

分析土和结构相互作用的一种实用耦合方法^①

古 泉, 彭 伊, 曾志弘

(厦门大学建筑与土木工程学院, 福建 厦门 361005)

摘要:提出一种新的数值解与解析解耦合的理论和计算方法, 研究土-结构相互作用 (SSI) 体系的地震动动力响应。采用大型有限元软件 OpenSees 模拟复杂结构的非线性行为, 用等效线弹性频域内解析解模拟地基土的行为, 使用时域离散递归方法将频域内的解析解转化到时域内, 再通过子结构边界上力和位移的协调条件来求解。二者之间的耦合和实时数据交流通过 CS 集成方法来实现。以一个单自由度算例和一个实际工程为例, 验证此方法的精度、稳定性和工程实用性, 对比在考虑和不考虑 SSI 体系情况下结构动力响应的区别。本文所提的耦合 SSI 计算方法和部分研究成果可为工程设计人员提供参考。

关键词: 土-结构相互作用; 子结构法; CS 方法; 数值解与解析解耦合方法; OpenSees; 非线性地震动力响应分析

中图分类号: TU352.12; U441.3 文献标志码: A 文章编号: 1000-0844(2015)03-0845-06

DOI: 10.3969/j.issn.1000-0844.2015.03.0845

A Practical Coupling Method for Analyzing Soil-structure Interaction

GU Quan, PENG Yi, ZENG Zhi-hong

(School of Architecture and Civil Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, Fujian, China)

Abstract: A novel practical method is presented for the analysis of soil-structure interaction (SSI). In this method, the structure is modeled by nonlinear FEM (OpenSees), and the soil is modeled by a time domain solution that is transformed from a frequency domain analytical solution using a discrete time domain recursive filter. The boundary conditions of force and displacement between soil and structure are satisfied using Newton's method, and the coupling between the two substructures is based on CS integration techniques. We use structure and soil systems with a single degree of freedom, and study a real SSI example to determine the efficiency, accuracy, and applicability of the proposed method. Furthermore, we examine the differences between the conditions when considering and not considering SSI effects. This study proposes a practical method for nonlinear seismic analysis of SSI systems, and the research results provide valuable insights for engineering applications.

Key words: soil-structure interaction; substructure method; CS method; method of coupling numerical and analytical solutions; OpenSees; nonlinear seismic dynamic response analysis

① 收稿日期: 2014-08-20

基金项目: 国家自然科学基金重大国际(中美)合作项目(51261120376); 国家自然科学基金重大研究计划集成项目(91315301-12); 国家自然科学基金面上项目(51578473)

作者简介: 古 泉(1974-), 男, 福建厦门人, 博士, 教授, 主要从事高层建筑结构与土结体系的非线性地震动力分析研究。

E-mail: quangu@xmu.edu.cn.

0 引言

在地震作用下土与结构相互作用 (SSI) 能改变系统的固有频率和阻尼等^[1], 从而对结构响应产生重要的影响^[2]。基于实际工程中的观测, 即使采用相同的上部结构, 不同地区的土质条件差异仍会使结构的动力响应存在很大差别^[3-11]。虽然 SSI 普遍存在, 但无法将 SSI 对结构的作用得出一个一般性的结论^[12-16]。在复杂的重大基础工程中往往需要考虑 SSI 的影响, 所以研究实用 SSI 体系分析方法, 探究其对结构安全性和运行性能的影响是很有必要的。

现阶段, 处理土-结构相互作用问题的常用方法主要有有限元整体分析方法和子结构法^[12-16]。有限元法对于大型模型中土体的模拟往往会涉及到较多自由度和大型刚度矩阵的处理, 其复杂的运算可能会导致冗长的计算时间并产生大量的计算成本。子结构法是缩减自由度数目的一种有效方法, 将整体 SSI 体系分为两个或者多个子结构来处理, 对缩减后的运动方程进行求解, 但各个子结构之间的循环迭代和数据交流使得此方法应用于非线性结构体系时会受到一定局限。

