

马文国,王兰民,王谦.准脆性地层中水平井多段水压致裂的扩展有限元法模拟[J].地震工程学报,2017,39(2):0356-0361.doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2017.02.0356

MA Wen-guo, WANG Lan-min, WANG Qian. Simulation of Multi-stage Fracturing of Horizontal Wells in Quasi-brittle Stratum by Extended Finite Element Method[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2017, 39(2): 0356-0361. doi: 10.3969/j.issn.1000-0844.2017.02.0356

准脆性地层中水平井多段水压致裂的 扩展有限元法模拟^①

马文国^{1,2}, 王兰民³, 王 谦³

(1. 兰州大学 土木工程与力学学院, 甘肃 兰州 730000; 2. 宁夏大学 物理与电子电气工程学院, 宁夏 银川 750021;
3. 中国地震局 黄土地震工程重点实验室, 甘肃 兰州 730000)

摘要:在实际的水力压裂过程中,裂缝总是沿着垂直于最小地应力的方向扩展,地应力的分布形式和多个压裂段之间的互相影响(应力阴影效应)对于形成复杂的裂缝网络具有重要的影响。本文基于扩展有限单元法(XFEM)模拟页岩等多孔介质在水压作用下裂缝的任意扩展,由于在传统有限元法的基础上引入了扩充自由度和可以描述间断的位移阶跃函数,所以裂缝可以独立于网格扩展,而不需要重新剖分网格。通过引入一维流动假设,求解润滑方程,并考虑流体在裂缝内的流动。同时也考虑裂缝向基质中流动的滤失效应。研究实际施工中不同段间距下裂缝的扩展模式和段间距对裂缝形态的影响,结果表明,压裂段间距过小时中间的裂缝会被屏蔽;此外,裂缝会由于应力阴影效应而发生转向。

关键词:水力压裂;扩展有限元法(XFEM);应力阴影效应;多段压裂

中图分类号: TD84

文献标志码: A

文章编号: 1000-0844(2017)02-0356-06

DOI: 10.3969/j.issn.1000-0844.2017.02.0356

Simulation of Multi-stage Fracturing of Horizontal Wells in Quasi-brittle Stratum by Extended Finite Element Method

MA Wen-guo^{1,2}, WANG Lan-min³, WANG Qian³

(1. School of Civil Engineering and Mechanics, Lanzhou University, Lanzhou 730000, Gansu, China;

2. School of Physics and Electric Engineering, Ningxia University, Yinchuan 750021, Ningxia, China;

3. Key Lab for Loessial Earthquake Engineering, CEA, Lanzhou 730000, Gansu, China)

Abstract: In the actual hydraulic fracturing process, the fracture always extends along a direction perpendicular to the minimum stress. The distribution of the in-situ stress and the interaction between multiple fractures (stress shadow effect) play important roles in the formation of a complex fracture network. Based on the extended finite element method (XFEM), in this paper, we simulate the arbitrary propagation of fractures in porous media. Since we introduce the enriched degree of freedom based on the traditional finite element method (FEM), with which we can describe discontinuous displacement, the

① 收稿日期:2017-03-28

基金项目:国家自然科学基金项目(51478444,51408567);宁夏“十三五”重点建设学科项目

作者简介:马文国(1980—),男,博士生,副教授,主要从事岩土力学教学和科研工作。E-mail:mwg@nxu.edu.cn。

fracture can be propagated independent of the mesh. By introducing a one-dimensional flow assumption, we solve the lubrication equation, taking into account the flow of the fluid in the fracture. At the same time, we also consider the leak-off effect of the fracture on the matrix. We investigate the influence of the propagation pattern and stage distance on the fracture morphology under different perforation spacing in the actual construction. The results show the fracture in the middle is shielded when the stage spacing is too small. In addition, the fracture will turn due to the stress shadow effect.

