谢东武,管飞,丁文其.小应变硬化土模型参数的确定与敏感性分析[J].地震工程学报,2017,39(5):898-906.doi:10.3969/j. issn.1000-0844.2017.05.898

XIE Dongwu, GUAN Fei, DING Wenqi. Determination and Sensitivity Analysis of the Parameters of Hardening Soil Model with Small Strain Stiffness[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2017, 39(5):898-906.doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2017.05. 898

小应变硬化土模型参数的确定与敏感性分析。

谢东武^{1,2,3},管飞¹,丁文其^{2,3}

(1.上海市岩土地质研究院有限公司,上海 200072; 2.同济大学 土木工程学院地下建筑与工程系,上海 200092;3.同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室,上海 200092)

摘要:地下工程施工引起的土体扰动区可分为剧烈扰动区、扰动区、微扰动区和未扰动区。为全面反映土体在扰动下的应力路径和力学响应,必须考虑全应变范围的土体特性,尤其是小应变范围内的力学响应,因此对小应变硬化土本构模型关键参数(初始剪切模量和剪应变阀值)的确定方法进行介绍。开展上海典型软土的三轴固结排水剪切试验和固结试验研究,给出确定上海软土小应变硬化土模型(HS-Small)参数的方法,建议采用原位测试的方法确定土体的初始弹性模量。基于土单元数值模拟进行初始弹性模量和剪应变阀值的参数敏感性分析。随着初始弹性模量的增大,初始压缩曲线与卸载-再压缩曲线的斜率均增大。由于对应的回弹模量不变,初始弹性模量与回弹模量的差值增大,应变与偏应力试验曲线的回滞环宽度也随之增大。随着剪应变阀值的增大,初始压缩曲线和再压缩曲线的近似直线段增长,在同样剪应力情况下,土体的应变值减小,土体保持初始弹性模量刚度的区间增大。

关键词:小应变硬化土模型;硬化土模型;初始剪切模量;剪应变阈值

中图分类号: TU41 **文献标志码:**A **文章编号:** 1000-0844(2017)05-0898-09 DOI:10.3969/j.issn.1000-0844.2017.05.0898

Determination and Sensitivity Analysis of the Parameters of Hardening Soil Model with Small Strain Stiffness

XIE Dongwu^{1,2,3}, GUAN Fei¹, DING Wenqi^{2,3}

(1. Shanghai Institute of Geotechnical Engineering, Co., Ltd., Shanghai 200072, China;
2. Department of Geotechnical Engineering, College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;
3. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Geotechnical construction disturbs soil mass, destructs soil fabrics, reduces soil strength, and causes soil deformation, all of which can result in the deformation and destruction of adjacent buildings. According to the value of soil shear strain, the soil surrounding a construction site can be divided into: strongly disturbed zone, disturbed zone, micro-disturbed zone, and undisturbed zone. Therefore, a soil

① 收稿日期:2016-04-25

基金项目:上海市科学技术委员会(16DZ1202204);国家自然科学基金(51378388);上海市地矿工程勘察院(Gky201605) 作者简介:谢东武(1980-),男,博士,高工,国家注册土木工程师(岩土),主要研究方向为软土地下工程与环境保护。 E-mail:xdw980829@163.com。

通信作者:丁文其(1969-),男,博士,教授,博士生导师,主要从事岩土及地下工程施工力学方面的教学与研究工作。 E-mail:dingwq@tongji.edu.cn。

constitutive model needs to consider the small strain characteristics and disturbance characteristics of the soil. Methods for determining key parameters of a hardening soil model with small strain stiffness (HS-Small model), including initial shear modulus and threshold shear strain, have been presented and analyzed. Drained triaxial tests and oedometer tests were performed on typical soils in Shanghai, and the corresponding model parameters were determined. The in situ testing methods are recommended for determining the initial elastic modulus of soils. Sensitivity analysis of the HS-Small model parameters, including initial shear modulus and threshold shear strain, revealed that the initial slope of the compression curve and the unloading-recompression curve increased with the increase of the initial elastic modulus. With increasing threshold shear strain, both the approximate straight segments of the compression curve and the unloading-recompression curve lengthened. Under same shear stress conditions, the shear strain of the soil decreased, while the interval range of the initial elastic modulus of the soil constantly increased.

