

申权,杨果林,胡敏,等.高速铁路新型路堑基床结构动力响应分析[J].地震工程学报,2017,39(6):1118-1125.doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2017.06.1118
SHEN Quan, YANG Guolin, HU Min, et al. Numerical Analysis of Dynamic Response on a New Type of Cutting Bed in the Expansive Soil District on the Yun-Gui Railway[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2017, 39(6): 1118-1125. doi: 10.3969/j.issn.1000-0844.2017.06.1118

高速铁路新型路堑基床结构动力响应分析^①

申 权^{1,2}, 杨果林¹, 胡 敏¹, 房以河¹, 晏 园³

(1. 中南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410075; 2. 湖南工业大学土木工程学院, 湖南 株洲 412007;
3. 桂林电子科技大学 商学院, 广西 桂林 541004)

摘要:研制出一种新的防排水结构层用以控制膨胀土路基的含水率变化,从而达到对新建云—桂高速铁路膨胀土地段整治的目的。本文采用 FLAC^{3D}有限差分软件研究该新型路堑基床结构(基床中设置新型防排水结构层)在列车荷载作用下动力响应规律,并利用现场试验结果对数值研究结果进行验证。研究表明:新型基床中道砟和新型防排水结构层对动应力衰减贡献较大;新型防排水结构层对竖向动应力、剪应力衰减作用明显,增强了基床结构的动力稳定性;新型基床结构能够更有效地控制基床的动位移;新型基床中振动速度和加速度随深度的增加而减小,道砟对振动速度和加速度的衰减作用明显。新型路堑基床结构振动速度和动应力的现场实测与数值分析规律基本一致,且实测值与计算值大小相近。研究成果可为特殊土地地区高速铁路基床的设计、施工及其动力响应研究提供参考。

关键词: 新型路堑基床结构; FLAC^{3D}; 动应力; 动位移; 加速度; 现场试验

中图分类号: U213.1

文献标志码: A

文章编号: 1000-0844(2017)06-1118-08

DOI: 10.3969/j.issn.1000-0844.2017.06.1118

Numerical Analysis of Dynamic Response on a New Type of Cutting Bed in the Expansive Soil District on the Yun-Gui Railway

SHEN Quan^{1,2}, YANG Guolin¹, HU Min¹, FANG Yihe¹, YAN Yuan³

(1. School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, Hunan, China;
2. School of Civil Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou 412007, Hunan, China;
3. Guilin University of Electronic Technology, Business School, Guilin 541004, Guangxi, China)

Abstract: This article used FLAC^{3D} finite difference software to study the dynamic response rules of the new cutting bed structure with a new type of waterproof and drainage structure layer set in the bedding. Past studies have proven that a new bed ballast and a new type of waterproof and drainage structure can significantly contribute to the attenuation of dynamic stress. A new type of waterproof and drainage structure layer on vertical dynamic stress and shear stress attenuation can enhance the dynamic stability of the bedding structure, whereas a new bed structure can more effectively control bed dynamic displace-

① 收稿日期: 2016-04-25

基金项目: 国家自然科学基金(51478484, 51778641); 中南大学中央高校基本科研业务费专项资金(2015zzts059); 湖南省自然科学基金项目(2016JJ2046)

作者简介: 申 权, 男, 湖南邵阳人, 博士, 主要从事加筋土和特殊土的工程特性及数值分析研究。E-mail: shenquan123456@126.com。

通信作者: 杨果林(1963—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事道路与铁道工程、岩土工程和结构工程方面的教学与研究工作。

E-mail: guoling@mail.csu.edu.cn。

ment. New bed vibration velocity and acceleration decrease with the increase of depth. Meanwhile, the ballast of vibration velocity and the ensuring acceleration attenuation effect are obvious. The numerical simulation results and in-situ measurement data reveal a matching physical discipline at the vibration velocity and dynamic stress of the new cutting bed structure, indicating that both values decrease along the depth direction. The study's findings can be used and referenced for the design, construction, and dynamic response study of high-speed railway cutting subgrades in special soil areas.

Key words: new type of cutting bed structure; FLAC^{3D}; dynamic stress; dynamic displacement; acceleration; field test

0 引言

新建云—桂铁路广西段下穿大量的膨胀土(岩),在地下水不发育地段的膨胀土(岩)有较好的工程力学性质。课题组充分考虑膨胀土上述特点,采用新型的防排水结构层控制膨胀土的含水率变化(保湿法)以达到对膨胀土整治的目的。课题组采用改性水泥基复合防排水材料作为路基内的防排水结构层,结合高速铁路基床表层设计共同考虑,提出了膨胀土地基新型的基床结构^[1-4]。本文利用 FLAC^{3D}有限差分软件,研究膨胀土地段新型路堑基床结构在列车荷载作用下动力响应规律,并利用现场试验结果对数值研究结果进行验证。

