

地下透镜体断面形状随机性对地表动力响应极值的影响^①

何 颖^{1,2}, 梁建文^{1,3}

(1.天津大学土木工程系,天津 300072; 2.天津城建大学土木工程学院,天津 300384;
3.天津市土木工程结构与新材料重点实验室,天津 300072)

摘要:采用波函数展开法及边界离散的方法给出任意断面形状的地下透镜体对平面 SH 波散射的半解析解,利用蒙特卡罗方法随机模拟产生 30 组透镜体断面样本,通过对 30 组具有同一统计特征的任意断面地下透镜体在平面 SH 波入射下地表动力响应极值的统计分析并与相应椭圆透镜体解答比较,研究透镜体断面形状随机性对平面 SH 波散射的影响。研究表明,透镜体断面形状随机性对地表动力响应极值具有重要影响。以长短轴比为 4 的椭圆形透镜体为例,当断面矢径的变异系数为 0.1 时,样本地表位移响应极值的最大值远大于对应椭圆透镜体解的极值,平均可达 47.46%。且增加幅度随着透镜体介质与半空间介质波速差距增大而增大。透镜体埋深越小,增加幅度越大。

关键词:地下透镜体; 断面形状; 平面 SH 波; 波函数展开法; 半解析解; 蒙特卡罗方法

中图分类号:P315.3 文献标志码:A 文章编号:1000-0844(2015)03-0765-07

DOI:10.3969/j.issn.1000-0844.2015.03.0765

Effect of Randomness in the Cross-section Shape of Underground Lenticles on the Extreme of the Surface Dynamic Response

HE Ying^{1, 2}, LIANG Jian-wen^{1, 3}

(1. Department of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. School of Civil Engineering, Tianjin Chengjian University, Tianjin 300384, China;

3. Tianjin Key Laboratory of Civil Engineering Structures and New Materials, Tianjin 300072, China)

Abstract: The semi-analytical solution of SH-waves scattering by an arbitrary cross-section of an underground lenticle in half space is presented using the wave functions expansion method combined with the boundary discrete method. The Monte Carlo method was used to randomly generate 30 samples of the cross-section shape of the lenticle, and the effect of randomness in the cross-section shape on the surface dynamic response was studied by statistical analysis. It was observed that the randomness of the cross-section shape has a significant effect on the surface dynamic response around a lenticle in half space. When the variation coefficient of the inclusion radius is equal to 0.1 for a lenticle of elliptical shape, the maximum of the surface displacement amplitude is larger than that of the peak values observed for the elliptic solution with an average of 47.46%. The difference increases as the inclusion rigidity decreases, whereas the difference decreases as the inclusion depth increases.

Key words: underground lenticle; cross-section shape; plane SH-waves; wave function expansion

① 收稿日期:2014-08-20

基金项目:国家自然科学基金项目(51378348);天津市应用基础研究重点项目(12JCZDJC29000)

作者简介:何 颖(1983—),女,讲师,主要从事土动力学和地震工程研究。E-mail:he114@126.com。

通信作者:梁建文(1965—),男,教授、博士生导师,主要从事土动力学和地震工程研究。E-mail:liang@tju.edu.cn。

method; semi-analytical solution; Monte Carlo method

0 引言

地表下局部夹杂的透镜体对地震动的影响多年来一直是地震工程中比较引人关注的课题之一。该问题可以采用解析法^[1]和数值法^[2-4]求解。目前研究一般针对确定透镜体形状,考虑到实际形状与计算形状之间存在一定出入,研究透镜体断面随机性对波散射的影响对于工程场地地震安全性评价具有重要参考价值,但目前该问题还鲜有研究。此外,工程中的透镜体断面一般宽厚比较大,也就是说断面接近于长短轴比较大的椭圆,而目前的研究对于此类问题很难准确求解。

本文针对地下长短轴比较大的透镜体进行研究。首先采用波函数展开法及边界离散的方法给出任意断面形状的地下透镜体对平面 SH 波散射的半解析解,然后采用蒙特卡罗方法随机模拟产生 30 组透镜体断面样本,通过对样本在平面 SH 波入射下地表位移的统计分析,研究透镜体断面形状随机性对地表动力响应的影响,得出一些对工程具有参考价值的结论。

