

振杆密实法的应用概况与研究进展^①

程 远^{1,2}, 刘松玉¹, 杜广印¹

(1.江苏省城市地下工程与环境安全重点实验室,江苏 南京 210096; 2.苏州市轨道交通集团有限公司,江苏 苏州 215004)

摘要:通过对国内外振杆密实法的适用性、加固效果、加固机理等方面的回顾,总结振杆密实法加固无黏性土地基技术中三个关键方面的发展现状,最后提出振杆密实法研究中存在的问题及发展方向。

关键词: 振杆密实法; 试验研究; 加固效果; 加固机理

中图分类号: TU413

文献标志码: A

文章编号: 1000-0844(2015)增刊 2-0207-07

DOI: 10.3969/j.issn.1000-0844.2015.增刊 2.0207

Application and Recent Research Progress of Vibratory Probe Compaction Method

CHENG Yuan^{1,2}, LIU Song-yu¹, DU Guang-yin¹

(1.Jiangsu Key Laboratory of Urban Underground Engineering & Environmental Safety, Nanjing 210096, Jiangsu, China;

2.Suzhou Rail Transit Group Co., Ltd, Suzhou 215004, Jiangsu, China)

Abstract: The vibratory probe compaction method is a deep dynamic compaction method that offers numerous merits without packing. Its simplicity offers advantages to the construction industry, including convenient construction, a short construction period, which is economical and effective. Consequently, this technique has been widely used in the treatment of foundations abroad and now its development and application has begun in China. The current research in this technique is summarized in this review. Topics include a review of the applicability of the technique, the compaction effect and the reinforcement mechanism of the vibratory probe compaction method. The state of the art of three key factors in the vibratory probe compaction method is summarized. Finally, the outstanding issues and the direction of development of the technology are detailed.

Key words: vibratory probe compaction method; experimental study; reinforcement effect; reinforcement mechanism

0 引言

振杆密实法加固无黏性土地基理念始于 20 世纪 60 年代末, Mitchell^[1] 认识到振动沉桩设备沉桩时密实砂土的可能性。20 世纪 70 年代初美国 Foster 公司基于振动沉桩设备设计制造出振杆密实机械。90 年代 Massarsch^[2] 将共振密实设计理念引入其中, 又名共振密实法。它是通过特别设计的杆件

在安装其上的振动锤的激发下垂向振动插入土体, 利用振锤-振杆-土系统共振时的振动放大效应, 使土层与振杆同步振动, 地面振动显著增加, 振动能量实现从振锤到振杆和周围土中的最佳传递以密实周围土体。共振密实的关键特征是特别设计的振杆及固定其上的可变频率振锤。西欧、日本等国家曾经

① 收稿日期: 2015-04-25

基金项目: 国家自然科学基金项目(41372308); 江苏省自然科学基金项目(BK20150279)。

作者简介: 程 远(1985—), 男, 河南平顶山人, 博士, 主要从事地基处理方面的研究工作。E-mail: chengyuan2008@126.com。

通信作者: 杜广印

研制出不同振杆形式并将这一技术用于加固砂性土地基。2007 年我国开始研究振杆法并研制十字形振动翼^[3]。因其不用填料、工艺简单、施工便捷、工期短、经济实用和效果显著等优点,在国内外得到了成功应用。最常用的两个方面是基础设施工程(港口和机场等)填海土地的加固和地震区液化危险的减轻。

本文通过对国内外振杆密实法的适用性、加固效果、加固机理等方面的回顾,总结振杆密实法加固地基技术中三个关键方面的研究现状,最后提出振杆密实法研究中存在的问题及发展方向。

1 振杆法的适用性及试验研究

1.1 加固效果对比

振杆密实法自 20 世纪 70 年代问世以来在世界各地得到广泛应用,其对砂性土地基的加固效果已得到有效验证。因土类、密实设备和施工工艺的不同其加固效果有所差别,一般情况贯入阻力提高 1~5 倍,地表沉降 0.3~1.1 m,沉降量达到 5%~10% 土层厚度,相对密度从小于 40% 提高到超过 70%~90%,剪切波速增加 40~60 m/s。一些学者基于原位测试方法将不同形式振杆与其他振动密实方法进行了加固效果对比研究(表 1)。从表 1 可以看出,H 型杆、钢管、板桩、Terra 杆等早期振杆形式加固效果不如传统振动密实方法,而振动棒、振动翼、Y 形杆等振杆形式较无填料振动密实方法要好,表明振杆形式对加固效果影响较大。