Key words: hydraulic fracturing; extended finite element method (XFEM); stress shadow effect; multi-stage fracturing

0 引言

水力压裂技术目前已经被广泛地应用于石油、天然气和地热等能源领域的采集中,特别是页岩气等非常规油气的开采^[1-2]。利用高压液体将地层破裂,形成复杂的裂缝网络,为石油天然气等资源形成流动通道,增加基质的渗透率,从而将常规方法难开采的非常规油气资源开采出来^[3]。

水力压裂裂缝网的几何形状(长度、高度、缝宽和扩展模式)对页岩气的长期生产有显著的贡献,且已被压裂后数据采集方法(如倾斜计压裂测绘和微地震监测)进行了大量的验证。然而,由于使用这种方法的唯一可检测的事件是裂缝的剪切滑移事件,不能识别裂缝的张开模式(水力裂缝的扩展)。所以开发数值模拟方法进行水力压裂施工优化设计显得尤为重要。

目前模拟水力压裂过程的数值方法主要有以下几种:基于解析解和半解析解的离散裂缝网(DFN)方法、基于边界元法的不连续位移法(DDM)^[4]、内聚力方法(CZM)^[5]、传统有限元法(FEM)^[6]和扩展有限元法(XFEM)^[7]等。这些方法都在水力压裂数值模拟方面取得了一定的成果。近年来,扩展有限元方法因其在处理断裂问题中的优势而被广泛的应用于水力压裂的数值模拟研究中。早期采用扩展有限元方法模拟水力压裂问题的应用关注的是单个的干裂缝(裂缝内没有液体的流动),且没有考虑流体的黏性效应等^[8]。最近,一些学者在裂缝内引入了流体的一维润滑方程来模拟流体的黏性流动^[9]。而对于多条裂缝的压裂过程的研究相对较少,在多条裂缝同时扩展的过程中裂缝彼此之间不仅会通过应力阴影效应相互影响各自的缝宽和扩展长度,多条裂缝之间还会因互相排斥而转向,裂缝的路径通常都比较复杂^[10]。

本文通过扩展有限元法结合流体的黏性流动模拟水力裂缝的任意扩展以及多条裂缝之间的相互作用,通过和解析解的比较验证数值方法的正确性,并

研究多段压裂中段间距对压裂效果的影响。

1 物理模型和控制方程

采用二维平面应变假设和结构上下对称模型,在一个水平井内模拟多个压裂段同时压裂(图 1)。

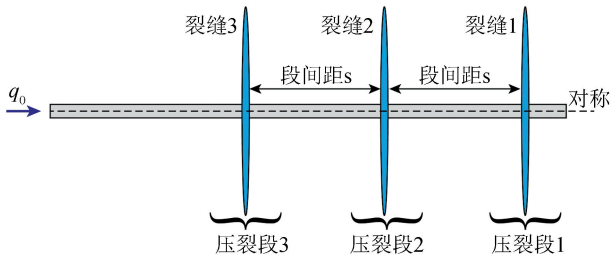


图 1 水平井多段压裂示意图

Fig.1 Schematic diagram of multi-stage fracturing of horizontal wells

1.1 缝内流体流动方程

通常的水力压裂过程中,裂缝的宽度远小于裂缝的长度,因此裂缝内的流动可以简化为一维流动。为了求解的方便,进一步假设流体是不可压缩的牛顿流体。图 2 展示了裂缝内流体流动的两种模式:沿着裂缝长度的流动和垂直于裂缝面的流动,其中垂直于裂缝面的流动也叫流体的滤失,即由裂缝中流向多孔介质中。