众多学者利用数值方法对铁路路基的动力稳定性进行研究。陈震^[5]通过大型通用有限元软件 ANSYS 软件建立了路基体的模型,通过 APDL 编写了列车单向和双向行驶时路基中的位移和应力变化情况。卿启湘^[6]在铁木辛柯梁假设的基础上运用刚体力学理论建立了路基不同性质单元的耦合约束方程,并借助 ANSYS 软件建立了路基半无限体的有限与计算模型,研究了车辆静载、速度和不平顺对路基动力响应的影响,并与实测结果进行了对比。王启云等^[7]通过 ANSYS 建立了轨道-路基有限元模型,分析了高速列车作用下各因素对路基动力响应的影响,动应力和动位移沿深度都呈指数形式衰减,经过基础表层后动应力衰减了 60%,动位移衰减了 40%,达到基床底面后都只剩 10%;并在数值分析的基础上设计了多作动器联动的列车荷载模拟加载装置,根据高铁无砟轨道主要是由扣件传力的本质,由 ANSYS 有限元模型计算得到的扣件反力时程,通过 3 阶傅立叶级数拟合,计算出各作动器的加载时程曲线。陈鼎^[8]利用 FLAC^{3D}建立了高速铁路路基有限差分模型,使用移动线源均布荷载模拟相邻车辆相邻 4 个轮轴荷载对路基产生的动响应,分别分析了有砟轨道和无砟轨道基床表层和底层动应力的时程曲线,并针对 I 型板式无砟轨道分

析了竖向动应力和动变形随深度的衰减曲线,利用正交试验法分析了各 I 型板式无砟轨道路基各部分厚度和刚度对高速铁路路基的影响。

1 新型路堑基床结构介绍

在地下水不发育的地段,地表水就是引起地基膨胀土含水率变化的主要原因。因此课题组采用改性水泥基复合防排水材料作为路基内的防排水结构层,结合高速铁路基床表层设计共同考虑,提出了膨胀土地基新型的基床结构。在满足高速铁路基床动静特性要求的基础上隔断地表水进入地基膨胀土的通道,从而减少甚至消除地表水引发的膨胀土胀缩变形破坏作用。课题组根据临界动应力法、1/5 自重应力法、变形和应变控制法以及膨胀力平衡法给出了新型膨胀土路堑基床结构的换填厚度的取值范围:膨胀土路堑地段为 0~1.4 m^①。根据课题组的研究工作,膨胀土地段换填层厚度取 50 cm,新型防排水结构层厚度取 20 cm,基床表层厚度取 70 cm,其典型断面设计见图 1,各部分的材料物理力学性质见表 1。

土的动力学参数测试方法主要有现场测试和实验室测试两种,目前已有大量成熟的技术。对于路基动力响应等小应变问题,现场测试的工况更真实,可得到比实验室更可靠的结果。本文计算中基床表

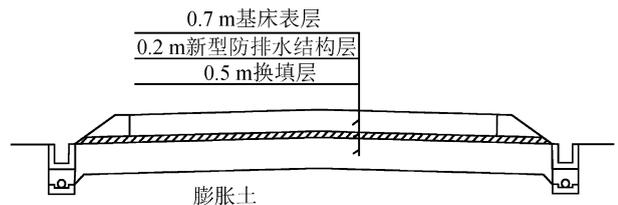


图 1 新型路堑基床结构示意图(单位:cm)

Fig.1 The new type of cutting bed in the medium-weak expansive soil district in Yun-Gui high railway (Unit:cm)

① 中铁二院工程集团有限公司,中南大学,云桂铁路广西公司,等.云桂铁路膨胀土(岩)地段关键技术研究总报告.长沙:中南大学,2013.

表1 基床结构的物理力学基本参数

Table 1 The physical mechanics basic parameters of bedding structure

位置	本构模型	厚度/m	动弹模量 /MPa	泊松比	密度 /($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	黏聚力 /kPa	内摩擦角 /($^{\circ}$)	局部阻尼 系数
Ⅲa型轨枕	弹性模型	0.15	30 000	0.17	2 300	-	-	0.063
道砟	摩尔-库仑模型	0.35	200	0.25	2 200	0	38	0.094
基床表层	摩尔-库仑模型	0.7	190	0.27	2 140	0	32	0.088
A/B填料换填层	摩尔-库仑模型	0.5	110	0.32	1 950	0	20	0.110
膨胀土(岩)地基	摩尔-库仑模型	3.5	67	0.33	1 860	41.4	11.2	0.088
新型防水结构层	弹性模型	0.2	1 000	0.25	1 900	-	-	0.157

层、基床底层的动力参数采用武广高速铁路中应用跨孔法、下孔法现场实测获得的动力参数,地基膨胀土(岩)的参数来源于课题组动三轴实验。大量的实践和经验表明,材料动弹模与材料本身性质及结构形式有关,在实际工程中,可将静弹模放大 ξ_d 倍来代替动弹模,根据经验,放大系数 $\xi_d = 1 \sim 2$,本文中新型防排水结构层的 ξ_d 取1.5。综上所述,模型中的动力参数如表1所列。