表 1 振杆法与传统方法加固效果对比

Table 1 Comparison between compaction effects of vibratory probe compaction method and traditional method

深层密实效果对比	出处
无填料振冲法>Terra 杆	Brown ^[4]
振动棒>砂桩法>无填料振冲法	Saito ^[5]
振冲法>Terra 杆>挤密桩法>爆炸致密法	Faraco ^[6]
碎石桩>振动翼	Paunescu ^[7]
Y 形杆>细砂填料振冲法>无填料振冲法	Wallays ^[8]
振动翼>平板振动夯	Massarsch ^[9]
无填料振冲法>H 型钢、翼形杆和钢管	Castelli ^[10]
振动翼>强夯法	Senneset ^[11]
松散:爆炸致密>Y 杆;密实:Y 杆>爆炸致密	Van Impe ^[12]
强夯法>H 型杆	Tan ^[13]

1.2 加固效果空间变化规律

Brown^[14] 现场试验发现加固后单点强度和沉降随距振点距离增加而减小,影响范围达到 3~4 倍振杆直径。振点强度增长明显,距振点 1 m 处强度

有所增长,2 m、3 m 处强度基本无增长,Y 形杆的影响区域是 2 m 半径。三角形布点中心强度稍大于振点。Neely^[15] 测量密实点沉降 0.34~0.49 m,密实点间沉降 0.31~0.45 m。已有的研究表明,单点密实后形成圆锥形沉降区域,振点处强度和沉降最大并随径向距离增大而减小,影响范围约 3 倍直径。

2 加固效果影响因素研究

密实有效性由加固设备规格、土层情况及施工工艺决定。设备规格包括振动频率、振幅、振杆形状、功率和激振力等。土层情况包括土类、密实深度、饱和度(地下水位)、初始相对密实度、初始原位应力、原状土结构等。施工工艺包括密实顺序、振杆沉入拔出模式和速度、振动时间、布点形式、振点间距等。

2.1 设备规格

(1) 振动频率

Neely^[15] 指出振动频率较低时达到最大加固效果。振点间距为 1.75 m 时,14 Hz 比 26 Hz 的加固效果提高 20%。基于现场强度试验确定最佳振动频率耗时耗力,一些学者根据共振理论通过改变振锤转速进行现场振动测量来确定最佳振动频率。Massarsch^[16] 指出 Y 形杆 13 Hz 共振频率远小于 26.6 Hz 的振锤最大频率,双 Y 形杆 15 Hz 时地面振速比沉拔杆 30 Hz 时放大 5~8 倍。Van Impe^[17] 研究 Y 形和双 Y 形杆的最佳振动频率为 16 Hz 和 14 Hz。

(2) 振幅

振锤能力(地表加速度)需要根据工程加固要求和土层条件来选定。Massarsch^[2] 基于现场监测建立地表加速度、土层初始贯入阻力与处理深度的关系以确定液化所要求的振幅(图 1)。Massarsch^[18] 基于地表沉降测量建立了压缩层相对沉降、初始贯入阻力和地表加速度的关系(图 2)。

(3) 振杆柔度

Wallays^[8] 研究表明振动翼上拔时对土体的降压作用导致加固效果欠佳。Neely^[15] 指出 Y 形杆上肋骨厚度增加对密实效果的贡献要优于数量的增加。Van Impe^[17] 研究表明杆形状和柔度对加固效果有影响,刚度较大的 Y 形杆加固后强度提高小于刚度小的双 Y 形杆。基于此设计通过减小 50% 的振杆材料使其更具柔度^[12]。Massarsch^[19] 研究指出开洞振杆与同样尺寸的较重的振杆相比可以产生更