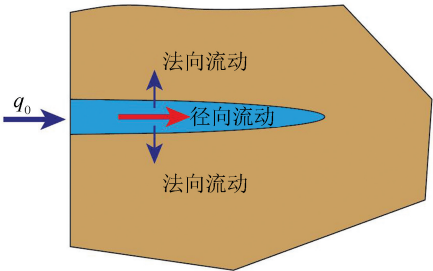


图 2 裂缝内的径向流动和法向流动示意图

Fig.2 Schematic diagram of radial flow and normal flow in fracture

根据上面的假设,每一条裂缝内的切向流动由润滑方程控制:

$$q_t = -\frac{w^3}{12\mu} \nabla p \tag{1}$$

裂缝内的法向流动采用依赖于压力梯度的滤失模型控制：

$$q_1 = c_1 (p - p_m) \tag{2}$$

同时，裂缝内的流动满足流体质量守恒(连续方程)：

$$\nabla \cdot q_t - \frac{\partial w}{\partial t} + q_1 = q_0 \delta(s) \tag{3}$$

其中： p 和 q_t 分别为任一时时刻裂缝内任一点的流体压力和体积流量； w 为裂缝张开宽度； μ 为流体的动力黏度系数； q_1 为单位时间单位裂缝表面面积上滤失掉的体积流量； c_1 为滤失系数； p_m 为基质中靠近裂缝表面的孔隙压力； q_0 为注入的流体流量； s 为沿着裂缝的自然坐标； t 为时间。

流体流动的边界条件(假设流体裂尖和固体裂尖重合)：

$$w_{tip} = 0, q_{tip} = 0 \tag{4}$$

其中： w_{tip} 和 q_{tip} 分别为裂尖的张开宽度和裂尖的流体体积流量。控制方程(1)～(3)和边界条件(4)共同决定了裂缝内流体的流动。

1.2 耦合的多孔介质变形方程

考虑到岩石是一种多孔介质，采用 Biot 本构进行模拟。多孔介质变形的控制方程如下：

平衡方程：

$$\nabla \cdot \sigma' + b = 0 \tag{5}$$

其中： b 为体积力； σ' 为 Biot 等效应力张量，定义为

$$\sigma' = \sigma - \alpha p I \tag{6}$$

其中： σ 是柯西应力张量； α 是 Biot 系数； p 是多孔介质中的孔隙压力； I 是单位张量。

本构方程：

$$\sigma' = C : \varepsilon \tag{7}$$

其中： C 为切向模量矩阵； ε 为应变张量。

边界条件为

$$\begin{cases} \sigma' \cdot n = \bar{t} & \text{on } \Gamma_t \\ u = \bar{u} & \text{on } \Gamma_u \\ n \cdot (\sigma' \cdot n) = p & \text{on } \Gamma_c \end{cases} \tag{8}$$

式中： Γ_t 是力边界； Γ_u 是位移边界； Γ_c 是裂缝面； n 是面的法向； $\bar{t}$ 是给定的力边界上的拉力； $\bar{u}$ 是位移边界上的给定的位移。

2 数值计算方法

为了避免水力压裂模拟过程中重新划分网格，并模拟裂缝尖端的奇异性，本文采用 Belytschko 和 Moes 等^[11]提出的一种不依赖于网格的裂纹扩展方法——扩展有限元法(XFEM)来模拟水力裂缝的任

意扩展。与其它基于有限元法(FEM)的裂纹模拟方法相比，XFEM 具有如下优点：(1)可以基于裂缝尖端的当前应力状态模拟裂缝沿任意方向的扩展而不需要重分网格；(2)初始裂纹(射孔簇)定义更加方便；(3)可以采用规则网格；(4)可以方便地捕捉裂缝尖端的奇异性。

XFEM 通过扩充有限元基函数对复杂的未知场(如裂尖场)进行更加精确地描述。扩充函数可以根据问题的类别依据先验性的知识或者解析解进行选择，如对于裂缝模拟问题可以选择阶跃函数作为扩充函数，对于裂缝尖端奇异场可以选择裂尖渐近函数作为扩充函数(图 3)。XFEM 的位移场离散如下^[12]：

$$u^h(x) = \sum_{I \in n} N_I(x) \left[u_I + H(x) a_I + \sum_{a=1}^4 F_a(x) b_I^a \right] \tag{9}$$