2 数值模型建立

FLAC^{3D}动力计算是基于显式差分方法的完全非线性分析方法,使用由周围区域真实密度得出的网格节点集中质量,来求解全部运动方程。国内外关于高速铁路的实测资料及相关的动力分析表明,路基基床的弹性变形一般在1~4 mm之内,路基土体动应变的量级仅为 $10^{-4}\xi$ 左右,此时填料之间的连接几乎没有遭到破坏,土骨架变形能够恢复^[9-10]。因此当不考虑长期动荷载引起的累积变形时可忽略土体的塑性变形特征。本文计算时土体单元采用摩尔-库仑本构模型,轨枕和新型防排水结构层采用弹性本构模型。在动力计算中过大的模型会造成很大的计算负担和计算时间,而较小的计算模型则会在边界上出现波的反射和叠加。根据以往的实测资料,路基面下4.2 m处动应力约为基床自重应力的10%^[11],结合云桂线膨胀土(岩)地区典型的铁路路基断面,地基面下计算深度取3.5 m;为减小计算时间,以线路中心线右侧的路基为基础建立有限差分模型。模型沿线路纵向取6.24 m。Lysmer和Kuhlemeyer的研究表明,为了能够精确地描述波在模型中的传播,模型的网格尺寸 Δl 必须小于输入波形最高频率对应波长 λ 的1/8到1/10。根据模型实际的受力状态施加静力约束,即:约束模型底部所有节点 z 方向的速度,约束模型左右两端节点的 x 方向速度,约束模型前后两端节点 y 方向的速度。

在本文的分析中,采用的加载波形频率比较低,因此采用的局部阻尼试算结果表明其计算结果与瑞利阻尼的一致。局部阻尼中的阻尼系数取值见表1,路基动力分析模型如图2所示。

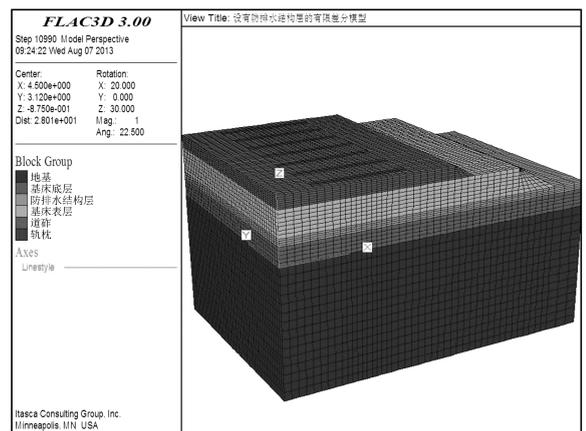


图2 新型路堑基床结构有限差分模型

Fig.2 Finite difference model of new type of cutting bed

云一桂高速铁路正线设计时速为250 km/h,分析中取运行速度 $v = 250$ km/h,单股钢轨上的单个静轮载 $P_0 = 100$ kPa,轨道几何不平顺波长取2 m,钢轨底端宽0.15 m,轨枕横断面宽度为0.26 m,钢轨与轨枕的接触面 $s = 0.26 \times 0.15 = 0.039$ m²。根据已有的实测资料统计值,路基面动应力的最大值 $\sigma = 100$ kPa,为了得到基床最不利的受力情况,本文以路基面动应力值 $\sigma = 100$ kPa为依据试算得到列车的振动荷载 $p_1 = 35$ kN。根据以上数据可以计算得到每个轨枕处的应力时程,图3给出了模型中轨枕处的应力时程曲线。由此可以看出,曲线中的四个峰值点对应与轮轨刚好作用在轨枕上方时的应力值,与实际情况比较吻合。

3 结果分析

3.1 基床动应力的分布规律

图4为新型路堑基床结构竖向动应力沿深度的

衰减曲线。由图 4 可以看出,新型路堑基床结构竖向动应力沿深度逐渐减小;轨道投影下竖向动应力与道心投影下的大小相近,在基床范围内都近似为轨枕端部投影下竖向动应力的两倍,随着深度的增加三者竖向动应力的大小趋于相同,这是由于:(1)基床范围内轨枕端部主要受相近的列车荷载的影响,道心投影下同时受到两个钢轨的列车荷载的影响;(2)随着深度的增加列车荷载在横断面上的分布范围变大,且分布曲线越趋于平缓,沿线路横断面方向上的动应力大小比较接近,如图 4 所示。