1 方法

图 1 为弹性、均匀和各向同性半空间中一埋深为 D 、区域为 Ω 的任意形状透镜体。半空间介质剪切模量 G_1 , 剪切波速 v_1 , 透镜体介质剪切模量 G_2 , 剪切波速 v_2 。一频率为 ω 的平面简谐 SH 波以角度 γ 入射。以半空间地表为对称面构造透镜体的镜像,则上述半空间问题转化为全空间波动问题^[1]。

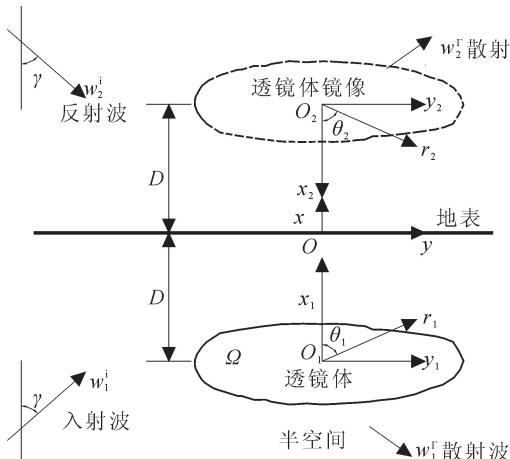


图 1 透镜体及其镜像

Fig.1 A lenticle in half-space and its image

半空间中的总位移场可写为:

$$w = \begin{cases} w_1^i + w_2^i + w_1^r + w_2^r & (r, \theta) \notin \Omega \\ w^j & (r, \theta) \in \Omega \end{cases} \quad (1)$$

式中: w_1^i 表示入射波; w_2^i 表示反射波; w_1^r, w_2^r 分别表示透镜体及其镜像产生的散射波; w^j 表示透镜体内部位移场。可分别表示为(时间因子 $\exp(i\omega t)$ 略去)

$$w_1^i(r_1, \theta_1) = \exp(-ik_1 r_1 \cos(\theta_1 - \gamma)) \quad (2)$$

$$w_2^i(r_1, \theta_1) = \exp(-i \cdot 2k_1 D \cos(\gamma) + ikr_1 \cos(\theta_1 - \gamma)) \quad (3)$$

$$w_1^r(r_1, \theta_1) = \sum_{n=0}^{\infty} H_n^{(2)}(k_1 r_1)(A_n \cos n\theta_1 + B_n \sin n\theta_1) \quad (4)$$

$$w_2^r(r_2, \theta_2) = \sum_{n=0}^{\infty} H_n^{(2)}(k_1 r_2)(A_n \cos n\theta_2 + B_n \sin n\theta_2) \quad (5)$$

$$w^j(r_1, \theta_1) = \sum_{n=0}^{\infty} J_n(k_2 r_1)(C_n \cos n\theta_1 + D_n \sin n\theta_1) \quad (6)$$

式中: $k_1 = \omega/v_1$ 为半空间中剪切波波数; $k_2 = \omega/v_2$ 为透镜体中剪切波波数; γ 为波的入射角度; $H_n^{(2)}(x)$ 为第二类汉克尔函数; $J_n(x)$ 为贝塞尔函数; A_n, B_n, C_n 及 D_n 均为待定系数。

对任意形状边界,采用 Moeen-Vaziri 和 Trifunac^[5] 的方法将边界离散成足够密的离散点。离散每一点的位移和法向剪应力均应满足位移及法向应力连续的边界条件:

$$\begin{cases} w_1^i + w_2^i + w_1^r + w_2^r = w^j \\ \sigma_1^i + \sigma_2^i + \sigma_1^r + \sigma_2^r = \sigma^j \end{cases} \quad (7)$$

式中法向应力可由下式求得,

$$\sigma = G \left(\frac{\partial w}{\partial r} \cos \beta + \frac{\partial w}{r \partial \theta} \sin \beta \right) \quad (8)$$