式中： $u^h(x)$ 是坐标 x 处的位移； $N_I(x)$ 是传统形函数； u_I 是节点的位移自由度； $H(x)$ 是 Heaviside 阶跃扩充函数； a_I 是对应于阶跃扩充的附加自由度； b_I^a 是裂尖扩充自由度； $F_a(x)$ 是裂尖扩充函数，根据线弹性断裂力学(LEFM)的裂尖场选择如下：

$$\{F_a(r, \theta)\}_{a=1,2,3,4} = \left\{ \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta \right\} \tag{10}$$

式中： (r, θ) 代表节点在裂尖局部坐标系下的坐标。

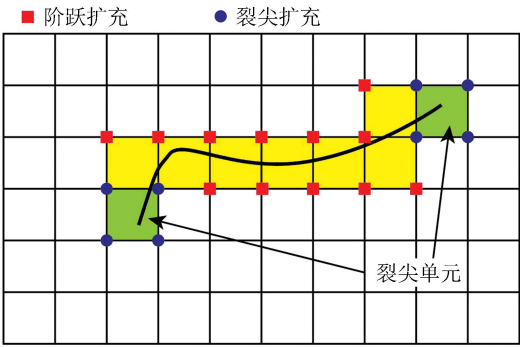


图 3 XFEM 的裂尖扩充和阶跃扩充示意图
Fig.3 Schematic diagram of fissure tip extension and step extension of XFEM

3 数值算例

3.1 水力裂缝扩展的黏性解和韧性解

在不考虑流体滞后和漏失的情况下，水力裂缝的扩展由两个能量竞争耗散机制控制^[13-14]：一种是流动耗能过程，由流体的黏度和泵注流量控制；另一种是岩石的断裂韧控制的断裂耗能过程。对于黏度

主导的水力裂缝扩展,断裂韧性耗散的能量与黏度流体流动消耗的能量相比可以忽略不计;而对于韧性主导的水力裂缝扩展,与在压裂岩石中断裂所消耗的能量相比,黏性耗散能量很小,可以忽略不计。

本文通过比较数值解与平面应变 KGD 模型的解析解,证明了数值模型既可以模拟黏性主导的水力裂缝扩展,也可以模拟韧性主导的水力裂缝扩展。

平面应变 KGD 模型的解析解依赖于一个无量纲参数 K_m :

$$K_m = \frac{K'}{(E'^3 \mu' q_0)^{1/4}} \tag{11}$$

式中: q_0 是泵注的流量;而材料参数 E' 、 K' 和 μ' 定义为:

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2}, K' = \sqrt{\frac{32}{\pi}} K_{IC}, \mu' = 12\mu \tag{12}$$

式中: E 是杨氏模量; ν 是泊松比; K_{IC} 是断裂韧性。
当 K_m 大于 4.0 时,水力裂缝扩展是韧性主导的;当 K_m 小于 1.0 时,水力裂缝扩展是黏性主导的^[15-16]。

(1) 黏性主导的水力裂缝扩展

为了验证黏性主导的裂缝扩展模式,取如下的施工参数:压裂液黏度 $\mu = 100$ cP,注入流量 $q_0 = 2.5 \times 10^{-4}$ m³/s;岩石的材料参数 $E = 17$ GPa、 $\nu = 0.2$ 、 $K_{IC} = 1.46$ MPa · √m。此时裂缝在扩展过程中,演化参数 $K_m = 0.515$,小于 1.0,这表明水力裂缝以黏度主导的方式扩展。分别取三种网格密度进行数值计算(4 000、16 000 和 64 000 个单元),计算得到黏性主导的裂缝扩展的平面应变 KGD 模型的结果和对应的解析解如图 4 所示。可以看到,数值解与解析解吻合得很好。