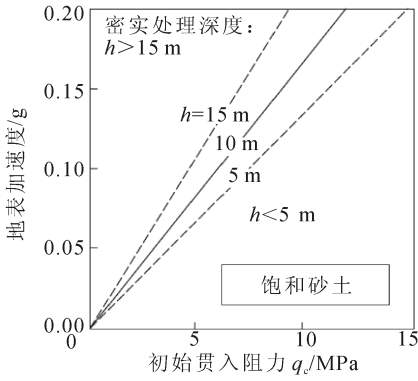


图 1 振动密实过程中导致液化所需地表加速度、初始贯入阻力与密实处理深度的关系

Fig.1 Relationship between initial penetration resistance, layer thickness, and the required ground acceleration to liquefy the soil during the vibration compacting process

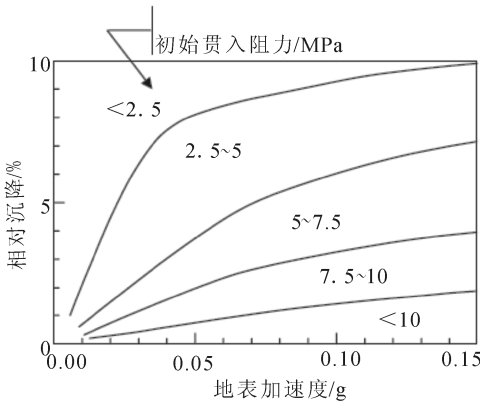


图 2 土层相对沉降(压缩量)、地表加速度与初始贯入阻力关系

Fig.2 Relationship between the ground acceleration, initial penetration resistance, and average induced settlement of treated layer

大的振幅。

(4) 功率

Massarsch^[20]通过土层密实不同阶段振锤的液压、工作频率、垂直振速的测试表明,共振需要的振动能量最小。在高频率下,振杆相对于周围土层和地面的振动减小,所需的液压会显著增加。

(5) 激振力

Neely^[15]试验表明相同振动频率下激振力变化的不同振锤对加固效果影响不大。

2.2 土层情况

(1) 土类

小于 0.075 mm 的细粒含量对密实效果影响很

大,一些学者研究的适合振杆密实的颗粒粒径范围见表 2。

从表 2 可以看出,适合振杆密实的土类主要为细粒含量少于 15%、渗透系数介于 $10^{-2} \sim 10^{-7}$ m/s 的砾砂、中粗砂和细砂等砂土。Massarsch^[18]基于 CPT 结果提出土分为“可密实”,“有限密实”和“不可密实”(图 3)。Fellenius^[25]结合 Massarsch^[18]关于可密实处理范围给出直接根据锥尖阻力和侧摩阻力进行划分的适合深层密实土分类(图 4)。其与图 3 有很好的一致性,优势在于概括了更广范围的土,而且标明了土类。

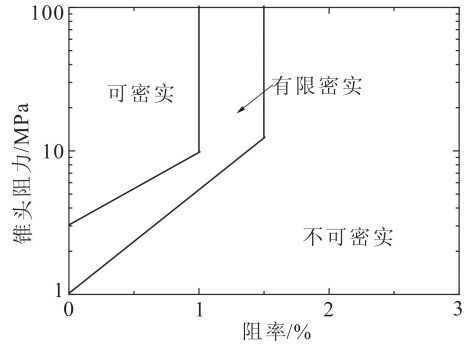


图 3 基于 CPT 数据的可密实性土分类

Fig.3 Soil classification for deep compaction based on CPT

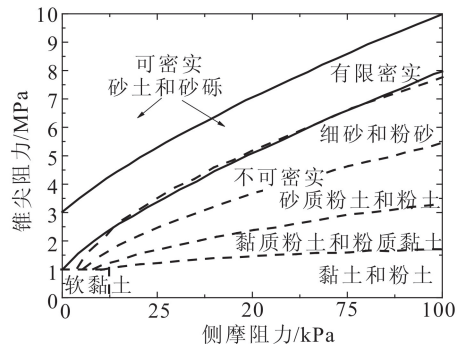


图 4 基于 Fellenius 土性划分的可密实性土分类

Fig.4 Soil classification for deep compaction based on the Fellenius chart

已有研究结果表明,振杆密实法要求土渗透性足够好以便排水,一般情况下适用于砂土等无黏性土。目前为止此方法还没有用于细粒含量超过 5%~10%的粉土和黏土,因其渗透性太小,重新固结所需时间过多^[26],碎砾石等硬层导致振杆贯入困难,高渗透性导致超孔压快速消散而拔杆困难,且克服颗粒间力需要更大的能量,影响生产效率和工程造价^[22]。不适合加固土类可由粗颗粒材料置换代替^[27]。另外级配对密实效果亦有影响,级配良好的回填料密实效果优于级配不良的砂填料^[10]。

