适方案。

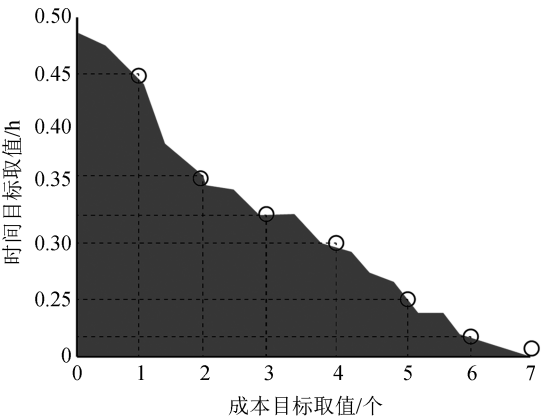
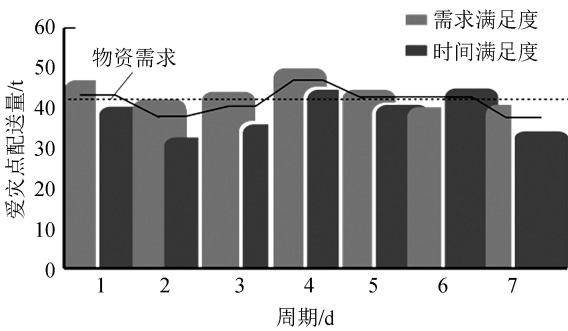


图 2 模型的最优解集

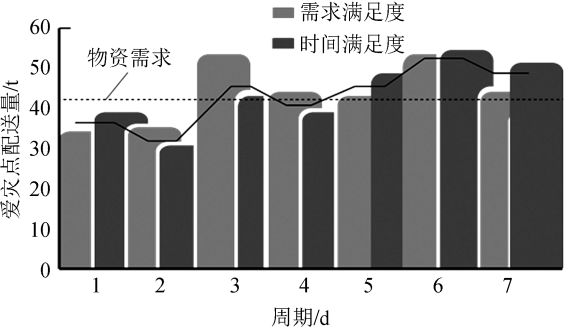
Fig.2 Optimal solution set of the model

图 2 中考虑到时间约束问题,应选取时间目标取值最小,成本目标取值也最小的最优方案,可以看出当时间为 0.32 h 时,成本目标取值为 3 时,地震救灾配送方案为最优,两者均衡目标也可达到最大化。通常情况下,在地震应急救援过程中,需要适当调节地震救灾配送成本,决策者需要依据出救点以及应急点的实际情况在可选取的决策中进行选取。最理想的情况是充分利用了现存的物资,同时使地震救灾的运送时间为最小,从图示结果上看本文设计的地震救灾数学模型达到了降低地震救灾配送成本以及配送时间的目标。

图 3 给出了本文模型和文献[5]模型对各个地震受灾节点 W 类地震救灾物资需求的满足情况,从图 3 中可以看出,文献[5]模型为了满足不同受灾点对应的物资需求,增加了配送时间,以此来保证地震救援物资需求的满足度,而本文模型对于 W 类地震救灾物资各个周期需求满足度的差异达到了最小化,在保证 W 类物资在各个周期均可及时供应的情况下尽可能在最短时间内完全满足,说明本文模型可在时间约束条件下,有限地满足地震救灾物资需求,验证了所设计的地震救灾数学模型的综合有效性。



(a) 本文模型对于W类物资需求的满足情况



(b) 文献[5]模型对于W类物资需求的满足情况

图 3 不同模型对于 W 类物资需求的满足情况

Fig.3 Satisfaction of different models to the demand of W

3 结束语

本文依据地震灾情情况设计了考虑时间约束的地震救灾数学模型,其通用性较强,所构建的地震救灾数学模型可以直接反映所要研究的问题。通过实证分析,考虑到地震救灾数学模型参数对实验结果的影响,可在时间约束条件下,有限地满足地震救灾物资需求,证明了本文设计的考虑时间约束的地震救灾数学模型的有效性。

参考文献(References)