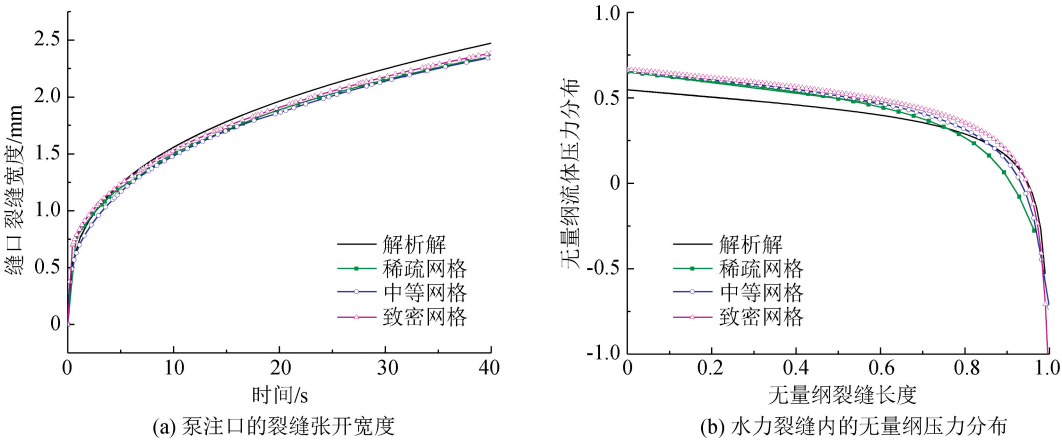


图 4 数值计算的结果和黏性主导裂缝扩展的平面应变 KGD 模型的解析解的比较

Fig.4 Comparison between numerical calculation results and analytical solutions in KGD model with viscosity-dominated crack propagation

(2) 韧性主导的水力裂缝扩展

保持其他参数不变,压裂液黏度改为 $\mu = 0.01$ cP,此时的无量纲演化参数 $K_m = 5.15$,大于

4.0,表明水力裂缝在扩展的过程中是韧性主导的,因此可以用零黏度的解析解来近似。数值模拟的结果与对应的解析解得比较如图 5 所示。可以看出,

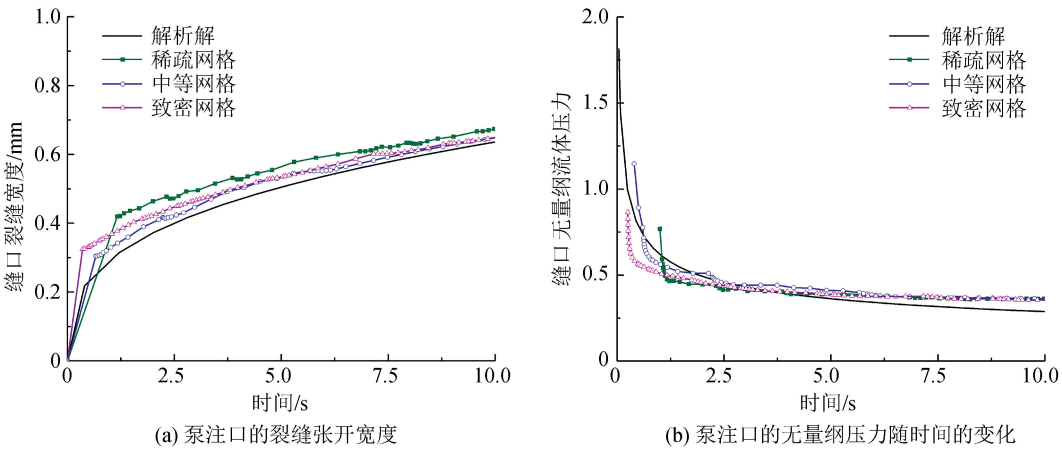


图 5 数值计算的结果和韧性主导裂缝扩展的平面应变 KGD 模型的解析解的比较

Fig.5 Comparison between numerical calculation results and analytical solutions in KGD model with ductility-dominated crack propagation