设 A, B, C 三点为边界上相邻的三点,将 $A(r_a, \theta_a), C(r_c, \theta_c)$ 两点连线的垂线作为 $B(r_b, \theta_b)$ 点处边界线的法向量 n ,则夹角 β 可表示为:

$$\beta = \arctan \left(\frac{r_a \cos \theta_a - r_c \cos \theta_c + \tan \theta_b (r_a \sin \theta_a - r_c \sin \theta_c)}{r_a \sin \theta_a - r_c \sin \theta_c - \tan \theta_b (r_a \cos \theta_a - r_c \cos \theta_c)} \right) \quad (9)$$

将式(2)~(6)代入式(7)的位移边界条件、式(8)计算得到的结果代入式(7)的应力边界条件,可得到如下线性方程组:

$$[\mathbf{S}][\mathbf{X}] = [\mathbf{R}] \quad (10)$$

式中: \mathbf{S} 为 $2M \times 4N$ 的系数矩阵,由散射场及透镜体内位移场决定, M 为透镜体边界离散的点数, N 为级数截断项数; \mathbf{R} 为 $2M \times 1$ 的自由场列向量; $\mathbf{X} = [A_1, \dots, A_N, B_1, \dots, B_N, C_1, \dots, C_N, D_1, \dots, D_N]^T$ 为特定系数列向量,该超定方程组可以采用最小二乘法求解。只要求出待定系数,就可以得到地表位移。

值得指出的是,对于长短轴比较大的椭圆,离散时应遵循等弧长原则,且注意离散点个数 M 应为级数阶段项数 N 的两倍,以得到较为精确的解答。

2 方法验证

以平面 SH 波入射下全空间内距椭圆洞室中心距离为 D 并与长轴平行的直线 L 上的位移幅值为例,图 2 给出了本文计算结果与依据文献[6]中公式计算得出解析结果的比较。定义洞室的长轴($2a$)与入射波波长之比为入射波的无量纲频率 $\eta = 2a/\lambda$ 。计算参数: $D/a = 2$,无量纲频率 $\eta = 1$,短长轴之比 $b/a = 0.25$,入射角度 $\gamma = 0^\circ$ 和 90° ,波源与直线 L

分居椭圆两侧。横轴 y/a 为直线 L 上的点距透镜体中心在直线 L 的投影长度与长半轴的比值,纵轴 $|w|$ 为位移幅值。可以看到,本文结果与文献结果完全一致(图 2),说明本文方法对于短长轴之比为 0.25 的椭圆具有足够的精度。

3 数值结果与分析

以椭圆形透镜体为例,采用蒙特卡罗方法随机产生 30 组透镜体截面样本,每组样本由长半轴为 1、短半轴为 0.25 的椭圆乘以一随机误差得到。随机误差均值为 1,标准差为 0.1。图 3 给出了其中 15 个截面形状样本,每个小图示意 3 个样本。

定义透镜体长轴均值($2a$)与入射波波长之比为入射波的无量纲频率 $\eta = 2a/\lambda = \omega a/\pi v_1$ 。分别求解此 30 组不同截面透镜体在平面 SH 波入射下地表位移动力响应,并求得 30 组地表位移响应幅值极值的均值 μ 、标准差 σ 和变异系数 σ/μ 。图 4(a)、(b)给出了 μ 和 $\mu \pm \sigma$ 为参考所对应的椭圆形透镜体解答极值。所选计算参数为:埋深 $D/a = 2$ 和 5;