表2 适合振杆密实的颗粒粒径研究结果

Table 2 Research results of particle size suitable for vibratory probe compaction

适合振杆密实颗粒描述	出处
细粒含量超过12%时没有加固效果	Anderson ^[21]
密实效果随细粒含量增大而减小,超过15%时效果变差	Saito ^[25]
小于0.064 mm的颗粒含量不超过10%的粗颗粒土	Mitchell ^[22]
少于15%细粒含量都可处理,1%的粘粒对密实效果的降低作用等同于10%的粉粒	Wallays ^[23]
渗透性超过 10^{-2} m/s将导致水流失,振杆贯入困难	Greenwood ^[24]
渗透性高于 $10^{-6} \sim 10^{-7}$ m/s,有效粒径 d_{10} 大于0.03 mm的自由排水颗粒土	Massarsch ^[18]

(2) 密实深度

密实深度根据加固要求来确定,一般情况要求小于20~25 m,此深度以下由结构引起的无黏性土沉降很小。超过15 m深度地震液化危险小。表层密实效果差的土层厚度相对小,约1.0~1.5 m。振杆密实后可由振动压路机完成密实^[26]。

(3) 饱和度(地下水位)

地下水位通常需在0.6~3 m,地下水位低的情况下可在振杆周围布设射水管等人工加水方式来饱和^[21]。Anderson^[21]指出非饱和土振动密实不加填料很难成功。Wallays^[8]报道非饱和中粗砂地基处理需要更大能量,振点间距缩小到40%~50%的饱和地基振点间距。

(4) 初始相对密度

土层相对密度大多小于40%,土越松散,相对密度越容易提高。Greenwood^[24]指出粗粒土相对密度从60%提高到80%的功耗多于从30%提高到60%。然而粗粒土即使初始状态松散,密实过程会迅速形成局部密实土柱,妨碍能量从振杆传递并导致拔杆困难^[28]。

(5) 初始原位应力

振动液化再固结过程中密实程度随土层上覆应力增加而增加^[29]。临时地表堆载会提高浅处土层密实效果,地表土层由于上覆应力较小和地下水位以上负孔压区域而不易密实。密实效率随深度增长,这是振杆密实与其他方法不同之处。深部土层的颗粒间作用力相对高,密实效果会因设备功率而受限制。

(6) 原状土结构

胶结土对振动密实效果不利。土层振动会破坏结构性强的土结构。随时间颗粒间接触力消除或刚度损失等会很难以确定密实有效性^[30]。

2.3 施工工艺

(1) 密实顺序

Massarsch^[20]研究现场地分两遍密实,第一遍形成排水通道,第二遍密实会更有效。

(2) 振杆的沉入拔出模式和速度

早期沉拔杆模式较为一致,振杆以1.5~4 m/min的速度沉入到指定深度^[9,15],然后振动密实3~5 min^[9,15],最后分阶段拔出时振杆,每提起1 m后降下0.5 m进行留振半分钟^[10],重复此步骤直至振杆全部从土层拔出。引入共振密实概念后,Massarsch^[20]研究发现振杆在高频振动情况下可提供较大激振力,贯入阻力较小,建议快速沉入振杆到指定深度,然后调节振锤频率在共振条件下密实土层,最后高频拔出振杆。

Broms^[26]指出粗粒砂土由于超孔压快速消散,沉入和拔出振动翼时要相对快以免拔出困难。Wallays^[31]研究表明振杆拔出阶段重复沉入拔出可达到最大加固效果。Massarsch^[20]研究指出振杆沉拔速度受土性和刚度影响,可反映土层条件和密实程度,应据此进行质量控制和密实过程优化。

(3) 振动时间

单点振动时间分为全部振动时间和悬停留振时间两部分,取决于土体渗透性、层厚、振点间距、初始密度等,通过经验选取或者现场试验决定。

全部振动时间通常在几分钟到半小时变化。Wallays^[23]研究表明全部振动时间为15分钟时密实效果达到最优,再增加无助于效果提高。关于悬停留振时间,Anderson^[21]指出在振杆未全部沉入土层时已获得显著密实,持续留振不会导致更高的密实度。Massarsch^[20]研究现场地分为两遍密实时,第二遍留振时间可因振杆贯入速度有所调整。Neely^[15]通过地表振速监测表明5分钟留振时间满足密实要求。