两边轮对的影响中间轮对作用的竖向动应力大于两边轮对。由于存在基床表层和新型防排水结构层的

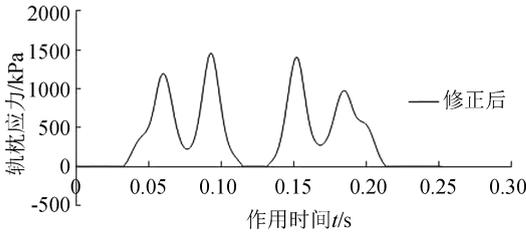


图 3 轨枕应力时程曲线

Fig.3 Time travel curve of sleeper stress

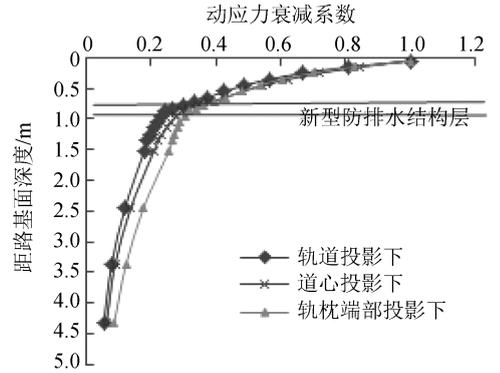


图 5 动应力衰减系数沿深度的变化曲线

Fig.5 Dynamic stress attenuation coefficient along the depth direction

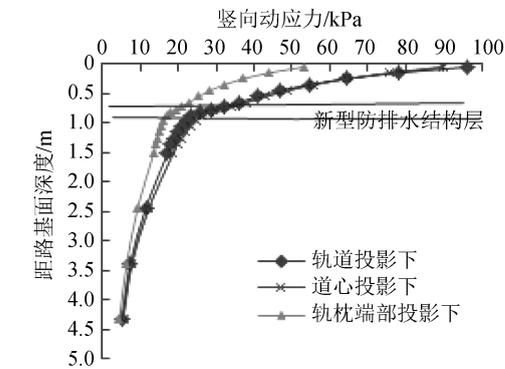


图 4 竖向动应力沿深度方向衰减曲线

Fig.4 Vertical dynamic stress attenuation curve along the depth direction

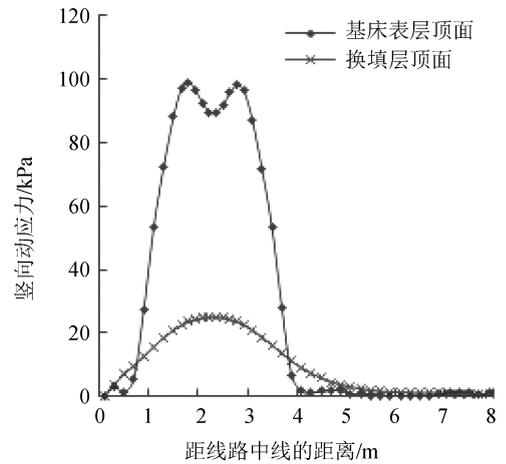


图 6 竖向动应力沿线路横断面的分布

Fig.6 Vertical dynamic stress distributing along cross section

图 5 为新型路堑基床结构内动应力衰减系数沿深度的衰减曲线。图 5 可知三者的衰减规律基本一致,都是在换填层以上(道砟和新型防排水层)范围内衰减最为剧烈,已衰减 68%~76%,换填层以下趋于缓和,由此说明,道砟和新型防排水结构层对动应力衰减贡献较大。

图 6 为路基面和换填层顶面动应力沿线路横断面方向上的分布曲线。由图 6 可知,动应力在路基面呈马鞍形分布,峰值出现在两股轨道的投影下方,大小为 96.36 kPa,换填层顶面动应力由于受上述原因的影响呈抛物线分布,峰值位于道心投影下方。图 7 为轨枕投影下路基面和换填层顶面竖向动应力的时程曲线。由图可见,两者都存在轮对效应,且由于受

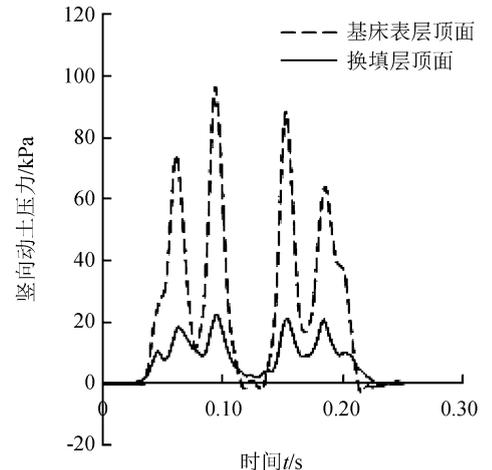


图 7 轨枕投影下竖向动应力的时程曲线

Fig.7 Time travel curve of vertical dynamic stress below Sleeper projection

分布作用,路基面的轮对效应比换填层顶面的明显。

图 8 为新型防排水结构层顶面和底面竖向动应力沿线路横断面的分布规律。由图可知,新型防排水结构层顶面和底面动应力沿横断面呈抛物线型分布,两者都在道心投影下达到最大值,新型防排水结构层顶面及底面的竖向动应力最大值分别为 34.07 kPa 及 26.18 kPa,竖向动应力衰减了 23.15%。新型防排水结构层是一种半刚性结构,对竖向动应力衰减作用明显,增强了基床结构的动力稳定性;图 9 为新型防排水结构层顶面和底面的剪应力沿线路横断面的分布情况。由图可知,其最大剪应力均出现