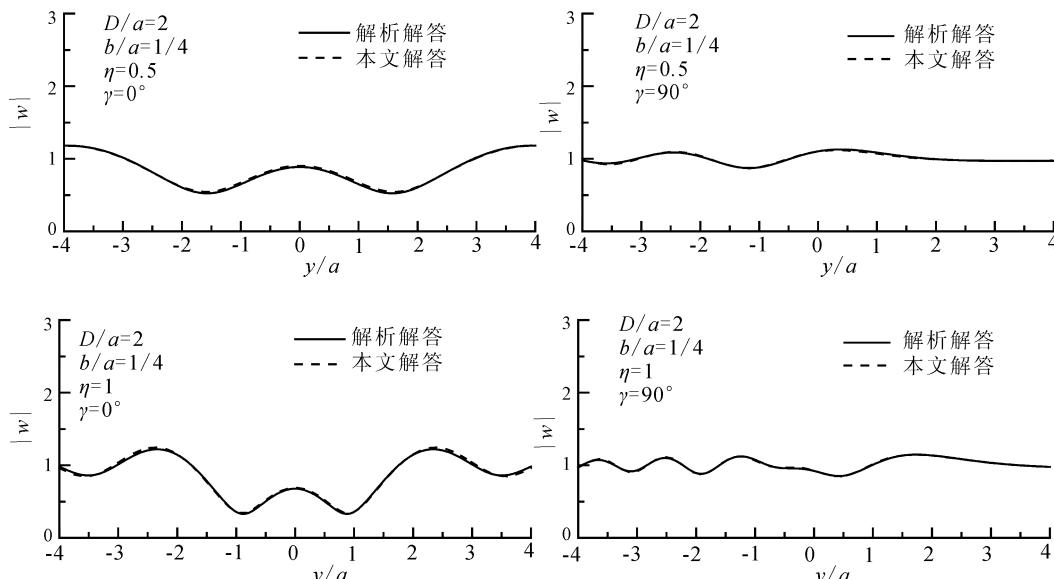


图 2 本文解答与解析解答^[6]的比较

Fig.2 Comparison between solutions in this paper and those in Reference [6]

