

# 考虑应变软化的边坡稳定分析<sup>①</sup>

刘士乙, 邵龙潭

(大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116024)

**摘要:**在密砂、坚硬黏土及原状土的强度试验中, 土试样常表现为应变软化, 随着应变的增加其抗剪强度降低, 并且发生渐进破坏。应用传统的极限平衡法, 采用峰值强度作为计算参数进行稳定分析验算时, 通常忽略土材料的渐进破坏过程, 这可能会对边坡稳定评价带来不利影响。基于有限元极限平衡法, 提出考虑应变软化的边坡稳定分析方法, 并通过算例分析证明该方法的合理性。

**关键词:** 边坡稳定; 应变软化; 有限元; 极限平衡; 安全系数

中图分类号: TU432

文献标志码: A

文章编号: 1000-0844(2015)增刊 1-0063-05

DOI: 10.3969/j.issn.1000-0844.2015.02.0563

## Stability Analysis of the Slope Considering Strain Softening

LIU Shi-yi, SHAO Long-tan

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

**Abstract:** In the laboratory, when dense sand, stiff clay, and undisturbed soil were subjected to strength tests, these soils experienced a pronounced strain-softening behavior. A progressive failure in these materials was due to a reduction of strength produced by increasing strain. However, the standard soil test method provides that the material's peak strength is considered to be its failure strength based on the relationship between stress and strain. Progressive strength failure in soils has been previously ignored during the analyses performed using the traditional limit equilibrium approach on the basis of peak strength. In this paper, a new finite element limit equilibrium method is proposed in which strain-softening properties of the soil were assumed. And it was shown that this method can predict the stability of strain-softening soils for engineering purposes.

**Key words:** slope stability; strain softening; finite element method; limit equilibrium; factor of safety

### 0 引言

土工试验方法标准明确规定<sup>[1]</sup>, 应力与应变(位移)关系曲线取应力峰值作为破坏点, 无峰值时取某一应变(位移)所对应的应力为破坏点。在密砂、坚硬黏土及原状土的强度试验中, 土试样常表现为应变软化, 随着应变的增加其抗剪强度降低, 并且发生渐进破坏。在进行传统的极限平衡法进行稳定分析验算时, 采用峰值强度作为计算参数, 通常忽略了土

材料的渐进破坏过程, 这可能会对边坡稳定评价带来不利影响。因此考虑土材料应变软化行为的边坡稳定分析有重大的实际意义。

土材料应变软化行为引发的渐进破坏模拟一直是国内外学者研究的重点问题<sup>[2-5]</sup>。这些研究主要通过所提出的手段解决有限元方法在计算应变软化所带来的网格依赖等问题, 其中有 COSSERAT 连续体、梯度塑性理论、非局部化弹性-黏塑性本构等。

① 收稿日期: 2015-03-15

基金项目: 工业装备结构分析国家重点实验室自主课题基金项目(S14208)

作者简介: 刘士乙(1984-), 男, 黑龙江双鸭山人, 博士研究生, 主要从事岩土结构稳定与数值分析研究的工作。

E-mail: liu-shiyi@hotmail.com

本文将要研究的重点并不是改进有限元计算,而是提出一种考虑材料软化情况下的边坡稳定分析方法来进行直接评价。该方法称为有限元极限平衡法,是将有限元应力计算与极限平衡分析相结合,采用优化算法搜索最危险滑动面的一种稳定分析方法。Brown和King<sup>[6]</sup>采用类似的方法评价边坡的稳定性,其计算采用的是弹性本构关系。Naylor<sup>[7]</sup>将有限元边坡稳定分析方法分为“直接法”与“增强极限法”,后者与本文的方法属于一类。已有一些学者采用这种有限元与极限平衡分析结合的方法对边坡或者其他土工结构进行稳定分析<sup>[8-14]</sup>。本文采用有限元极限平衡法评价考虑土材料软化情况的边坡稳定性,并通过一个简单的算例证明该方法的可行性。