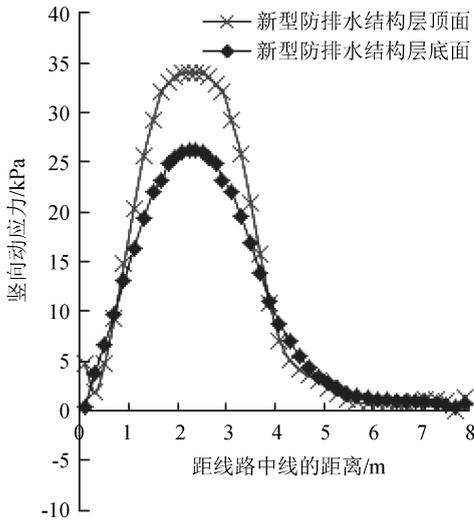


图 8 新型防排水结构层竖向动应力沿线路横断面的分布规律

Fig.8 Vertical dynamic stress distributing along cross section in new type of waterproof and drainage structures

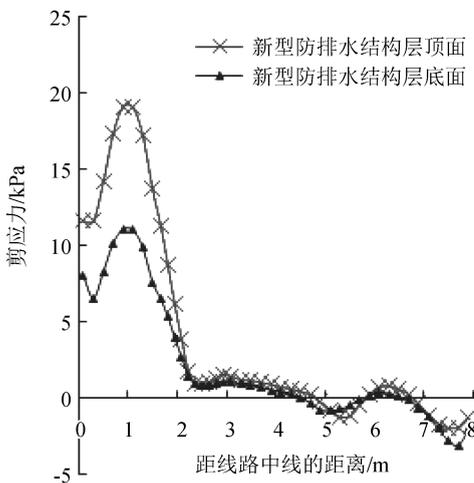


图 9 新型防排水结构层剪应力沿线路横断面的分布规律

Fig.9 Shearing strength distributing along cross section in new type of waterproof and drainage structures

在轨枕左端的投影下,且层顶面所受剪应力明显大于底面,其顶面及底面剪应力最大值分别为 19.22 kPa 及 11.24 kPa,剪应力衰减了 41.47%。由此可见,新型防排水结构层对剪应力衰减作用更大。

3.2 基床动位移的分布规律

在列车荷载作用下,路基面的变形是沿列车运动方向依次发生的。图 10 为列车荷载作用下不同时刻路基面变形图。其反映了列车在行驶过程中路基面位移的发展过程,且位移随着列车荷载的增加逐渐增大。

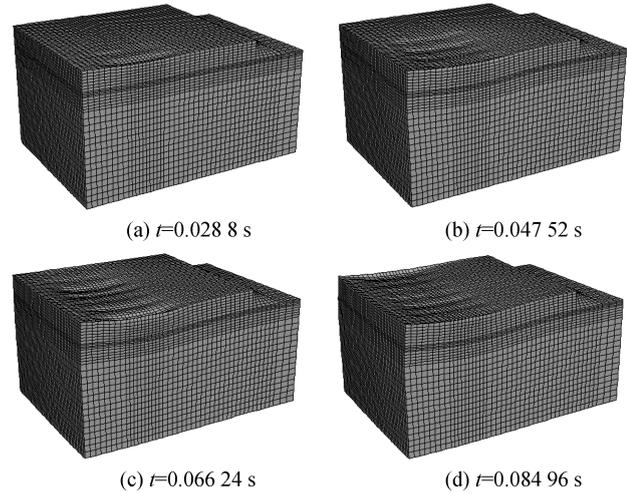


图 10 不同时刻路基面变形图(放大 500 倍)

Fig.10 Deformation of subgrade surface at different time (magnified 500 times)

图 11 为轨道投影下竖向动位移的衰减曲线。由图可见,竖向动位移沿深度呈指数形式衰减,路基面动位移值为 0.949 mm,满足高速铁路路基面动位移不大于 1 mm 的要求[《高速铁路设计规范说明》(2009)]。动位移在新型防排水结构层内基本保持不变,原因在于防排水结构层刚度较大,整体性较好,相对于一般的基床结构,新型基床结构(加入新

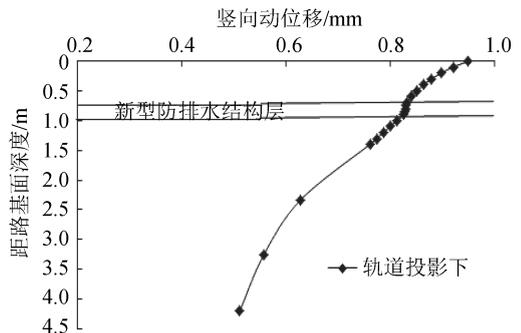


图 11 轨道投影下竖向动位移衰减曲线

Fig.11 The attenuation curve of vertical dynamic displacement below Sleeper projection