本文在子结构法的基础上, 提出数值解与解析解耦合的分析方法。该方法结合有限元分析和基于时域离散递归方法的频域内解析解, 既能满足复杂的非线性结构体系的精确分析, 又能实现土体的简单快速模拟, 对于大规模的线性或者非线性土-结构相互作用体系的数值分析和模拟具有较大的应用潜力。

1 基于子结构法的耦合方法

假定土-结构相互作用体系由线弹性半无限大土、刚性基础、上部结构组成, 结构可以进入非线性。上部结构用有限元软件 OpenSees 求解^[17], 土的频域内解析解通过时域离散递归方法可转化到时域^[16], 通过整个体系不同子结构边界上力和位移的协调条件来求解, 并用一种高效率 and 实用的集成技术 (即 CS 技术) 来实现有限元软件和土-结构相互作用框架的耦合。

1.1 土-结构相互作用体系频域解析解的时域表示

刚性基础的总位移为:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_g + \mathbf{u}_s \quad (1)$$

其中 \mathbf{u}_g 为自由场的输入位移; \mathbf{u}_s 为刚性基础施加在土上的广义力和力矩所产生的额外位移。位移 \mathbf{u}_s

可由下式计算得到:

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{C}(\omega) \mathbf{F}_s \quad (2)$$

其中 $\mathbf{C}(\omega)$ 为土中刚性基础的柔度矩阵, 该矩阵为频率的函数, 与基础的几何特性和土体的性质有关^[4], 柔度矩阵求逆即为频域内刚度矩阵 (即 $\mathbf{C}(\omega) = \mathbf{K}(\omega)^{-1}$)。对于不同的土壤类型和刚性基础, 可在文献中找到该刚度矩阵的计算方法^[4,13]。 \mathbf{F}_s 为刚性基础作用在土体上的广义力, 可由下式计算得到:

$$\mathbf{F}_s = \mathbf{M}_0 \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{F}_b \quad (3)$$

\mathbf{M}_0 为刚性基础的质量矩阵; \mathbf{F}_b 为上部结构作用在刚性基础的广义力, 基于本文所提出的耦合方法, 时域内的广义力矩阵 \mathbf{F}_b 可由有限元软件计算得到, 即通过 OpenSees 分析得到。

为了计算土-结构相互作用体系的动力时程反应, 需要对系统在时域内进行分析, 因此需将 $\mathbf{C}(\omega)$ 在频域内的解析解转化到时域内。本文将文献中已有的单变量的离散递归方法^[16] 扩展到多变量的时域离散递归方法, 通过以下例子来说明该方法。

在一个二维的均匀半无限地基中, 正方形刚性地基的柔度矩阵在时域内表示为:

$$\mathbf{u}_s = \begin{Bmatrix} u_B \\ a\theta_B \end{Bmatrix} = \frac{1}{Ga} \begin{bmatrix} k_{HH} & k_{HM} \\ k_{HM} & k_{MM} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} H_s \\ M_s \\ a \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{HH} & C_{HM} \\ C_{HM} & C_{MM} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_s \\ M_s \\ a \end{Bmatrix} = \mathbf{C}(\omega) \mathbf{F}_s \quad (4)$$

其中 a 为基础宽度的一半; u_B, θ_B 分别是基础的水平位移和转角; k_{ij}, C_{ij} ($i, j = H, M$ 分别代表水平和转动位移) 分别为频域内的刚度和柔度函数; H_s, M_s 分别为作用在土上的水平力和弯矩。通过时域离散递归方法, 用加权最小二乘法对用一系列无量纲频率表示的柔度矩阵 $\mathbf{C}(\omega)$ 中每一项进行最优化模拟。因此 $\mathbf{C}(\omega)$ 在时域内可通过位移序列和力序列之间的特定关系式来表示:

$$\begin{aligned} u_1(t) &= [b_0 F_1(t) + b_1 F_1(t-1) + \dots + b_k F_1(t-k)] \cdot \frac{1}{Ga} \\ &+ [c_0 F_2(t) + c_1 F_2(t-1) + \dots + c_l F_2(t-l)] \cdot \frac{1}{Ga} \\ &- a_1 u_1(t-1) - a_2 u_1(t-2) - \dots - a_m u_1(t-m) \\ u_2(t) &= [e_0 F_1(t) + e_1 F_1(t-1) + \dots + e_r F_1(t-r)] \cdot \frac{1}{Ga} + \\ &[h_0 F_2(t) + h_1 F_2(t-1) + \dots + h_s F_2(t-s)] \cdot \frac{1}{Ga} - \\ &d_1 u_2(t-1) - d_2 u_2(t-2) - \dots - d_n u_2(t-n) \end{aligned} \quad (5)$$

式中: u_i 、 F_i 分别为位移和广义力矩阵中的一个元素; a_j 、 b_j 、 c_j 、 d_j 、 e_j 、 h_j 为待定的离散过滤系数; m 、 k 、 l 和 r 、 s 、 n 分别代表力和位移序列中各项的标号。当前时步输出位移是当前时步和过去时步的力与过去时步的位移的线性组合。 $F(t-r)$ 、 $u(t-r)$ 分别代表第 $t-r$ 步的广义力和位移。利用傅里叶变换,定义 $z=e^{i\omega\Delta}$, 其中 Δ 为两个连续时间步之间的时间间隔,则可得到:

$$\begin{Bmatrix} u_1(\omega) \\ u_2(\omega) \end{Bmatrix} = \frac{1}{G\alpha} \begin{bmatrix} H_1(\omega) & H_2(\omega) \\ H_3(\omega) & H_4(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1(\omega) \\ F_2(\omega) \end{Bmatrix} \quad (6)$$

其中:

$$\begin{aligned} H_1(\omega) &= \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_k z^{-k}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_m z^{-m}} \\ H_2(\omega) &= \frac{c_0 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_l z^{-l}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_m z^{-m}} \\ H_3(\omega) &= \frac{e_0 + e_1 z^{-1} + e_2 z^{-2} + \dots + e_r z^{-r}}{1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + \dots + d_n z^{-n}} \\ H_4(\omega) &= \frac{h_0 + h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + \dots + h_s z^{-s}}{1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + \dots + d_n z^{-n}} \end{aligned} \quad (7)$$

系数 a_j 、 b_j 、 c_j 、 d_j 、 e_j 和 h_j 可利用加权最小二乘法最小化以下残差得到:

$$V = \sum_{\omega} W(\omega) [H(\omega) - C(\omega)]^2 \quad (8)$$

其中: $W(\omega)$ 为权重,在本文中取统一值。系数求出之后即可通过式(5)解出时域内当前时步刚性基础的位移。

1.2 耦合子结构的隐式和显式算法

先介绍一个隐式算法,用于计算土-结构相互作用体系的动力响应。如图 1 所示,在计算每一时步 n 时执行以下操作:

(1) 假设当前步的基础位移为 u_n ,即为迭代过程中的变量。一旦 u_n 已知,则可求出当前时步的其他变量(如:力、位移)。上一收敛时步(即第 $n-1$ 时步)的基础位移 u_{n-1} 可作为试算的初值 u_n 。

(2) 对于上部结构,通过指定基础位移 u_n 通过多点激励方法计算其动力响应,由有限元软件 OpenSees 计算可得出基础反力。

(3) 利用上部结构作用于基础上的力 $F_{b,n}$ 、刚性基础的质量和位移,通过式(3)可以求出刚性基础作用在土体上的广义力 $F_{s,n}$ 。其中当前步的速度和加速度可以用当前步和前一时步的位移、前一步的速度和加速度计算得到,比如用 Newmark-Beta 法插值得到。