Key words: hardening soil model with small strain stiffness; hardening soil model; initial shear modulus; threshold shear strain

0 引言

土的本构模型应能合理地描述各种应力路径加 载下土的应力-应变关系。土体可以考虑为真正弹 性的应变区间,即变形几乎可以完全恢复的应变区 间是非常小的。随着累积应变的增大,土体刚度非 线性折减:土体刚度与应变对数关系曲线呈S形衰 减^[1]。Hardin和Drnevich^[2]通过简单的双曲线方 程描述小应变刚度衰减曲线。Benz^[3-4]提出小应变 刚度覆盖模型并在多轴应变空间对双曲 Hardin-Drnevich模型进行了一般化,该模型可以方便的与 常用的弹塑性本构模型进行结合。将 HardeningSoil 模型^[5]与小应变覆盖模型相结合得到的模型命 名为 HS-Small(Hardening Soil Small Strain)模型。

在地下工程研究中,为了得到对位移的可靠预测,必须适当考虑小应变刚度及其对应变幅度的非 线性依赖性。本文对上海软土 HS-Small 模型参数 的确定方法进行讨论,并进行了小应变参数的敏感 性分析。

1 HS-Small 模型与 HS 模型计算参数

HS-Small本构模型与 HS本构模型需要的计 算参数列于表 1,除已注明为 HS-Small本构模型参 数外,其他参数均为两个模型共有。

表 1 模型计算参数表

参数	名称	单位	试验方法	备注
$E_{ m ur}^{ m ref}$	卸载-再加载模量	MPa	常规三轴剪切试验或经验值	
E 50	割线模量	MPa	常规三轴剪切试验	
$\sigma^{ m ref}$	参考应力水平	kPa	默认值	
m	应力相关性指数	无量纲	常规三轴剪切试验或经验值	
$\nu_{\rm ur}$	卸载-再加载泊松比	无量纲	经验值	
$R_{ m f}$	破坏比	无量纲	默认值	
С	内聚力	kPa	常规三轴剪切试验	
ϕ	内摩擦角	度(°)	常规三轴剪切试验	
Ψ	剪胀角	度(°)	经验公式	
K_{0}	静止土压力系数	无量纲	Jacky 公式计算或实测值	
$e_{ m max}$	最大孔隙比	无量纲	室内土工试验	
f t	土的抗拉强度	kPa	默认值	
D	剪胀比例系数	无量纲	默认值	
M	硬化参数	无量纲	理论公式计算	
H	硬化参数	kPa	理论公式计算	
OCR	超固结比	无量纲	室内土工试验	
E $\delta^{ m ef}$	初始弹性模量	MPa	室内土工试验	HS-Small 模型参数
γ _{0.7}	剪应变阀值	无量纲	室内土工试验	HS-Small 模型参数

2 初始剪切模量与剪应变阀值

2.1 初始剪切模量的确定方法

可以通过实验室试验、现场试验和原位测试对 土的小应变刚度进行量测。在实验室可以采用有局 部应变量测仪的三轴试验^[6]、弯曲晶片^[7]、共振柱^[8] 等对小应变刚度进行量测。现场试验和原位测试用 于间接确定小应变刚度的常用方法有跨孔波法^[9]、 单孔波法^[10]、动力触探^[11]、动力扁铲侧胀^[12]及面波 的频谱分析^[13]等。假定为线弹性材料行为,弹性刚 度与波传播速度的关系为:

$$v_{\rm P} = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}}, \ v_{\rm S} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$
 (1)

其中:v_P为压缩波的传播速度;v_s为剪切波传播速 度;λ和G为拉梅常数(G也叫做剪切模量)。

土体初始剪切模量受到许多参数的影响,在扰 动土样上进行试验的结果与原位测试的结果差别很 大,准确确定土体的初始刚度 E。是非常困难的,特 别是在软土中。因此,应该意识到从三轴试验中得 到的初始斜率 E;可能比自然状态下观测到的土体 刚度 E。小^[14-15]。

根据《上海地基基础设计规范 DGJ08-11-2010》 附录 B 中上海市滨海平原区土的物理力学性质指 标统计表中的剪切波速值,可初步确定上海市典型 土层的初始剪切模量(表 2)。