## 1 有限元极限平衡法

在岩土工程数值分析中,有限元法可以用来分析复杂的荷载、几何形状和边界条件的工程问题,而土体材料的本构模型常采用弹性-理想塑性的摩尔-库仑模型。

在有限元极限平衡法中,假设任意一条滑动面 $L$ ,其安全系数定义为:

$$FOS = \frac{\sum_{i=1}^n \tau_{fi} \Delta L_i}{\sum_{i=1}^n \tau_i \Delta L_i} = \frac{\int \tau_f dL}{\int \tau dL} \quad (1)$$

其中, $n$ 为滑动面 $L$ 离散划分的份数; $\Delta L_i$ 为离散后单元 $i$ 的长度。通过有限元应力分析,式(1)可以表示为应力与强度参数的函数

$$FOS = \frac{\sum_{i=1}^n \int_0^{\Delta L_i} (c' + \sigma'_i \tan \alpha \varphi') \Delta L}{\sum_{i=1}^n \int_0^{\Delta L_i} \tau_i \Delta L} \quad (2)$$

由数值积分,式(2)可表示为

$$FOS = \frac{\sum_{i=1}^n \int_{-1}^{+1} (c' + \sigma'_i(\xi) \tan \alpha \varphi') |J| \Delta \xi}{\sum_{i=1}^n \int_{-1}^{+1} \tau_i(\xi) |J| \Delta \xi} \quad (3)$$

其中, $|J|$ 为雅各比矩阵。剪应力 $\tau_i$ 和有效正应力 $\sigma'_i$ 可通过有限元计算的应力场得到:

$$\begin{cases} \tau_i(\xi) = 0.5(\sigma_x + \sigma_y) \sin(2\alpha) - \tau_{xy} \cos(2\alpha) \\ \sigma'_i(\xi) = 0.5(\sigma_x + \sigma_y) + 0.5(\sigma_x - \sigma_y) \cos(2\alpha) \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\alpha$ 为滑动面微元与水平方向的夹角; $\sigma_x, \sigma_y$ 和 $\tau_{xy}$ 为滑动面微元高斯积分点的应力值。

具体的滑动面优化搜索方法参见文献<sup>[10,13]</sup>,

本文不再赘述。

## 2 极限平衡的充分必要条件

极限平衡状态是一种假设的状态。处于极限平衡状态的土体结构,如果其滑动面上每一点的剪应力均等于抗剪强度,那么整个滑动体就认为处于极限平衡状态。

土体处于极限平衡状态的充分必要条件可以由式(5)表示:

$$\int_0^L \tau dL = \int_0^L \tau_f dL \quad (5)$$

沿滑动面的剪应力积分等于抗剪强度的积分。

如图1所示,临界滑动面假设为离散为多个微元线段的曲线,在任意点 $A$ ,剪应力与抗剪强度表示为

$$\tau_i \cdot \Delta L_i = \tau_{fi} \cdot \Delta L_i \quad (6)$$

充分必要条件的推导过程如图2所示。

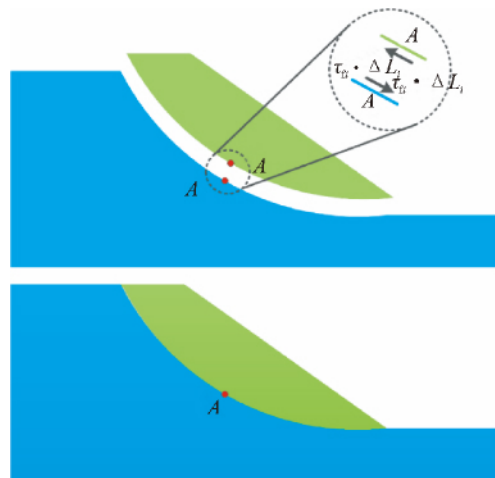


图1 临界滑动面任意微元上的剪应力与抗剪强度  
Fig.1 Shear stress and shear strength in a segment of a critical slip surface