(4) 通过式(2),利用离散递归方法可求出额外位移 $u_{s,n}$,即除了自由场输入位移 $u_{g,n}$ 之外土的额

外位移。从图 1 中可看出,从步骤(2)~(4)可归纳为如下方程式:

$$u_{s,n} = \psi(u_n) \quad (9)$$

其中: u_n 即为刚性基础的位移; $u_{s,n}$ 为土的额外位移。

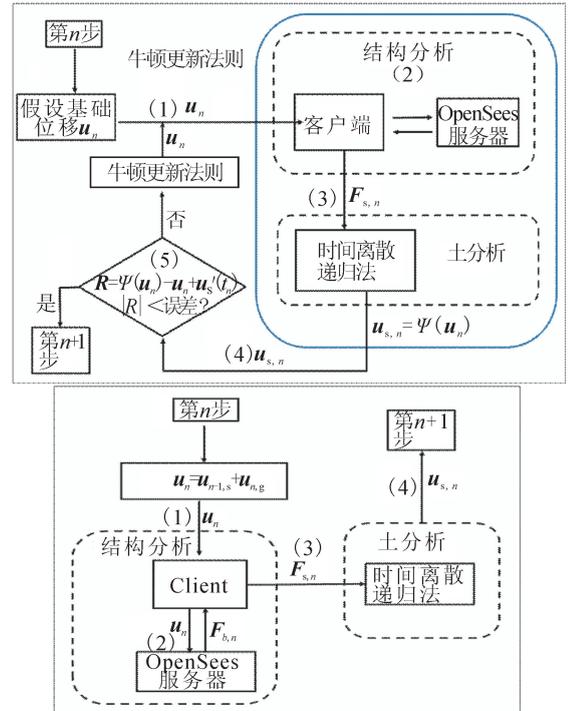


图 1 土-结构相互作用体系的隐式和显式算法流程
Fig.1 Flowchart of the implicit algorithm and explicit algorithm for SSI system

(5) 利用刚性基础和土之间的位移协调条件,计算当前时步基础和土位移的残差。由于已从步骤(2)~(4)中得出土的实际位移 $u_n = u_{s,n} + u_{g,n} = \psi(u_n) + u_{g,n}$,则该残差可表示为:

$$\varphi = u_{s,n} + u_{g,n} - u_n = \psi(u_n) + u_{g,n} - u_n \quad (10)$$

如果残差值小于用户规定的误差界限则该时步收敛,终止循环,进而转入计算下一时步,即第 $n+1$ 步,重复步骤(1)~(5)。如果达不到收敛误差的要求,则通过牛顿更新法则给出新的试算值 u_n ,重复步骤(2)~(5)以继续迭代直至收敛。

显式算法与隐式算法有两个不同:(1)步骤(1)中当前步的基础位移取为 $u_n = u_{n-1,s} + u_{n,g}$ (即用上一时步中土的额外位移代替当前步的值);(2)省去了步骤(5),即不用检查收敛性。当精度要求相同时,显式算法比隐式算法要省去很多个时间步的计算,因此对于大规模土-结构相互作用体系来说,显式算法是一个很好的选择。

1.3 CS方法的基本原理

本文中有限元软件 OpenSees 和土-结构相互作用体系之间简单、高效的数据交流非常重要。如图 1 所示在整个土-结构相互作用体系的流程中,每个迭代步都需要多次让 OpenSees 计算上部结构的动力响应,而土-结构相互作用体系的非线性响应计算是依赖于时间历史的,这需要让 OpenSees 常驻内存。

为了实现 OpenSees 和 SSI 程序之间的协同工作,采用 CS 算法实现他们之间的集成、数据交流和实时通讯^[18]。在土-结构相互作用体系中插入一个客户端,该客户端是一个 C++ 对象,此时 OpenSees 将有限元模型储存在其内存中并作为一个服务器接收和执行客户端的指令,通过该客户端即可实现 OpenSees 和土-结构相互作用体系之间的实时数据交流。文献[18]中有 CS 方法建立链接的详细介绍。