Table 2 The initial shear modulus of typical sons in Shanghar								
土层名称	褐黄~灰黄色 黏性土	灰色淤泥质 粉质黏性土	灰色淤泥质 黏土	褐灰色 黏性土	灰~褐灰色 黏性土			
编号	2	3	4	51	53			
密度 p/(g・cm ⁻³)	$1.79\!\sim\!1.98$	$1.71 \sim 1.86$	$1.64 \sim 1.79$	$1.75 \sim 1.90$	$1.78 \sim 1.91$			
剪切波速 vs/(m・s ⁻¹)	$84 \sim 117$	$84\!\sim\!142$	$100 \sim 166$	$112\!\sim\!256$	$151 \sim 310$			
初始剪切模量 G_0/MPa	$12.6 \sim 27.1$	$12.1 \sim 37.5$	16.4~49.3	$22.0 \sim 124.5$	$40.6 \sim 183.6$			
初始弹性模量 E_0/MPa	35.4~75.9	33.8~105.0	45.9~138.1	61.5~348.7	$113.6 \sim 513.9$			

剪切波速随深度的增加而增大,意味着初始弹 性模量也随深度的增加而增大。波速统计指标值的 区间变化范围比较大,而单一场地的工程情况则变 化范围较小。

2.2 剪应变阀值的确定方法

确定剪切应变阀值 $\gamma_{0.7}$ 需要采用先进的试验设备。Hardin和 Drnevich^[1]推荐大应变下类似的双曲线法则:

$$\frac{G}{G_0} = \frac{1}{1 + \left|\frac{\gamma}{\gamma_r}\right|} \tag{2}$$

其中:剪切刚度阀值 γ. 为

$$\gamma_{\rm r} = \frac{\tau_{\rm max}}{G_0} \tag{3}$$

式中: τ_{max} 为失稳时的剪切应力。本质上,方程将大 应变(失稳应变)与小应变联系起来了,且结果非常 好,而更为直接的方法是采用一个小的剪切应变阀 值,即 $\gamma_{\alpha} = \gamma_{0.7}$ 。Santos 等^[17]提出下式修正 Hardin 和 Drnevich 关系:

$$\frac{G}{G_0} = \frac{1}{1 + a\left(\frac{\gamma}{\gamma_a}\right)} \tag{4}$$

其中剪切应变阀值 γ_r 与失稳时的剪切应力相 关。在摩尔库仑准则中失稳时的剪切应力表示为:

$$\tau_{\max} = \frac{1}{4} \left[2c \left(1 + \cos 2\varphi \right) + (\sigma_{1}^{'} + \sigma_{3}^{'}) \sin 2\varphi \right]$$
 (5)

而 $\gamma_a = a \tau_{max} / G_0$,剪切应变阀值 $\gamma_{0.7}$ 和主固结 土的 $\gamma_{0.7}^*$ 可以采用下式进行计算:

$$\gamma_{0.7} = \frac{0.385}{4G_0} [2c(1 + \cos 2\varphi) + \sigma_1'(1 + K_0)\sin 2\varphi]$$
(6)

$$\gamma_{0.7}^{*} = \frac{3}{28G_0} \left[2c \left(1 + \cos 2\varphi \right) + \sigma_1^{'} \left(1 + K_0 \right) \sin 2\varphi \right]$$
(7)

根据剪切模量随剪应变衰减规律曲线^[18]得到 上海典型土层的剪应变阀值见表 3。

表 3 上海典型土层的剪切应变阀值

Table 3	The threshold	l shear	strain	of	typical	soils	in	Shanghai
				~	.,	000		~

土层名称	褐黄~灰黄色 黏性土	灰色淤泥质 粉质黏性土	灰色淤泥质 黏土	褐灰色 黏性土	灰~褐灰色 黏性土			
	4H 1-6 -6-				4H 1-1			
编号	2	3	4	$(5)_1$	(5) ₃			
剪应变阀值/(×10 ⁻⁴)	2.49	2.42	2.53	2.68	2.69			

3 上海典型软土的室内土单元试验

除了初始剪切模量与剪应变阀值是小应变硬化 土(HS-Small)模型的特有参数外,模型其他参数均 与硬化土(HS)模型相同,可以通过常规三轴排水剪 切试验和固结试验获得。

3.1 原状淤泥质黏土的固结排水循环加卸载试验3.1.1 试样制备

所用试样来自上海市某基坑工程的块状土样, 系上海典型的第④层灰色淤泥质黏土。



图 1 原状土样 Fig.1 Undisturbed soil samples

验,试验在 p'-q 应力空间的应力路径如图 2 所示。

进行三种不同围压下固结排水循环加卸载试

3.1.2 试验方案





Fig.2 Stress paths of the consolidated drained cyclic loading and unloading triaxial tests