(4) 布点形式

布点形式考虑振杆影响区域形状常采用三角形或矩形布置。Terra杆、振动棒、振动翼和Y形杆的影响区域为圆形,适合三角形布点;双Y杆影响区域接近矩形,适合矩形布点。

(5) 振点间距

Janes^[27]建议采用不同振点间距现场试验,确定达到要求密实度的合适间距。Wallays^[8]指出中细砂土的颗粒较粗时可增大振点间距。Broms^[26]

指出振杆周围液化区域大小受土层渗透性影响,渗透性好的粗粒砂土应缩小振点间距。Massarsch^[20]研究发现小间距短留振时间的密实效果优于大间距

长留振时间。一些学者研究了不同振点间距对加固效果的影响(表 3)。

表 3 振点间距对振杆法加固效果的影响统计

Table 3 The influence of vibration point spacing on vibratory probe compaction effect

杆形	振点间距/m	振点间距对加固效果的影响描述	出处
Terra	2.4/3/3.7	平均沉降随振点间距增大而减小,要达到 60% <i>Dr</i> ,振点间距为 2.5 m	Brown ^[4]
	1.75/2/2.5	前两个振点间距均达到 80%的相对密度要求	Faraco ^[6]
	2.5/3.5/4.5	加固后锥尖阻力提高因子分别是 2.8、2.4 和 1.5	
Y	2/3	加固后锥尖阻力提高因子分别是 7.1 和 3.1	Wallays ^[8]
	2.6/3.2/3.7	加固后锥尖阻力提高因子分别是 3.4、6 和 3.5,均达到加固要求	
	1.5/2/2.25/2.5	加固后锥尖阻力提高因子分别是 3.2、2.2、2.0 和 1.7	
双 Y	3/4	平均沉降分别是 1 m 和 0.6 m,达到密实层厚 5%的要求	Ng ^[31]
	4.8/6.2	加固后锥尖阻力提高因子分别是 3.75 和 2.5	Chow ^[28]

不同振杆加固后强度随振点间距增大而减小,振点间距小的加固效果好。不同振杆常用振点间距一般在 1.5~5 m 之间,虽然不同振杆的直径有所差别,但振杆直径与其比值接近 1~3。

3 加固机理研究

振杆密实法的机理很少被提及,大部分是在工程实践中基于现场的效果评价总结出来的。已有机理研究多从波和能量传播、应力条件变化等方面进行。

3.1 波和能量传播

振杆将能量传递给周围土体引起振动,产生纵波、横波和面波(瑞利波和乐夫波)^[32]。纵波是由杆端垂直往复冲击运动产生的压缩波,横波是由振杆垂直往复剪切运动产生的剪切波。前者对土体主要是挤密作用,使得土体孔隙率降低,密实度升高;后者使土体发生剪切变形,土体体积不变化而细观结构发生改变。乐夫波只有在半无限空间上至少有低速度的地表土层时才会出现,面波不起加固作用,反而使地面松动。Green^[32]基于土体破坏主要是由竖向剪切波引起的假设,建立了预测振杆周围土体能量消散模型。Massarsch^[19]根据土体剪应变水平 γ 将振杆附近密实区域分为弹性区($\gamma < 10^{-3} \%$)、弹塑性区($10^{-3} \% \leq \gamma \leq 10^{-1} \%$)和塑性区($\gamma > 10^{-1} \%$)3 个部分。Bodare^[33]提出土颗粒最大振动速度能用来估计从振杆传递的振动衰减量,可据此估计剪应变水平,在土与振杆接触面的塑性区里传递到土中的最大振动速度为