2 数值算例

2.1 单自由度土-结构相互作用体系

以一个均匀的弹性半空间的方形刚性表面地基和 1 层框架结构组成的 SSI 系统为例。上部结构高度为 36.3 m,基础长度为 25.2 m,等效柱截面宽度为 6.24 m,楼面顶层的集中质量为 7.550 N,梁、柱的弹性模量分别为 2×10^{14} N/m² 和 2.7×10^{10} N/m²,阻尼比为 1%。线性组合的梁、柱截面大小为 $b \times h = 6.24 \text{ m} \times 6.24 \text{ m}$,梁上均布荷载为 122.5 kN/m,在结构动力计算中低频振型对动力响应的影响要比高频振型大得多,往往只需要求结构体系的第一频率和第二频率,求得的一阶频率、二阶频率分别为 2.33 Hz 和 13.95 Hz。土的材料参数:密度为 1 874 kg/m³;剪切波速为 400 m/s;迟滞阻尼比为 $\xi_p = 0.001$, $\xi_s = 0.0005$;泊松比为 1/3。

将一组振幅为 0.1 m,频率从 1~4 Hz 的正弦波作为自由场地震动输入,得到归一化位移频率响应曲线(即输出值除以输入正弦波的幅值),在本算例中最佳时间步长为 0.003 9 s(图 2),数值解和解析解获得的共振频率完全一致(即 1.76 Hz),初步验证了该算法的正确性。

将算例中的梁、柱单元改为非线性。结构抗弯屈服弯矩设定为 $10^9 \text{ N} \cdot \text{m}$,时间步长取 0.003 9 s,选取振幅为 0.001 m 的正弦波。如图 3 所示为隐式算法和显示算法结果比较,二者具有相同的共振频率(即 1.76 Hz),虽然二者的峰值位移响应有差

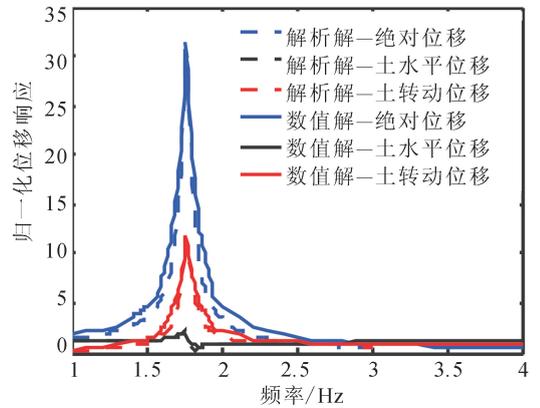


图 2 时间步长为 0.003 9 s 时解析和耦合法所求出归一化的位移频率响应函数的比较

Fig.2 Comparison of normalized displacement frequency responses using analytical and coupling methods (time step is 0.003 9 second)

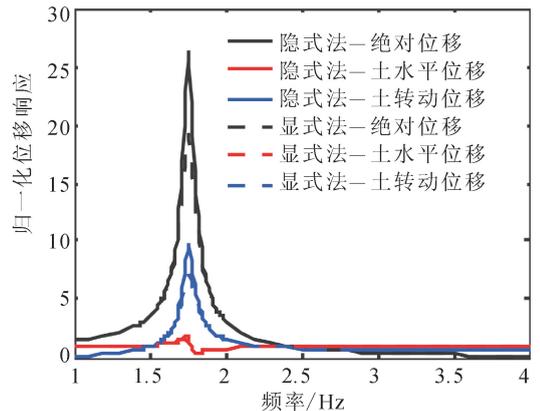


图 3 正弦波的幅值为 0.001 m 时隐式算法和显式算法所求出非线性土-结构相互作用体系的归一化位移频率响应函数的比较

Fig.3 Comparison of normalized displacement frequency response functions of nonlinear SSI system using implicit and explicit algorithms (sine wave's amplitude is 0.001 m)