型防排水层的基床结构)能够更有效地控制基床的动位移,使得行车更舒适、安全。

3.3 振动速度和加速度分布规律

图 12 为轨道投影下基床表层顶面和换填层顶面振动速度和加速度的时程曲线。从图中可以看出,换填层顶面处受列车荷载的振动滞后于基床表层顶面处。竖向速度时程曲线有着明显的轮对效应,而加速度时程曲线具有很大的离散性。对比可知,基床表层顶面速度和加速度在穿过道砟、新型防排水结构层后到达换填层顶面,振动速度和加速度

出现较大的衰减。

图 13 为轨道投影下竖向振动速度和加速度沿深度的衰减曲线。由图可知,振动速度和加速度随深度的增加而减小,在基床表层内衰减较剧烈,在新型防排水结构层内几乎不衰减,而在其以下部分衰减曲线比较缓和。这是由于新型防排水结构层具有弹性模量大、整体性好的特点,使其在列车荷载作用下可视为整体振动,速度和加速度衰减量很小。由图 13(b)可以看出加速度时程曲线离散性比较大,因此在竖向加速度衰减曲线上出现“反弯”现象。

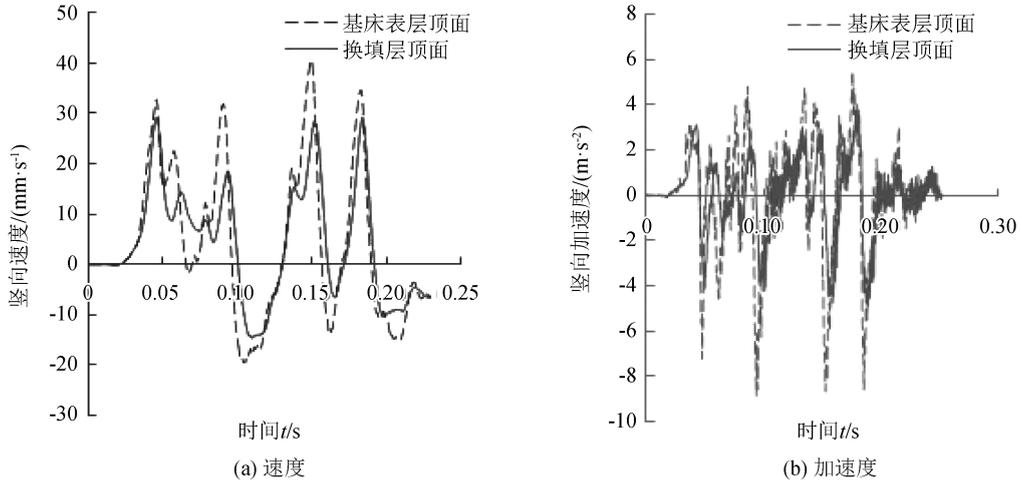


图 12 振动速度及竖向加速度时程曲线

Fig.12 The vibration velocity and the vertical acceleration time history curve

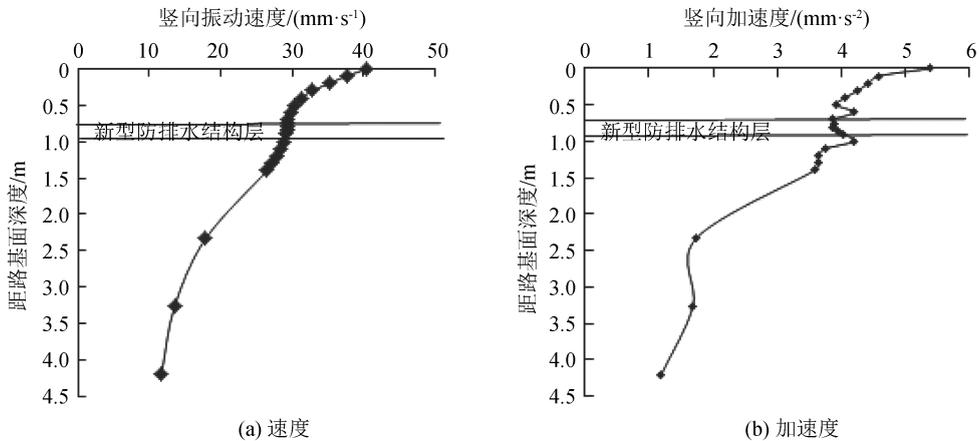


图 13 轨道投影下速度及加速度的衰减曲线

Fig.13 The velocity changing curve and acleeration attenuation curve along the depth below sleeper projection