$$v_{\max} = \tau_f / (v_s^* \cdot \rho) \quad (1)$$

式中: τ_f 为剪切强度,可由 CPT 侧摩阻力估算; v_s^* 为基于应变的剪切波速; ρ 代表土密度。

3.2 应力条件变化

振杆密实过程中,松散饱和砂会发生复杂的应力条件改变。Fellenius^[34]和 Massarsch^[35]分别从平面应力状态和三向应力状态下研究了颗粒土在循环荷载作用下有效应力的改变,指出土与振杆的摩擦作用会产生水平压缩波而增加水平应力^[19]。Massarsch^[36]通过振杆密实过程中土层各深度振动测量发现水平振速大于垂直振速,并通过工程实例发现密实导致土体水平应力增长,引发土层预固结效应^[37]。振杆密实增加侧向土压力对于永久改变土体的应力条件有重要意义,Neely^[15]通过扁铲试验表明 Y 形杆处理后水平应力增加对密实度的贡献等同于锥尖阻力。陈福全^[38]建立振杆密实砂土地基离散元模型,分析了振杆附近土颗粒细观组构特性及其演变规律和主要影响因素。

4 结论

本文较为详细地对振杆密实法地发展、应用及研究概况与进展进行了论述。基于其优点,必将在我国的建筑工程、交通工程、水利水电工程、港口工程和海洋工程中得到广泛应用,但由于理论研究尚远落后于工程实践,以下几个方面问题有待于进一步研究:

- (1) 振杆法加固细粒土的加固机制、设计方法;
- (2) 施工参数优化。针对不同土体研究适合的激振力和振动频率、振杆下降和上提速率和留振时间等与土体物理力学参数的最佳组合;
- (3) 针对振杆法对较深区域加固效果好,表层加固效果稍差的特点,探索采用复合地基加固研究。