别,但地震动力响应时程的误差很小,该误差在实际工程中属于可接受的范围内。

2.2 美国加州理工大学 Millikan 图书馆的非线性地震动力响应

基于本文所提出的耦合算法计算美国加州理工大学 Millikan 图书馆的非线性地震动力响应(图 4),以验证该方法对土-结构相互作用问题的适用性。

该图书馆高 43.9 m,宽 21 m,利用 OpenSees 模拟上部结构,采用基于位移的非线性梁/柱单元,该单元具有双线性的非线性弯矩-曲率关系。柱单元的参数如下:屈服弯矩为 $1.15 \times 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}$, $EI = 1.40 \times 10^{11} \text{ N} \cdot \text{m}^2$,屈服后刚度与初始刚度的比值

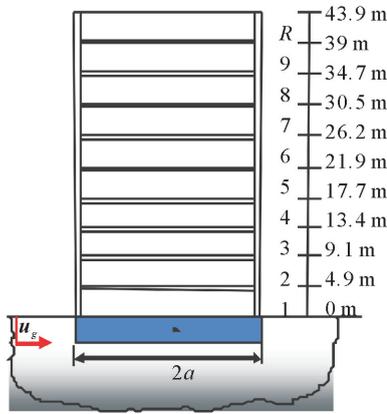


图 4 美国加州理工大学 Millikan 图书馆

Fig.4 The Millikan library in California Institute of Technology

为 0.01。梁用弹性梁柱单元模拟, $EA = 1.29 \times 10^{11}$ N。基础假设为刚性,土的材料参数与单自由度算例一致。该结构的一阶固有频率为 2.33 Hz。

由耦合法求得归一化的位移频率响应函数如图 5 所示。通过将简谐地震激励的幅度设置为非常小的值,该土-结构相互作用体系仍处于线弹性状态。用该方法求出结构的共振频率为 1.82 Hz,非常接近原位强制振动测试结果 1.90 Hz^[20]。结构顶部的绝对位移值为 38.8,转动和平动位移幅值分别为 10.71 和 1.95。

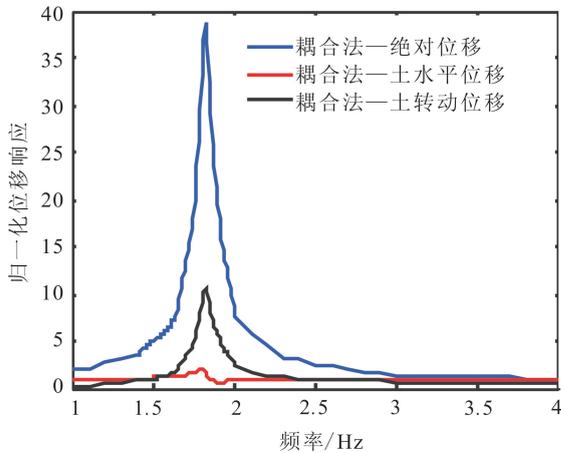


图 5 耦合法求得 Millikan 图书馆考虑土-结构相互作用的归一化的位移频率响应函数

Fig.5 The normalized displacement frequency response functions of the Millikan library considering SSI using the coupling method

地震激励改为 San Fernando 地震,结构明显屈服并产生强非线性行为。为了研究土-结构相互作用对结构的影响,将考虑和不考虑土-结构相互作用下结构的响应时程进行对比。各层的位移和加速度

包络线如图 6 所示,从图中得出当考虑土-结构相互作用时各层的最大位移均比仅考虑结构系统的最大位移值大,并且随着高度的增加该差别会越来越大。土-结构相互作用体系顶层的最大位移为 0.262 1 m,只考虑结构体系顶层的最大位移为 0.207 5 m。相反,土-结构相互作用体系最大加速度要小于仅考虑结构体系的加速度[在图 7(c)中也可以观测到该现象]。