[1] 王桐远,张军,张琳,等.基于连续区间灰数 Verhulst 模型的地

震救援药品需求预测研究[J].数学的实践与认识,2015,45(7):169-175.
WANG Tongyuan,ZHANG Jun,ZHANG Lin,et al.Study on Drug Demand Forecasting Based on Interval Grey Number Verhulst Model During Post-earthquake[J].Mathematics in Practice and Theory,2015,45(7):169-175.
[2] 周荣辅,王涛,王英.地震应急救援队伍派遣及道路重建联合规划模型[J].西南交通大学学报,2017,52(2):303-308.
ZHOU Rongfu,WANG Tao,WANG Ying.United Programming Model for Dispatch of Emergency Rescue Teams and Road Reconstruction under Earthquake Disaster[J].Journal of Southwest Jiaotong University,2017,52(2):303-308.
[3] 唐伟勤,邹丽,郭其云,等.应急初期物资调度的灰色多目标规

- 划模型[J].中国安全科学学报,2016,26(4):155-160.
- TANG Weiqin, ZOU Li, GUO Qiyun, et al. Grey Multi-objective Programming Model for Emergency Material Dispatching in Initial Stage of Emergency[J]. China Safety Science Journal, 2016, 26(4): 155-160.
- [4] 葛敏,陈晓平,吴凤平.基于受灾人员损失的应急资源网络多周期配置[J].北京理工大学学报(社会科学版),2017,19(4): 105-114.
- GE Min, CHEN Xiaoping, WU Fengping. Disaster Chain, Loss of Victims in the Disaster and Multi-period Allocation of Complex Emergency Resources Networks[J]. Journal of Beijing Institute of Technology (Social Sciences Edition), 2017, 19(4): 105-114.
- [5] 薛芸.Ⅷ度抗震设防下牧区居住建筑节能技术研究[J].地震工程学报,2018,40(1):60-65.
- XUE Yun. Research on Energy Saving Technology of Residential Buildings in Pastoral Area under Seven Degree Seismic Fortification[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2018, 40(1): 60-65.
- [6] 王海军,杜丽敬,马士华.震后应急物流系统中双目标开放式选址:路径问题模型与算法研究[J].管理工程学报,2016,30(2): 108-115.
- WANG Haijun, DU Lijing, MA Shihua. Model and Algorithms for Integrated Open Location and Routing Problem in Emergency Logistics under Earthquake[J]. Journal of Industrial Engineering and Engineering Management, 2016, 30(2): 108-115.
- [7] 刘桂,吴京.屈曲约束支撑刚度与屈服力匹配关系研究[J].世界地震工程,2013,29(2):138-144.
- LIU Gui WU Jing. Research on Matching Relationship Between Stiffness and Yield Capacity of Buckling Restrained Brace[J]. World Earthquake Engineering, 2013, 29(2): 138-144.
- [8] 曾瑞,王英彦,张伟超.地震应急测绘信息智能综合处理技术研究[J].地震工程学报,2018,40(2):363-368.
- ZENG Rui, WANG Yingyan, ZHANG Weichao. Intelligent Comprehensive Processing Technology of Earthquake Emergency Surveying and Mapping Information[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2018, 40(2): 363-368.
- [9] 李丽,屈海龙,王君.灾区应急医疗设置及救援方式优化仿真研究[J].计算机仿真,2017,34(3):332-335.
- LI Li, QU Hailong, WANG Jun. Simulation Research on Optimization of Emergency Medical Setting and Rescue Mode in Disaster Area[J]. Computer Simulation, 2017, 34(3): 332-335.
- [10] 刘海燕,余世欣.基于遗传算法的物流车辆派送管理[J].电子设计工程,2017,25(2):37-39.
- LIU Haiyan, YU Shixin. Management for Delivery of Logistics Vehicle Based on Genetic Algorithm[J]. Electronic Design Engineering, 2017, 25(2): 37-39.
- [11] 方强,张华刚,齐卫东,等.混凝土折板式拟扁网壳的自振特性参数分析[J].贵州大学学报(自然科学版),2016,33(5):102-106,125.
- FANG Qiang, ZHANG Huagang, QI Weidong, et al. Dynamic Characteristics Analysis of Concrete Folded-plate Quasi Shallow Shell[J]. Journal of Guizhou University (Natural Science), 2016, 33(5): 102-106, 125.
- [12] 吴静华,孙勇,李帅.抗滑桩加固滑坡动力离心机模型试验研究[J].贵州大学学报(自然科学版),2016,33(5):114-120.
- WU Jinghua, SUN Yong, LI Shuai. The Research of Anti-Slide Piles' Dynamic Centrifuge Model Test[J]. Journal of Guizhou University (Natural Science), 2016, 33(5): 114-120.