3.1.3 试验结果分析及参数确定

(1) 不同净围压下的 ε₁-q 曲线

不同净围压下的 ε_1 -q 关系如图 3 所示, ε_1 -q 试 验曲线的卸载部分为弹性回弹,其斜率较大,且远大 于剪切过程中的斜率。

(2) 模量 E₅₀ 的确定

模量 E 50 随围压的增大而增大。15% 轴向应变

对应的剪应力值为 q_i 。剪应力值为 $0.5q_i$ 时在 $\varepsilon_1 - q$ 关系曲线上对应的割线模量为 E_{50} ,确定对应不同 围压下土体模量 E_{50} 分别为: $E_{50}^{100} = 1.79$ MPa、 $E_{50}^{200} = 3.05$ MPa、 $E_{50}^{400} = 4.54$ MPa。得到参考应力 下的 E_{50}^{sef} 值后,可以根据式(8)确定任意围压下的土 体模量 E_{50} 。

$$E_{50} = E_{50}^{\text{ref}} \left(\frac{\sigma_3 + c \cot \varphi_p}{\sigma^{\text{ref}} + c \cot \varphi_p} \right)^m \tag{8}$$



图 3 不同围压下 ε_1 - q 关系曲线



(3) 模量 *E*_{ur}、*E*₀ 的确定

采用常规试验的回弹 - 再压缩曲线的切线确定 模量 E_{ur}和 E₀时,实际试验过程中也是采用割线模 量进行近似,而割线模量与切线模量的近似程度则 与试验精度有关。图 4 ~ 图 7 所示为根据不同割线 点确定的 E_{ur}和 E₀的变化曲线。

*E*_{ur}对应的横坐标为:从卸载阶段开始,卸载过 程中各点对应的应力应变与卸载-再加载转折点对 应的应力应变的差值。*E*。对应的横坐标为:再加载 过程中各点对应的应力应变与卸载-再加载转折点 对应的应力应变的差值。

随着试验精度的提高,应该可以得到更为精确 的模量。然而从图 4、图 5 中可以看出,随着变化过 程接近于卸载-再加载转折点,相应的测值会产生较 大的跳跃。因此,很难通过提高试验精度的方式得 到准确的模量,现场原位测试或波速测试仍是较好 的选择。

从图 4、图 5 中可以看出,第一阶段 100 kP 卸 载-再加载的应力较低, E_{ur} 受到土体原有结构性的 影响较大,土体的 E_{ur} 大于 200 kPa 和 400 kPa 围压 下的土体。而在第二加卸载阶段,随着围压的增大, E_{ur} 随着围压的增大而增大。 E_{0} 的发展也表现出同 样的规律(图 6、图 7)。

通过对试验曲线的分析可知,切线模量E_u是



Fig.5 The second unloading phase

回弹曲线上的最小值,因此可通过试验结果的收敛 情况确定。而切线模量 E。是再压缩曲线上的最大 值,从试验结果看,很难得到 E。的收敛值。

根据试验结果,第二阶段 100 kPa 情况下对应 的 *E*¹⁰⁰ 可取 10 MPa, 而 *E*²⁰⁰ 、*E*⁴⁰⁰ 分别为13 MPa 和

20 MPa.

E。值的离散性较大,因此建议参考现场原位测试结果进行取值,并进行参数敏感性分析。而对应不同围压下的模量,则采用刚度与应力的指数关系进行计算确定。





$$E_{0} = E_{0}^{\text{ref}} \left(\frac{\sigma_{3}^{*} + c \cot \phi}{\sigma^{\text{ref}} + c \cot \phi} \right)^{m}$$
(9)

(4) 刚度应力关系参数 m 值的确定刚度应力关系参数 m 值可通过三轴排水压缩

试验得到的曲线确定,其中 x 轴对应 $\ln[(\sigma^{(i)} + c\cot\phi)/(\sigma^{ref} + c\cot\phi)], y$ 轴对应 $\ln E_{50}^{(i)}, \Re R$ 用线性 关系 y = ax + b 对对应的数据点进行拟合,斜率 a 即 为所要得到的刚度应力关系参数值 m。据此得到第 四层土的 m 值为 0.72(图 8)。



图8 参数加值的确定

Fig.8 Determination of the parameter m

(5) 泊松比

局部应变测量试验数据显示,对于黏土、砂土和 岩石,在应力变化较小的情况下(q/q_{max}),其泊松比 值的变化区间是 0.1~0.2。对于大部分土体的弹性 卸载-再加载的泊松比值 ν_{ur} 可以设定为 0.2^[1] (图 9)。





Fig.9 Curves of Poisson's ratio vs. axial strain under different confining pressures