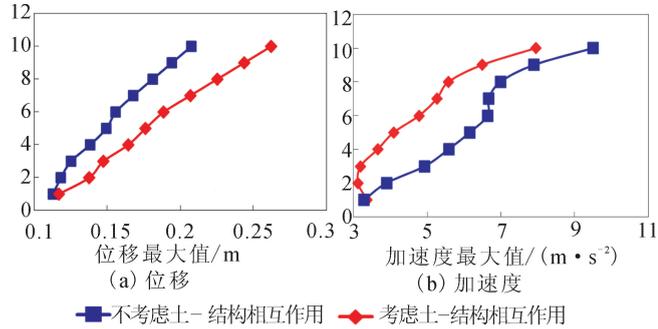


图 6 考虑和不考虑土-结构相互作用下各层的位移和加速度包络线

Fig.6 Enveloping lines of displacement and acceleration at each storey with and without SSI effect

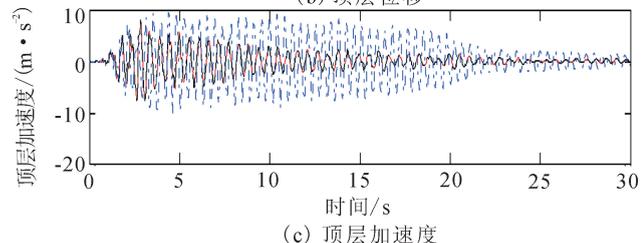
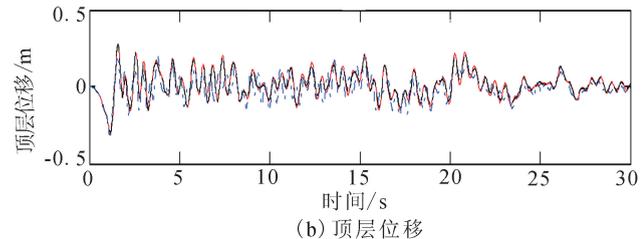
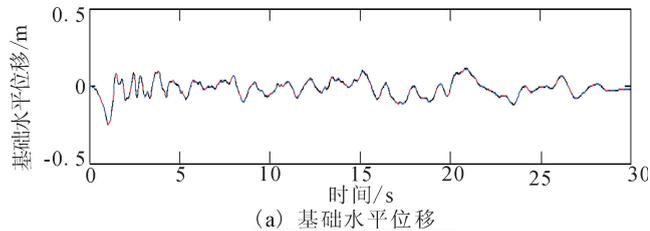


图 7 考虑和不考虑土-结构相互作用下响应时程

Fig.7 Response time histories with and without SSI effect

结构的响应时程如图 7 所示,考虑和不考虑土-结构相互作用下结构不同位置的弯矩曲率响应如图

8所示。从结果中看出,土-结构相互作用对于结构系统有不利的影响。隐式和显式算法的结果非常相近,该误差在工程中属于可接受范围,说明该显式算法可以用于现实的大尺度工程中。

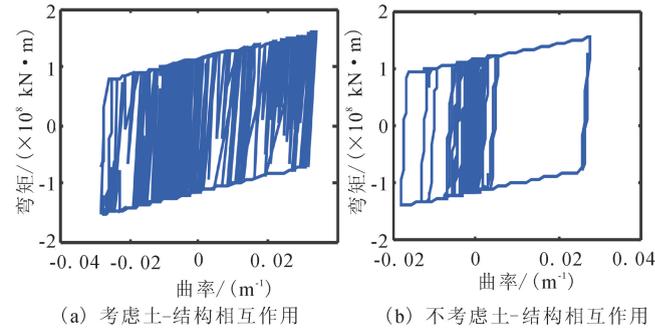


图8 结构不同位置的弯矩曲率响应

Fig.8 Moment-curvature response at different position of the structure

3 结论

提出一个实用、高效的耦合解析解和数值解的算法,用于土-结构相互作用体系的地震分析。该方法即利用有限元软件在大规模线性/非线性结构系统模拟中的强大分析功能,并利用时域离散递归方法对半空间土体的高效分析,因此可能应用到解决大型民用基础设施的实际土结相互作用问题中。

将该方法应用到一个单自由度土-结构相互作用体系和美国加州理工大学 Millikan 图书馆实际工程算例中,验证其正确性。此方法可应用到大规模土-结构相互作用体系的非线性地震分析中,并可用于分析是否考虑土的相互作用的区别。本文提出的方法实用、高效,为分析大规模非线性土-结构相互作用体系的动力时程响应提供了重要工具,该研究的部分结果对工程实践有一定指导意义。

参考文献 (References)

[1] Safak E. Detection and Identification of Soil-structure Interaction in Buildings from Vibration Recordings [J]. *Journal of Structural Engineering*, 1995, 121(5): 899-906.