参考文献

- [1] Mitchell J K. In-place Treatment of Foundation Soils[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1970, 96(1):73-110.
- [2] Massarsch K R. Deep Soil Compaction Using Vibratory Probes [C]//Deep Foundation Improvements: Design, Construction and Testing. Baltimore MD: ASTM, 1991:297-319.
- [3] 程远, 刘松玉. 共振密实法加固可液化地基的应用研究[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(S2):83-87.
- [4] Brown R E, Glenn A J. Vibroflotation and Terra-probe Comparison[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1976, 102(10):1059-1072.
- [5] Saito A. Characteristics of Penetration Resistance of a Reclaimed Sandy Deposit and Their Change Through Vibratory Compaction[J]. Soils and Foundations, 1977, 17(4):32-43.
- [6] Faraco C. Deep Compaction Field Tests in Uerto de La Luz [C]//Proceedings of the 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Rotterdam: A A Balkema, 1981, 3:659-662.
- [7] Paunescu M, Haida V, Gruia A, et al. Studies and Tests "In Situ" on Structures Performed on Soils Improved by Vibration [C]//Proceedings of the 8th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Rotterdam: A A Balkema, 1983, 1:65-68.
- [8] Wallays M. Deep Compaction by Vertical and Horizontal Vibration[J]. Geotechnical Engineering, 1983, 14(1):55-78.
- [9] Massarsch K R, Broms B B. Soil Compaction by Vibro Wing Method [C]//Proceedings of the 8th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Rotterdam: A A Balkema, 1983, 1:275-278.
- [10] Castelli R J. Vibratory Deep Compaction of Underwater Fill [C]//Deep Foundation Improvements: Design, Construction and Testing. Baltimore MD: ASTM, 1991:279-296.
- [11] Senneset K, Nestvold J. Deep Compaction by Vibro Wing Technique and Dynamic Compaction [C]//Proceeding of Grouting, Soil Improvement and Geosynthetics, 1992, 889-901.
- [12] Van Impe W F, Madhav M R. Deep Dynamic Densification of Granular Deposits [DB/OL]. Ghent University Academic Bibliography, 1995.
- [13] Yong Tan, Ye Lu, Fangle Peng. Investigation of Ground Improvement Effects: Two Case Studies [C]//Proceedings of GeoHunan 2009 International Conference on Recent Advancement in Soil Behavior. In Situ Test Methods, Pile Foundations and Tunneling. ASCE, 2009:62-69.
- [14] Brown D F. Evaluation of the Tri Star Vibrocompaction Probe [D]. Vancouver: The University of British Columbia, 1989.
- [15] Neely W J, Leroy D A. Densification of Sand Using a Variable Frequency Vibratory Probe [C]//Deep Foundation Improvements: Design, Construction and Testing. Baltimore MD: ASTM, 1991:320-332.
- [16] Massarsch K R, Westerberg E. The Active Design Concept Applied to Soil Compaction [C]//Proceedings of the Bengt B. Broms Symposium in Geotechnical Engineering, 1995:262-276.
- [17] Van Impe W F, De C F, Menge P, et al. Recent Experiences and Developments of the Resonant Vibrocompaction Technique [C]//Proceedings of the 13th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Rotterdam: A A Balkema, 1994, 3:1151-1156.
- [18] Massarsch K R, Heppel G. Deep Vibratory Compaction Using the Muller Resonance Compaction (MRC) System [R]. Muller Geosystems, 1991.
- [19] Massarsch K R. Effects of Vibratory Compaction [C]//Vibratory Pile Driving and Deep Soil Compaction-transvib2002. Rotterdam: A A Balkema, 2002:33-42.
- [20] Massarsch K R, Fellenius B H. Deep Vibratory Compaction of Granular Soils [C]//Ground Improvement-case Histories. Elsevier Publishers, 2005, 3:539-561.
- [21] Anderson R D. New Method for Deep Sand Vibratory Compaction [J]. Journal of the Construction Division, 1974, 100(1):79-95.
- [22] Mitchell J K. Soil Improvement-state of the Art [C]//Proceedings of the 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Rotterdam: A A Balkema, 1981, 3:509-565.
- [23] Wallays M. Deep Compaction by Casing Driving [C]//Proceedings of Recent Developments in Ground Improvement Techniques. Rotterdam: A A Balkema, 1985:39-51
- [24] Greenwood D A, Kirsch K. Specialist Ground Treatment by Vibratory and Dynamic Methods-state of Art [C]//Proceedings of Advances in Piling and Ground Treatment for Foundations. London: Institution of Civil Engineers, 1984:17-45.
- [25] Fellenius B H, Eslami A. Soil Profile Interpreted from CPTu Data [C]//Proceedings of the International Conference of Year 2000 Geotechnics, 2000, 1:163-171.
- [26] Broms B B, Hansson O E. Deep Compaction with the Vibrowing Method [J]. Ground Engineering, 1984, 17(5):34-36.
- [27] Janes H W. Densification of Sand for Drydock by Terra-Probe [J]. Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, 1973, 99(6):451-470.
- [28] Chow K Y. Deep Compaction of Sand Using Vibratory Probe [D]. Singapore: Nanyang Technological University, 1998.
- [29] 程远, 刘松玉, 蔡国军, 等. 基于 CPTu 测试的共振密实法加固可液化地基效果评价 [J]. 东南大学学报, 2011, 41(5):1075-1080.
- [30] Mitchell J K, Solymar Z V. Time-dependent Strength Gain in Freshly Deposited or Densified Sand [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1984, 110(11):1559-1576.
- [31] Ng H Y. Case Histories of Reclamation Techniques [C]//Proceedings of Reclamation Important Current Issues, 1991:57-74.
- [32] Green R A. Energy-based Evaluation and Remediation of Liquefiable Soils [D]. Virginia: The Faculty of the Virginia Poly-

technic Institute and State University, 2001.

- [33] Bodare A, Orrje O. Impulse Load on a Circular Surface in an Infinite Elastic Body-closed Solution According to the Theory of Elasticity [D]. Stockholm: Royal Institute of Technology (KTH), 1985: 99-113.
- [34] Fellenius B H, Massarsch K R. Deep Compaction of Coarse-grained Soils-A Case History. 2001- A Geotechnical Odyssey [C]//Proceedings of the 54th Annual Canadian Geotechnical Conference. 2001.
- [35] Massarsch K R, Fellenius B H. Vibratory Compaction of Coarse-grained Soils [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2002, 39(3): 695-709.
- [36] Massarsch K R, Lindberg B. Deep Compaction by Vibro Wing Method [C]//Proceedings of the World Conference on Earthquake Engineering, 1984.
- [37] Massarsch K R, Heppel G. Deep Vibratory Compaction of Land Fill Using Soil Resonance [C]//Proceedings of International Workshop on Technology for Hong Kong's Infrastructure Development, 1991: 677-697.
- [38] 陈福全, 姚金梅, 李西斌, 等. 深厚砂土地基共振致密机理 [J]. 工程力学, 2013, 30(7): 105-112.