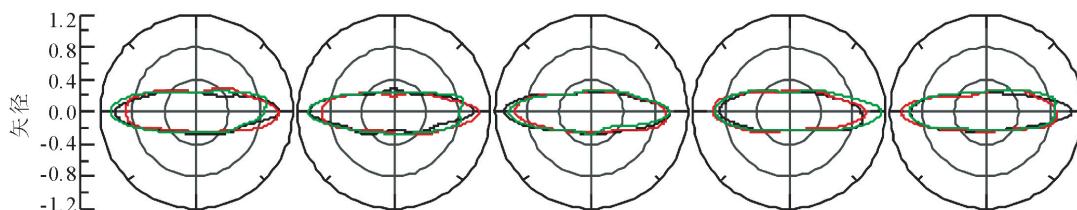


图 3 截面形状样本

Fig.3 Cross-section samples for the lenticle

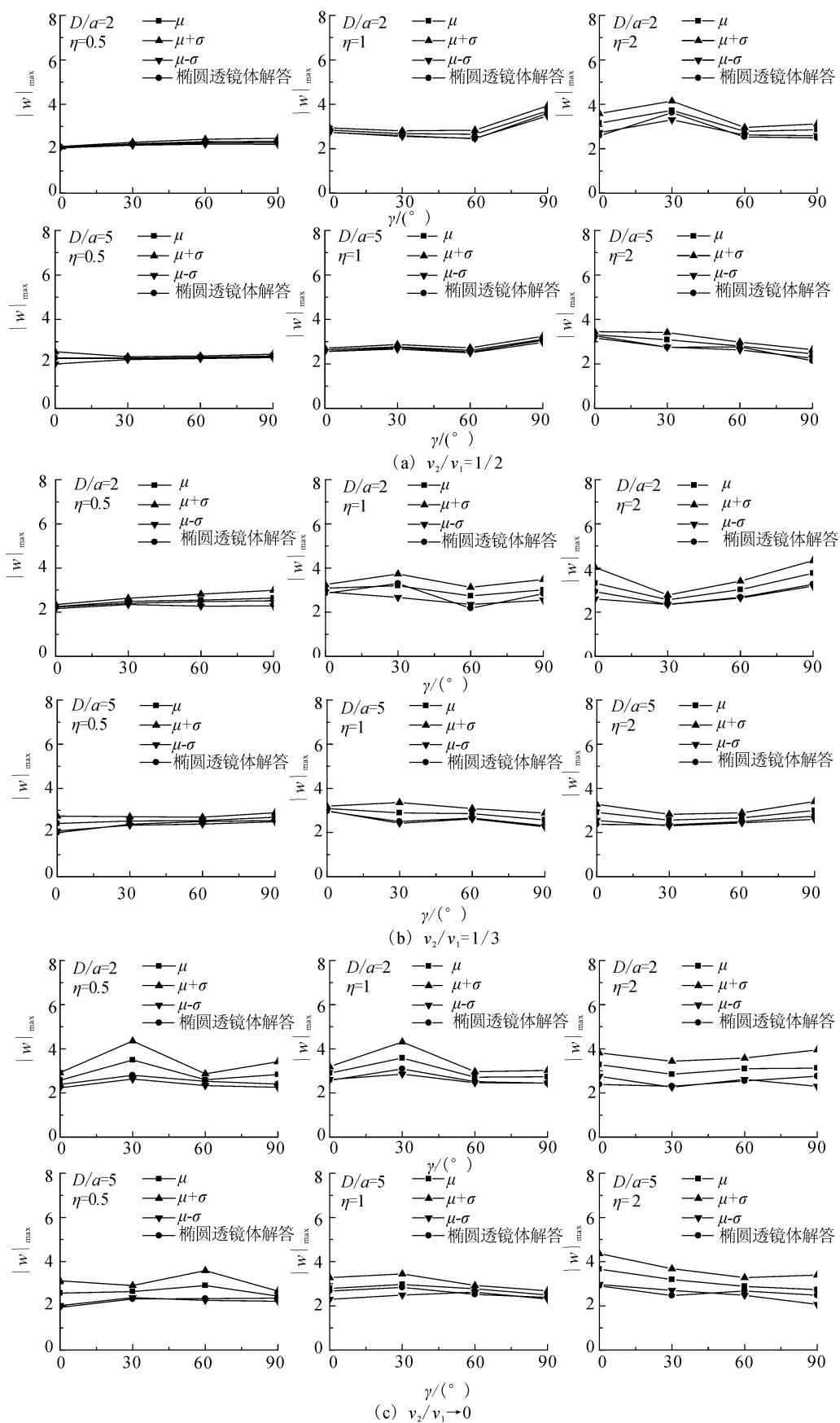


图 4 样本地表位移极值

Fig.4 The extreme values of surface displacement of 30 samples

透镜体与半空间介质剪切波速比 $v_2/v_1=1/2$ 和 $1/3$; 密度比 $\rho_2/\rho_1=1/1$; 无量纲频率 $\eta=0.5$ 、 1 和 2 ; 入射角 $\gamma=0^\circ$ 、 30° 、 60° 和 90° 。横坐标 γ 表示 SH 波入射角度, 纵坐标 $|w|_{\max}$ 表示地表位移响应极值。为便于比较, 图 4(c) 给出了透镜体介质刚度趋于 0(退化为洞室)情况($v_2/v_1 \rightarrow 0$)的结果。

表 1 给出了当 $v_2/v_1=1/2$ 时, 透镜体埋深 $D/a=2$ 和 5 时样本地表位移极值的统计数据与椭圆透镜体解答的极值。可以看出, 样本极值的最大值均显著大于相应椭圆透镜体解答极值, 前者比后者增大了 62.45% ; 平均而言, 当 $D/a=2$ 和 5 时, 样本极值的最大值比椭圆透镜体解答极值分别增大了 25.80% 和 19.08% ; 样本极值的均值比椭圆透镜体解答极值的增大也分别可达 22.07% 和 14.18% 。

表 1 也给出了当 $v_2/v_1=1/3$ 时, 透镜体埋深 $D/a=2$ 和 5 时样本地表位移极值的统计数据与椭圆透镜体解答的极值。可以看出, 样本极值的最大值均显著大于相应椭圆透镜体解答极值, 前者比后者增大了 97.42% ; 平均而言, 当 $D/a=2$ 和 5 时, 样本极值的最大值比椭圆透镜体解答极值分别增大了