图 14 为竖向振动速度和加速度沿线路横断面方向的分布。从图中可以看出,新型防排水结构层在列车荷载作用下发生的是整体振动,由此表明,道砟对振动速度和加速度的衰减作用明显。

3.4 试验结果验证

为了验证数值分析的合理性及正确性,课题组

对新型路堑基床结构进行现场激振试验。为了方便实现,课题组采用正弦波应力变化曲线来模拟列车运动引起的附加动应力 $\Delta\sigma$,利用激振设备和混凝土配重模拟列车轴重在路基面产生的静应力 σ_j ,路基面动应力随时间变化曲线(图 15)。现场激振试验加载频率为 20 Hz。现场激振试验时,每个试验断

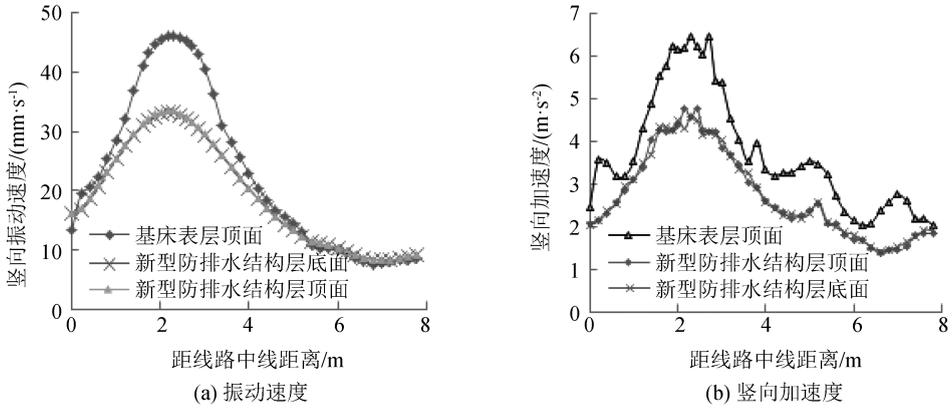


图 14 竖向振动速度及加速度沿线路横断面方向的分布

Fig.14 The distribution of vertical vibration velocity and vertical accelerated along the transverse section

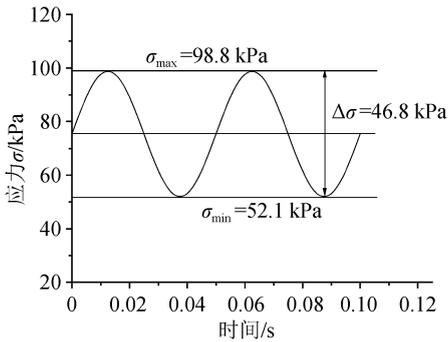


图 15 路基面动应力加载

Fig.15 The loading of dynamic stress on subgrade surface

面自然状态条件下激振 100 万次。图 15 中:σ_d 为动应力水平;Δσ 为动应力幅值;σ_j 为静应力。

图 16 为膨胀土自然状态下新型路堑基床结构动应力、振动速度沿深度的衰减曲线。由图可知,基床振动速度和动应力的现场实测值与软件计算值规律基本一致,两者都随着深度增加而逐渐衰减。由

此说明,该数值模拟分析新型基床的动力响应律是可行的。动应力的实测值与计算值衰减曲线符合较好,而对于振动速度而言,计算值比实测值偏小。原因在于现场试验施加的荷载与数值分析施加的荷载有差别,现场试验条件比数值模拟复杂,且存在很多不确定性因素。

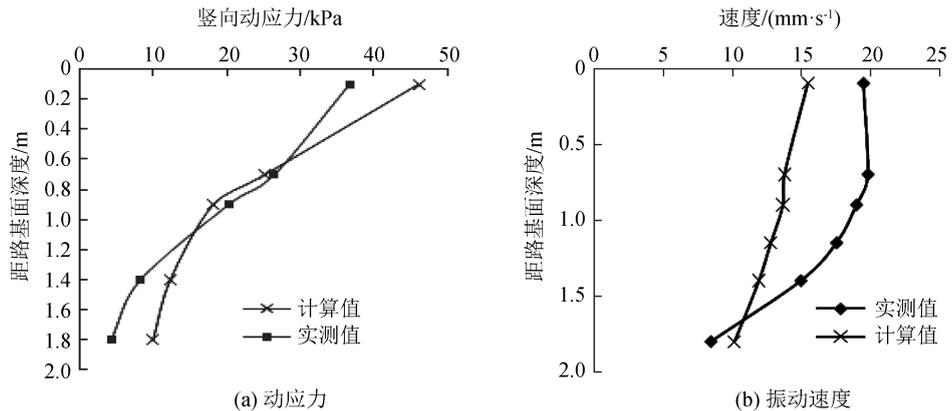


图 16 基床动应力及振动速度沿深度方向的衰减曲线

Fig.16 The attenuation curve of dynamic stress and vibration velocity along the depth direction