## 3 应变软化有限元极限平衡法

在对极限平衡条件充分必要性证明时,有一个最重要的条件就是 $\tau \leq \tau_f$ 。但对于应变软化的应力应变关系,如图3所示,如果选取 $\tau_f = \tau'_f$ ,在土结构内便会存在 $\tau > \tau_f$ 的点,虽然能够保证滑动面上抗剪强度充分发挥,但此时极限平衡条件充分必要性证明会存在问题。如果 $\tau_f = \tau'_f$ (规范规定土体达到破坏),又会高估土体的强度,忽略土体的渐进破坏。所以本文提出新的安全系数定义方式,当 $\epsilon \geq \epsilon_{pl}^p$ ( $\epsilon_{pl}^p$ 为峰值强度对应的应变值)进入软化阶段,即土体承载能力降低的阶段,认为土体破坏,一点的破坏准则为 $\tau_f = \tau_f(\epsilon), \epsilon \geq \epsilon_{pl}^p$ ,在滑动面上的极限平衡条件为

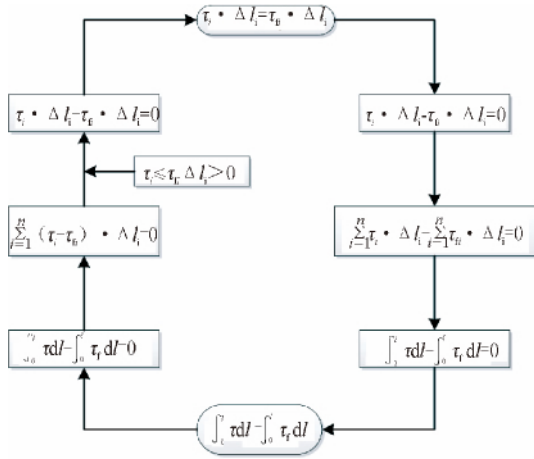


图 2 充分(左侧)必要(右侧)条件推导过程  
Fig. 2 Derivation of the necessary (right) and sufficient (left) conditions

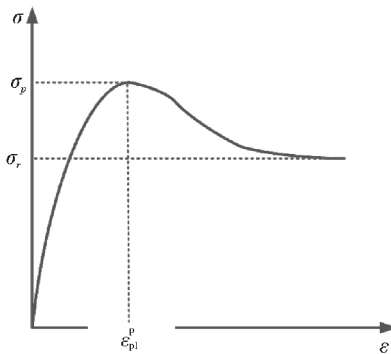


图 3 应变软化土的应力应变关系曲线

Fig. 3 Relationship between stress and strain of soils with strain-softening behavior

$$\int_0^L \tau dL = \int_0^L \tau_f(\epsilon) dL \quad (7)$$

而  $\tau_f(\epsilon)$  为与应变有关的强度函数。安全系数定义为

$$FOS = \frac{\int \tau_f(\epsilon) dL}{\int \tau dL},$$

$$\begin{cases} \epsilon < \epsilon_{pl}^p, \tau_f(\epsilon) = \tau^p, \\ \epsilon \geq \epsilon_{pl}^p, \tau_f(\epsilon) = c'(\epsilon_{pl}) + \sigma' \tan \varphi'(\epsilon_{pl}) \end{cases} \quad (8)$$

#### 4 考虑应变软化的边坡稳定分析

本算例引自文献[4],假设屈服函数满足摩尔-库仑破坏准则,采用非关联流动法则,剪胀角  $\Psi = 0^\circ$ ,土的应变软化行为通过降低抗剪强度参数<sup>[5]</sup>(黏聚力  $c'$ ,内摩擦角  $\varphi'$ )来模拟,如图 4 所示。等效塑性应变  $\epsilon_{eq}$  可以通过对等效塑性应变率积分得到:

$$\epsilon_{eq} = \int_0^t \sqrt{2\dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p / 3} dt \quad (9)$$

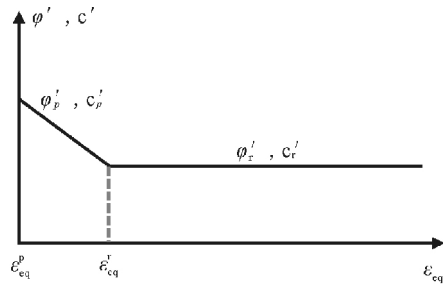


图 4 强度参数与等效塑性应变的关系曲线

Fig. 4 Relationship between strength parameters and equivalent plastic strain

算例的几何形状及边界条件如图 5 所示,为了和传统极限平衡法的计算结果对比,将边坡上部所受的局部荷载改为均布压力。本文极限平衡法的计算采用 Geo-Slope 程序,加载过程如图 6 所示,材料参数见表 1。