3.2 原状淤泥质黏土的 K₀ 固结试验

图 10 所示为原状淤泥质黏土固结试验得到的 e-lgp 曲线,从而可以得到相应的压缩系数和侧限 压缩模量 E_s(即 E_{ced})。



4 原状淤泥质黏土的土单元数值模拟

4.1 试验结果与模型预测结果对比

图 11 为不同围压下轴向应变与剪应力关系的 试验曲线与数值拟合曲线。在应变较大时,数值模

拟计算结果与试验曲线的拟合效果较差。但在应变 小于 5%的情况下,HS-Small 模型对试验结果的拟 合效果较为理想。在实际工程中,土体应变一般小 于 5%,因此这样的拟合效果仍可以接受。与采用 HS 模型进行数值模拟的拟合效果相比,在回弹再 压缩曲线的模拟上,HS-Small 模型的拟合效果 更好。



- 图 11 不同围压下轴向应变与剪应力关系曲线对比
 - Fig.11 Curves of axial strain vs. shear stress under different confining pressures

4.2 小应变刚度参数敏感性分析

4.2.1 *E*₀ 变化对应力-应变关系曲线的影响(200 kPa 围压,γ_{0.7}=0.000 253)

图 12 所示曲线分别对应 HS 模型和不同参数 E₀ 值情况下的 HS-Small 模型所得到的剪应变-应 力关系曲线。随着 E₀ 的增大,初始压缩曲线的斜 率与卸载-再压缩曲线的斜率均增大,且由于对应的 回弹模量 E_{ur}不变,E₀ 与 E_{ur}的差值增大,导致回滞 环的宽度也增大。而 HS 模型由于并不考虑 E₀,卸载-再加载过程中采用同一模量 E_w,因此在初始加载阶段,HS 模型曲线斜率较小,而在卸载-再加载阶段,其曲线一致,不存在回滞环。



Fig.12 Impact of different E_0 on stress-strain curve

4.2.2 γ_{0.7} 的改变对应力-应变关系曲线的影响
 (200 kPa围压, E₀=70 MPa)

图 13 所示曲线分别对应不同 γ_{0.7} 参数值情况 下的 HS-Small 模型所得到的剪应变-应力关系曲 线。很明显,随着 γ_{0.7}的增大,初始压缩曲线和再压 缩曲线的近似直线段增长,在同样剪应力情况下,土 体的应变值减小,土体保持 *E*₀ 刚度的区间增大。



Fig.13 Impact of different $\gamma_{0.7}$ on stress-strain curve

5 小结

地下工程施工过程中,可根据土体剪切应变值 大小将周边土体分为剧烈扰动区、扰动区、微扰动区 和未扰动区。用于模拟地下工程施工过程的土体本 构模型应能综合考虑土体的小应变特性和扰动特 性,从而引入小应变弹塑性本构模型,进而对小应变 硬化土本构模型的参数确定方法进行讨论,并对其 关键参数进行敏感性分析:

(1)对小应变弹塑性本构模型的关键参数(初 始剪切模量和剪应变阀值)的确定方法进行介绍,并 对上海典型软土这两个参数的确定方法进行研究。 (2) 通过室内 GDS 三轴试验对上海典型软土 进行室内三轴排水剪切和固结试验。试验结果可得 到比较精确的回弹模量 *E*_{ur},但无法直接通过应力-应变关系得到比较准确的初始弹性模量 *E*₀值。*E*₀ 值的确定建议采用原位测试的方法,通过理论公式 进行计算得到。

(3)针对参数 E_0 和参数 $\gamma_{0.7}$ 进行参数敏感性 分析。随着 E_0 的增大,初始压缩曲线的斜率与卸 载-再压缩曲线的斜率均增大,且由于对应的回弹模 量 E_{ur} 不变, E_0 与 E_{ur} 的差值增大,导致回滞环的宽 度也增大。随着 $\gamma_{0.7}$ 的增大,初始压缩曲线和再压 缩曲线的近似直线段增长,在同样剪应力情况下,土 体的应变值减小,土体保持 E_0 刚度的区间增大。

参考文献(References)