4 结论

本文利用 FLAC^{3D}有限差分软件研究了膨胀土地段新型路堑基床结构在列车荷载作用下动力响应规律,并利用现场试验结果对数值研究结果进行了验证。其结论如下:

(1) 新型路堑基床结构竖向动应力沿深度逐渐减小;在基床范围内,轨道投影下、道心投影下和轨枕端部投影下三者的竖向动应力衰减规律基本一致,在换填层以上(道砟和新型防排水层)范围内都衰减最为剧烈,由此说明,道砟和新型防排水结构层对动应力衰减贡献较大。

(2) 新型防排水结构层对竖向动应力衰减作用明显(衰减了 23.15%),增强了基床结构的动力稳定性;新型防排水结构层对剪应力衰减作用更大(衰减了 41.47%)。

(3) 动位移在新型防排水结构层内基本保持不变,防排水结构层刚度较大,整体性较好,相对于一般的基床结构,新型基床结构能够更有效地控制基床的动位移,使得行车更舒适、安全。

(4) 新型基床中换填层顶面处受列车荷载的振动滞后于基床表层顶面处。新型基床中振动速度和加速度随深度的增加而减小,在基床表层内衰减较剧烈,在新型防排水结构层内几乎不衰减,而在其以下部分衰减曲线比较缓和。道砟对振动速度和加速度的衰减作用明显。

(5) 新型路堑基床结构振动速度和动应力的现场实测值与软件计算值规律一致、大小相近,说明数值方法分析新型基床的动力响应规律是可行的。

参考文献(References)

[1] 王亮亮,杨果林.中-强膨胀土地区铁路路堑基床动静特性模型试验[J].岩土工程学报,2013,35(1):137-143.
WANG Liangliang, YANG Guolin. Model Tests on Static and Dynamic Performances of Cut Subgrade of Railways in Medium-strong Expansive Soil Area[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(1): 137-143.

[2] 王亮亮,杨果林.半刚性防水层对基床动力特性影响的模型试验[J].中南大学学报:自然科学版,2013,44(10):4244-4250.
WANG Liangliang, YANG Guolin. Model Test on Effects of Subgrade Dynamic Characteristics by Using Semi-rigid Waterproof Structure Layer[J]. Journal of Central South University:

Science and Technology, 2013, 44(10): 4244-4250.

[3] 王亮亮,杨果林,刘黄伟,等.云桂铁路弱一中膨胀土膨胀力试验研究[J].中南大学学报:自然科学版,2013,44(11):4658-4663.
WANG Liangliang, YANG Guolin, LIU Huangwei, et al. In-situ Testing Studies of Swelling Pressure on Weak-medium Expansive Soil of Yun-Gui Railway[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2013, 44(11): 4658-4663.

[4] 王亮亮,杨果林,房以河,等.高速铁路膨胀土路堑全封闭基床动力特性现场试验[J].岩土工程学报,2014,36(4):640-645.
WANG Liangliang, YANG Guolin, FANG Yihe, et al. In-situ Tests on Dynamic Character of Fully-enclosed Cutting Subgrade of High-speed Railways in Expansive Soil Areas[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(4): 640-645.

[5] 陈震.高速铁路路基动力响应研究[D].武汉:中国科学院武汉岩土力学研究所,2006.
CHEN Zhen. Dynamic Response on High Speed Railway Subgrade[D]. Wuhan: Wuhan Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2006.

[6] 卿启湘.高速铁路无砟轨道-软岩路基系统动力特性研究[D].长沙:中南大学,2005.
QING Qixiang. Study on Dynamic Characteristics of Ballastless Track-Roadbed System with Soft Rock as Embankment Filling in High Speed Railway[D]. Changsha: Central South University, 2005.

[7] 王启云,张家生,孟飞,等.高速铁路路基模型列车振动荷载模拟[J].振动与冲击,2013,32(6):43-46.
WANG Qiyun, ZHANG Jiasheng, MEN Fei, et al. Simulation of Train Vibration Load on the Subgrade Testing Model of High-speed Railway[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(6): 43-46.

[8] 陈鼎.高速铁路路基动力响应及影响因素研究[D].长沙:中南大学,2010.
CHEN Ding. Dynamic Response and Influencing Factors of High Speed Railway Subgrade[D]. Changsha: Central South University, 2010.

[9] 聂志红.高速铁路轨道路基竖向动力响应研究[D].长沙:中南大学,2005.
NIE Zhihong. High Speed Railway Roadbed Vertical Dynamic Response Study[D]. Changsha: Central South University, 2005.

[10] 王其昌.高速铁路土木工程[M].成都:西南交通大学出版社,1999.
WANG Qichang. Civil Engineering of High Speed Railway [M]. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 1999.

[11] 宫全美.铁道路基工程[M].北京:中国铁道出版社,2007.
GONG Quanmei. Railway Roadbed Engineering[M]. Beijing: China Railway Press, 2007.