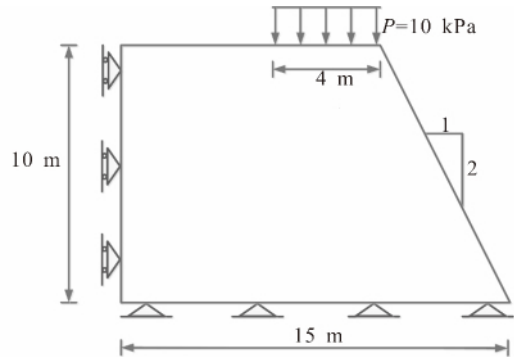


图 5 一个上表面作用局部竖向均布荷载的简单边坡

Fig. 5 A simple slope subjected to a vertical pressure imposed at the upper surface

表 1 模型参数

Table 1 Parameters of model				
$\gamma / (\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	$E / \text{kPa}$	$\nu$	$\varphi_p' / (^\circ)$	$\varphi_r' / (^\circ)$
20.0	10 000	0.25	35.0	35.0
$c_p' / \text{kPa}$	$c_r' / \text{kPa}$	$\Psi / (^\circ)$	$\epsilon_{eq}^p$	
30.0	5.0	0.0	0.04	

在极限平衡法的计算分析中,分别采用峰值和残余两种强度进行稳定分析,安全系数分别为 1.542 和 0.731(表 2)。搜索得到的最危险滑动面如图 7 所示。在有限元极限平衡法的计算分析中,分别采用峰值强度和应变软化情况进行稳定分析,安全系数分别为 1.560 和 1.090(表 2)。搜索的最危险滑动面如图 8 所示。由两种算法的结果对比可知,当

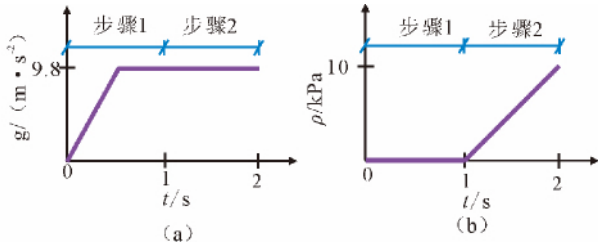


图6 加载历史

Fig. 6 Loading history

采用峰值强度进行稳定分析时,两种方法的安全系数非常接近,滑动面形状也较为相似。极限平衡法采用残余强度时,安全系数小于1,滑动面相对于峰值强度时表现为浅弧。而有限元极限平衡法考虑材料应变软化,计算的安全系数大于并接近于1。对应的有限元等效塑性应变云图如图8所示,等效塑性应变“带”接近贯通。

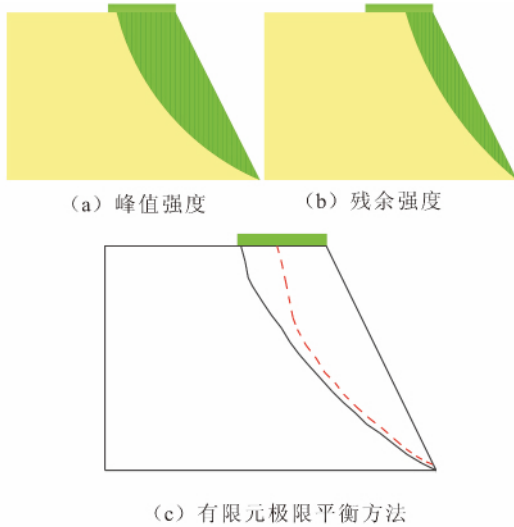


图7 极限平衡法和有限元极限平衡法的临界滑动面对比(实线:峰值强度;虚线:考虑材料软化)

Fig. 7 Comparison of the critical slip surfaces with the LEM and the FELEM (solid line: peak strength; dotted line: considering strain-softening)