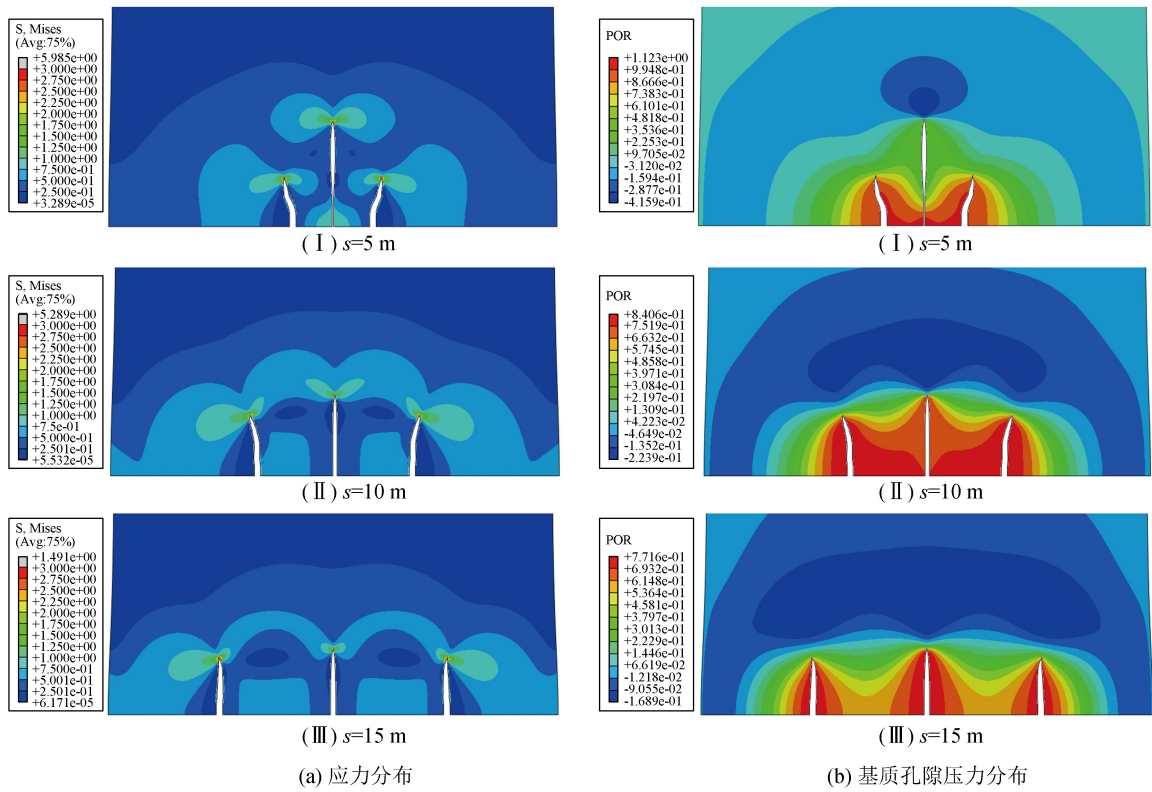


图 6 不同段间距下的压裂后的应力分布及基质孔隙压力分布

Fig.6 Distribution of stress and matrix pore pressure under different perforation spacing after fracturing