49.33% 和 45.60% 。当 $D/a=2$ 和 5 时, 样本极值的均值比椭圆透镜体解答极值的增大也分别可达 25.75% 和 23.12% 。

为了比较, 表 1 还给出了透镜体介质刚度趋于 0(成为洞室)($v_2/v_1 \rightarrow 0$)的结果。可以看出, 透镜体介质刚度趋于 0 时极值的增大水平显著大于透镜体。样本极值的最大值比椭圆洞室解答极值增大了 132.25% ; 当 $D/a=2$ 和 5 时, 平均的增大值也达到了 78.63% 和 67.94% 。通过比较可以看出, 透镜体埋深越深, 透镜体介质与半空间介质剪切模量越接近, 断面形状随机性对地表位移极值的影响越小。因此, 工程上需要特别考虑埋深较浅的软介质透镜体的断面形状随机性对地表位移极值的影响。

4 结论

采用蒙特卡洛方法研究地下透镜体形状变异性对地表位移幅值极值大小的影响。通过数值分析得出如下结论: 地下透镜体形状变异性对地表位移幅值极值大小有重要影响, 且随着透镜体介质与半空间介质刚度差距增大而增大; 样本地表位移极值的

表 1 地表位移极值的统计

Table 1 Statistical analysis of the extreme values of surface displacement of 30 samples

剪切波速 比 v_2/v_1	D/a	η	γ	样本极值				椭圆透镜 体解答极值	样本极值的最大值大 于椭圆透镜体解答极 值的程度 / %	样本极值的均值大 于椭圆透镜体解答 极值的程度 / %
				最大值	均值	标准差	变异系数			
$v_2/v_1 = \frac{1}{2}$	0.5	0.5	0°	2.16	2.07	0.03	0.02	2.04	5.56	1.13
			30°	2.38	2.22	0.07	0.03	2.17	9.54	2.06
			60°	2.65	2.31	0.11	0.05	2.26	17.34	2.29
			90°	2.95	2.33	0.14	0.06	2.27	29.67	2.64
	2	1	0°	3.08	2.84	0.10	0.04	2.73	12.61	3.74
			30°	3.10	2.68	0.13	0.05	2.59	19.94	3.51
			60°	3.14	2.65	0.18	0.08	2.45	28.55	8.34
			90°	4.28	3.70	0.23	0.06	3.59	19.09	3.01
	5	2	0°	4.19	3.15	0.43	0.17	2.58	62.45	22.07
			30°	4.84	3.72	0.42	0.12	3.62	33.70	2.81
			60°	3.19	2.78	0.17	0.07	2.53	26.03	10.07
			90°	3.61	2.85	0.26	0.11	2.49	45.11	14.78
$v_2/v_1 = \frac{1}{3}$	0.5	0.5	0°	3.43	2.27	0.28	0.12	2.24	52.90	1.30
			30°	2.41	2.26	0.06	0.03	2.25	6.95	0.49
			60°	2.40	2.30	0.06	0.02	2.29	4.52	0.39
			90°	2.53	2.36	0.08	0.03	2.33	8.64	1.40
	2	1	0°	2.84	2.63	0.08	0.03	2.56	10.80	2.76
			30°	2.97	2.77	0.10	0.04	2.73	8.88	1.42
			60°	2.94	2.61	0.11	0.04	2.54	15.63	2.70
			90°	3.41	3.11	0.13	0.04	3.06	11.50	1.65
	5	2	0°	3.59	3.31	0.14	0.04	3.27	9.86	1.28
			30°	3.98	3.09	0.33	0.12	2.75	44.57	12.19
			60°	3.20	2.81	0.18	0.06	2.76	15.69	1.49
			90°	2.98	2.45	0.19	0.09	2.15	39.04	14.18