- [1] OBRZUD R, TRUTY A. The Hardening Soil Model——A Practical Guidebook[M]. Zace Services Ltd, Software Engineering, Lausane, Switzerland, 2011.
- [2] HARDIN B O, DRNEVICH V P.Shear Modulous and Damping in Soils; Design Equations and Curves[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1972, 98(7): 667-692.
- [3] BENZ T.Small-strain Stiffness of Soils and Its Numerical Consequences[D].Stuttgart:Stuttgart University,2007.
- [4] BENZ T, VERMEER P A, SCHWAB R.A Small-strain Overlay Model[J].Int J Numer Anal Meth Geomech, 2009, 33(1): 25-44.
- [5] SCHANZ T, VERMEER P A, BONNIER P G. The Hardening Soil Model: Formulation and Verification [C]//Beyond 2000 in Computational Geotechnics-10 Years of PLAXIS, Balkema, Rotterdam.1999.
- [6] JARDINE R J. SYMES M J. BURLAND J B. The Measurement of Soil Stiffness in the Triaxial Apparatus [J]. Géotechnique, 1984, 34(3): 323-340.
- [7] BRIGNOLI E G M, GOTTI M, STOKOE K H.Measurement of Shear Waves in Laboratory Specimens by Means of Piezoelectric Transducers[J].Geotechnical Testing Journal, 1996, 19 (4):384-397.
- [8] HARDIN B O, DRNEVICH V P.Shear Modulus and Damping in Soils: Measurement and Parameter Effects [J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1972, 98(6): 603-624.
- [9] STOKOE K H I, WOODS R D. In Situ Shear Wave Velocity by Cross-hole Method [J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1972, 98(5):443-460.
- [10] WOODS R D.Measurement of Dynamic Soil Properties[C]// Proc.Earthquake Engineering and Soil Dynamics Speciality Conference (ASCE), Pasadena, California.1978:91-178.

- [11] ROBERTSON P K, CAMPANELLA R G, GILLESPIE D, et al.Seismic CPT to Measure In-situ Shear Wave Velocity[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1986, 112(8):791-803.
- [12] HEPTON P.Shear Wave Velocity Measurements during Penetration Testing[C]//Proceedings of the Geotechnology Conference on Penetration Testing in the United Kingdom (PTUK).1989;275-283.
- [13] STOKOE K H, WRIGHT S G, JAMES A B, et al. Geophysical Characterization of Sites [M]. Balkema A A, Rotterdam, 1994.
- [14] 王建华,程国勇,张立.取样扰动引起土层剪切波速变化的试验研究[J].岩石力学与工程学报,2004,23(15):2604-2608.
 WANG Jianhua, CHENG Guoyong, ZHANG Li. Study on Variation of Shear Wave Velocity Caused by Sampling Disturbance[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2004,23(15):2604-2608.

[15] 高志兵,高玉峰,谭慧明.饱和黏性土最大动剪切模量的室内 和原位试验对比研究[J].岩土工程学报,2010,32(5):731-735.

> GAO Zhibing, GAO Yufeng, TAN Huiming. Lab and in-situ Tests on Maximum Dynamic Shear Modulus of Saturated Clay Soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32 (5):731-735.

- [16] SANTOS J A.CORREIA A G.Reference Threshold Shear Strain of Soil.Its Application to Obtain a Unique Strain-dependent Shear Modulus Curve for Soil[C]//Proc of the 15th Int Conf on Soil Mech and Geotech Eng, Istanbul, Turkey.2001;267-270.
- [17] 张亚军,兰宏亮,崔永高.上海地区土动剪切模量比和阻尼比的统计研究[J].世界地震工程,2010,26(2):171-175.
 ZHANG Yajun,LAN Hongliang,CUI Yonggao.Statistical Studies on Shear Modulus Ratios and Damping Ratios of Soil in Shanghai Area[J].World Earthquake Engineering,2010,26(2):171-175.

[21] 孔宪京,林皋.核电厂工程结构抗震研究进展[J].中国工程科 学,2013,15(4):62-74.

KONG Xianjing, LIN Gao. Research Advances on Engineering Structural Seismic Safety of Nuclear Power Plant[J]. Engineering Sciences, 2013, 15(4):62-74.

- [22] Nuclear Reactors and Earthquakes: TID-7024[S].California:Lockheed Aircraft Corporation and Holmes and Narver Inc., 1963.
- [23] Seismic Analysis of Safety-Related Nuclear Structures and Commentary: ASCE4-98[S].New York: ASCE, 2000.
- [24] 马野,袁志丹,曹金凤.ADINA有限元经典实例分析[M].北京 (人民交通出版社),2010.
 MA Ye,YUAN Zhidan,CAO Jinfeng.Classical Examples of ADI-NA Finite Element Analysis[M].Beijing: China Communications Press,2010.