表2 计算结果对比

Table 2 The comparison of results

方法	强度	安全系数
Bishop 法	峰值强度	1.542
	残余强度	0.731
有限元极限平衡法	峰值强度	1.560
	考虑软化	1.090

### 5 结论

基于有限元极限平衡法,本文提出考虑应变软化的边坡稳定分析方法。算例结果表明:采用峰值

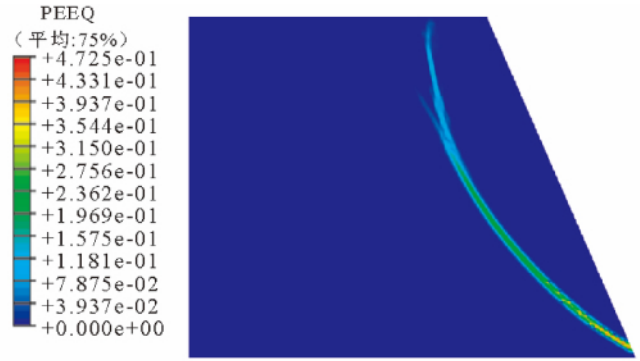


图8 考虑材料软化有限元计算的等效塑性应变云图

Fig. 8 Contour of equivalent plastic strain considering the materials' strain-softening

强度,传统的极限平衡法和有限元极限平衡法的计算结果一致。但传统的极限平衡法不能考虑应变软化现象,当采用残余强度时,安全系数远小于1;有限元极限平衡法可以考虑材料的应变软化,计算的安全系数大于1并接近于1。证明此情况下,采用峰值强度作为破坏点,应用极限平衡法评价坡体的稳定性,将会高估土体的强度。有限元极限平衡法可以克服上述缺点,适用于考虑渐进破坏的稳定分析。

### 参考文献(References)

- [1] 中华人民共和国水利部. 土工试验方法标准(GB/T 50123-1999) [S]. 北京:中国计划出版社,1999.
- [2] 唐洪祥,李锡夔. 土工结构物渐进破坏过程 Cosserat 连续体的有限元分析[J]. 大连理工大学学报. 2010,50(3):320-326.
- [3] Potts D M, Dounias G T, Vaughan P R. Finite Element Analysis of Progressive Failure of Carsington Embankment [J]. Géotechnique, 1990, 40(1): 79-101.
- [4] Troncone A. Numerical Analysis of a Landslide in Soils With Strain-softening Behaviour [J]. Géotechnique, 2005, 55 (8): 585-596.
- [5] Conte E, Silvestri F, Troncone A. Stability Analysis of Slopes in Soils With Strain-softening Behaviour [J]. Computers and Geotechnics, 2010, 16(3): 710-722.
- [6] Brown C B, King I P. Automatic Embankment Analysis: Equilibrium and Instability Conditions [J]. Géotechnique, 1966, 16 (3): 209-219.
- [7] Naylor D J. Finite Elements and Slope Stability [M]. Berlin: Springer Netherlands, 1982: 229-244.
- [8] Fredlund D G, Scoular R E G, Zakerzadeh N. Using a Finite Element Stress Analysis to Compute the Factor of Safety [C] // Proceedings of the 52nd Canadian Geotechnical Conference. Regina, Saskatchewan, 1999.
- [9] 邵龙潭,唐洪祥. 有限元边坡稳定分析方法及其应用[J]. 计算力学学报, 2001, 18(1): 81-87.
- [10] Pham H T V, Fredlund D G. The Application of Dynamic

- Programming to Slope Stability Analysis [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2003, 40(4): 830-847.
- [11] 邵龙潭,李红军. 土工结构稳定分析——有限元极限平衡法及其应用[M]. 北京:科学出版社,2011.
- [12] 邵龙潭,刘士乙,李红军. 基于有限元滑面应力法重力式挡土墙结构抗滑稳定分析[J]. 水利学报, 2011, 42(5): 602-608.
- [13] 于斯滢,邵龙潭,刘士乙. 基于有限元极限平衡法的尾矿坝坝体稳定分析[J]. 岩土力学, 2013, 34(4): 1185-1190.
- [14] Liu S, Shao L, Li H. Slope Stability Analysis Using the Limit Equilibrium Method and Two Finite Element Methods[J]. Computers and Geotechnics, 2015, 63: 291-298.