[2] Stewart J P, Fenves G L, Seed R B. Seismic Soil-structure Interaction in Buildings. I: Analytical Methods [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 1999, 125(1): 26-37.

[3] Jennings P C, Bielak J. Dynamics of Building-soil Interaction [J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1973, 63: 9-48.

[4] Luco J E. Linear Soil-Structure Interaction [R]. Report UCRL-15 721. Livermore, California: Lawrence Livermore National Laboratory, 1980.

[5] Luco J E, Trifunac M D, Wong H L. Isolation of Soil-structure

Interaction Effects by Full-scale Forced Vibration Tests [J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamic*, 1988, 16: 1-21.

[6] Merritt G H, Housner G W. Effects of Foundation Compliance on Earthquake Stresses in Multistory Buildings [J]. *Bull Seism Soc Amer*, 1954, 44(4): 551-569.

[7] Gu Q. Performance and Risk Assessment of Soil-Structure Interaction Systems Based on Finite Element Reliability Methods [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014(2): 1-16.

[8] Fatahi B, Tabatabaiefar H, Samali B. Performance Based Assessment of Dynamic Soil-structure Interaction Effects on Seismic Response of Building Frames [J]. *Geo-Risk*, 2014: 344-351.

[9] Trifunac M D. Discussion of Seismic Soil-structure Interaction in Buildings. I: Analytical Methods; II: Empirical findings [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2000, 126(7): 668-670.

[10] Veletsos A S, Meek J W. Dynamic Behavior of Building-foundation Systems [J]. *Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1974, 3(2): 121-138.

[11] Wong H L, Trifunac M D, Luco J E. A Comparison of Soil Structure Interaction Calculations with Results of a Full-scale Forced Vibration Test [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1988, 7(1): 22-31.

[12] Mylonakis G, Gazetas G. Seismic Soil-structure Interaction: beneficial or Detrimental? [J]. *Journal of Earthquake Engineering*, 2000, 4(3): 277-301.

[13] Jeremic B, Kunnath S, Xiong F. Influence of Soil-foundation-structure Interaction on Seismic Response of The I-880 Viaduct [J]. *Eng Structures*, 2004, 26: 391-402.

[14] Tang Y, Zhang J. Probabilistic Seismic Demand Analysis of a Slender RC Shear Wall Considering Soil-structure Interaction Effects [J]. *Engineering Structures*, 2011, 33(1): 218-229.

[15] Stewart J P, Seed R B, Fenves G L. Seismic Soil-structure Interaction in Buildings. II: Empirical Findings [J]. *Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 1999, 128: 38-48.

[16] Safak E. Time-domain Representation of Frequency-dependent Foundation Impedance Functions [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2006, 26(1): 65-70.

[17] Mazzoni S, McKenna F, Fenves G L. OpenSees Command Language Manual [R]. Pacific Earthquake Engineering Center, University of California, Berkeley, Calif, USA, 2005, <http://opensees.berkeley.edu/>.

[18] Gu Q, Ozelik O. Integrating OpenSees With Other Software—With Application to Coupling Problems in Civil Engineering [J]. *Structural Engineering Mechanics*, 2011, 40(1): 85-103.

[19] Lennart L. System Identification; Theory for the User. 1998.

[20] John F C. Modern Digital Seismology-Instrumentation, and Small Amplitude Studies in the Engineering World [D]. Pasadena, California: California Institute of Technology, 2004.