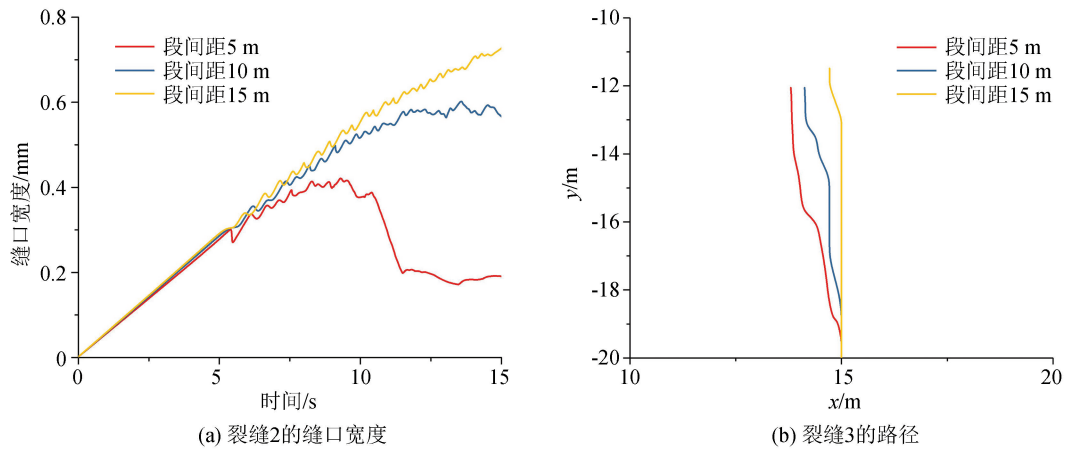


图 7 不同段间距下裂缝 2(中间裂缝)的缝口宽度以及裂缝 3(左边的裂缝)的路径
(将三种段间距下的左边的裂缝平移到同一个点)

Fig.7 The width of No.2 fracture (fracture in the middle) and the path of No.3 fracture (fracture on the left) under different perforation spacing (translate the fractures on the leftside under three kinds of perforation spacing to the same point)

对于韧性主导的情况,数值解和解析解也吻合得很好。

考虑一个水平井同时进行三个压裂段的压裂(图 1),段间距 s 分别取 5、10 及 15 m。泵注流量

$q_0=0.05 \text{ m}^3/\text{s}$,平面应变模型的厚度为 10 m,杨氏模量 $E=17 \text{ GPa}$,泊松比 $\nu=0.2$,岩石的断裂韧性 $K_{IC}=1.46 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$;采用清水进行压裂,清水的流体黏度为 $\mu=1.0 \text{ cP}$,岩石的渗透率为 $k=10 \text{ md}$ 。

计算得到不同段间距下的裂缝扩展路径及基质中的孔隙压力分布如图6所示。不同段间距下裂缝2(中间裂缝)的缝口宽度以及裂缝3(左边的裂缝)的路径如图7所示。从图中可以看出,当段间距较小时(如 $s=5\text{ m}$),中间的裂缝会由于两边裂缝的挤压而使其入口的宽度很窄,这在实际的压裂施工中有可能引起砂堵,从而影响压裂效果,甚至引起压裂失败;而此时,两边的裂缝由于互相排斥,裂缝会有较大的转向,不利于其向前延伸(转向后裂缝不再垂直于最小地应力的方向)。而当段间距较大时(如 $s=15\text{ m}$),各个裂缝间的影响较小,三条裂缝可以稳定的平行向前扩展,从而达到较好的压裂效果。所以在实际的水力压裂施工中,对于多段压裂问题,应该选择一个较大的段间距。

4 结论

本文通过扩展有限元方法结合流体的黏性流动研究水平井多段压裂问题,分析不同的段间距对压裂效果的影响。数值模拟的结果表明,水力裂缝总是趋向于沿着垂直于最小地应力的方向扩展,但裂缝之间的互相干扰会使裂缝的扩展方向发生偏折,这种偏折会随着段间距的减小而加剧。两边的裂缝会抑制中间的裂缝,使其宽度较窄,这在实际施工中可能会引起砂堵而不能达到有效开采的目的,因此在实际的施工中,应当选择适当的段间距以防止裂缝间的互相干扰和抑制。

参考文献(References)

- [1] 贾承造,郑民,张永峰.中国非常规油气资源与勘探开发前景[J].石油勘探与开发,2012,39(2):129-136.
JIA Cheng-zao, ZHENG Min, ZHANG Yong-feng. Unconventional Hydracarbon Resources in China and the Prospect of Exploration and Development[J]. Petroleum Exploration and Development, 2012, 39(2): 129-136. (in Chinese)
- [2] 杨礼宁,姜振泉,张卫强,等.高温作用后砂岩力学性质研究[J].地震工程学报,2016,38(2):299-302.
YANG Li-ning, JIANG Zhen-quan, ZHANG Wei-qiang, et al. Mechanical Properties of Sandstone after High Temperature[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2016, 38(2): 299-302. (in Chinese)
- [3] 庄茁,柳占立,王涛,等.页岩水力压裂的关键力学问题[J].科学通报,2016,61(1):72-81.
ZHUANG Zhuo, LIU Zhan-li, WANG Tao, et al. The Key Mechanical Problems on Hydraulic Fracture in Shale[J]. Chinese Science Bulletin, 2016, 61(1): 72-81. (in Chinese)
- [4] Chuprakov D A, Akulich A V, Siebrits E, et al. Hydraulic Fracture Propagation in a Naturally Fractured Reservoir[J]. Spe Production & Operations, 2011, 26(1): 88-97.
- [5] Chen Z. Finite Element Modelling of Viscosity-dominated Hydraulic Fractures[J]. Journal of Petroleum Science & Engineering, 2012, 88-89(2): 136-144.
- [6] Bao J Q, Fathi E, Ameri S. A Coupled Finite Element Method for the Numerical Simulation of Hydraulic Fracturing with a Condensation Technique[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2014, 131(2): 269-281.
- [7] Dahi-Taleghani A, Olson J E. Numerical Modeling of Multi-stranded Hydraulic Fracture Propagation: Accounting for the Interaction Between Induced and Natural Fractures[J]. Spe Journal, 2011, 16(3): 575-581.
- [8] Ren Q W, Dong Y W, Yu T T. Numerical Modeling of Concrete Hydraulic Fracturing with Extended Finite Element Method[J]. Science China Technological Sciences, 2009, 52(3): 559-565.
- [9] Gordeliy E, Peirce A. Coupling Schemes for Modeling Hydraulic Fracture Propagation Using the XFEM[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2013, 253(1): 305-322.
- [10] Lecampion B, Desroches J. Simultaneous Initiation and Growth of Multiple Radial Hydraulic Fractures from a Horizontal Wellbore[J]. Journal of the Mechanics & Physics of Solids, 2015, 82(2): 235-258.
- [11] Moes N, Dolbow J, Belytschko T. A Finite Element Method for Crack Growth without Remeshing[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1999, 46(1): 131-150.
- [12] Shi F, Wang X, Liu C, et al. An XFEM-based Method with Reduction Technique for Modeling Hydraulic Fracture Propagation in Formations Containing Frictional Natural Fractures[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2017, 173: 64-90.
- [13] Detournay E. Propagation Regimes of Fluid-driven Fractures in Impermeable Rocks[J]. International Journal of Geomechanics, 2004, 4(1): 35-45.
- [14] Ma W G, Wang L M, Li X F, et al. A Novel Linear Relationship for Calculating Dynamic Shear Modulus of Geomaterials[J]. Journal of Wuhan University of Technology: Mater Sci Ed, 2016, 31(4): 838-842.
- [15] Hu J, Garagash D I. Plane-strain Propagation of a Fluid-driven Crack in a Permeable Rock with Fracture Toughness[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2010, 136(9): 1152-1166.
- [16] 于浩,练章华,林铁军,等.页岩气体压裂过程中套管失效机理研究[J].中国安全生产科学技术,2016,12(10):37-43.
YU Hao, LIAN Zhang-hua, LIN Tie-jun, et al. Study on Failure Mechanism of Casing in Stimulated Reservoir Volume Fracturing of Shale Gas[J]. Journal of Safety Science and Technology, 2016, 12(10): 37-43. (in Chinese)