续表 1

剪切波速比 v_2/v_1	D/a	η	γ	样本极值			椭圆透镜体解答极值	样本极值的最大值大于椭圆透镜体解答极值的程度/%	样本极值的均值大于椭圆透镜体解答极值的程度/%
				最大值	均值	标准差			
$v_2/v_1 = \frac{1}{3}$	0.5	1	0°	2.44	2.25	0.09	0.04	2.23	9.34
			30°	2.84	2.49	0.14	0.06	2.40	18.32
			60°	3.75	2.54	0.27	0.11	2.48	51.08
			90°	3.59	2.64	0.35	0.14	2.52	42.41
	2	1	0°	3.39	3.08	0.17	0.06	2.85	18.78
			30°	4.63	3.20	0.53	0.16	3.30	40.19
			60°	4.30	2.74	0.39	0.18	2.18	97.42
			90°	4.62	3.01	0.47	0.16	2.84	63.06
	5	1	0°	5.65	3.31	0.71	0.24	2.93	92.95
			30°	3.17	2.56	0.21	0.09	2.36	34.56
			60°	4.43	3.02	0.38	0.14	2.67	65.61
			90°	5.16	3.76	0.58	0.18	3.26	58.28
$v_2/v_1 \rightarrow 0$	0.5	1	0°	3.20	2.41	0.34	0.17	1.99	60.59
			30°	3.21	2.52	0.19	0.08	2.37	35.16
			60°	2.76	2.54	0.16	0.06	2.50	10.54
			90°	3.41	2.69	0.20	0.08	2.54	34.23
	2	1	0°	3.25	3.09	0.11	0.04	2.96	10.06
			30°	4.70	2.89	0.47	0.19	2.50	88.47
			60°	3.43	2.85	0.23	0.09	2.65	29.22
			90°	3.55	2.57	0.31	0.13	2.31	53.49
	5	1	0°	4.35	2.91	0.36	0.15	2.36	83.84
			30°	3.39	2.56	0.26	0.11	2.34	44.76
			60°	3.22	2.66	0.23	0.09	2.49	29.15
			90°	4.60	3.00	0.40	0.15	2.75	67.64
$v_2/v_1 \rightarrow 0$	0.5	1	0°	3.83	2.58	0.34	0.13	2.39	49.12
			30°	6.24	3.49	0.86	0.31	2.80	123.09
			60°	3.47	2.60	0.27	0.11	2.53	37.32
			90°	5.27	2.83	0.58	0.24	2.40	119.81
	2	1	0°	3.80	2.90	0.29	0.11	2.57	47.97
			30°	5.10	3.58	0.73	0.24	3.09	65.13
			60°	3.40	2.71	0.25	0.10	2.51	35.51
			90°	3.57	2.73	0.29	0.12	2.44	46.16
	5	1	0°	4.76	3.28	0.53	0.22	2.38	99.66
			30°	5.18	2.85	0.59	0.26	2.30	124.74
			60°	4.14	3.10	0.48	0.19	2.54	62.80
			90°	6.40	3.13	0.83	0.30	2.76	132.25

最大值均显著大于相应椭圆透镜体解答极值。研究在统计意义上揭示了地下透镜体形状变异性对地表

位移幅值极值大小影响的基本规律,对地震安全性评价等具有参考价值。

参考文献(References)

- [1] 袁晓铭.地表下圆形夹塞区出平面散射地面运动的影响[J].地球物理学报,1996,39(3):373-381.
YUAN Xiao-ming. Effect of a Circular Underground Inclusion on Surface Motion under Incident Plane SH Waves[J]. Acta Geophysica Sinica, 1996, 39(3): 373-381. (in Chinese)
- [2] 袁晓铭,孙锐.饱和砂土透镜体液化对建筑物地震反应的影响[J].地震工程与工程振动,2000,20(1):68-74.
YUAN Xiao-ming, SUN Rui. Effect of Liquefaction of Lenticular Saturated Sand Zone on Seismic Response of Buildings[J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2000, 20(1): 68-74. (in Chinese)
- [3] 梁建文,张炳政,巴振宁.层状场地中透镜体对地震动影响的基本规律[J].地震工程与工程振动,2009,29(5):1-12.
LIANG Jian-wen, ZHANG Bing-zheng, BA Zhen-ning. On the Effect of a Lenticle in a Layered Site on Ground Motion[J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2009, 29(5): 1-12. (in Chinese)
- [4] 梁建文,张炳政,巴振宁.基岩上均匀场地中透镜体对地震动的非线性放大作用[J].地震工程与工程振动,2009,29(6):13-24.
LIANG Jian-wen, ZHANG Bing-zheng, BA Zhen-ning. Nonlinear Amplification of Ground Motion by a Lenticle in Single Layer on Bedrock[J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2009, 29(6): 13-24. (in Chinese)
- [5] Moeen-Vaziri N, Trifunac M D. Scattering and Diffraction of Plane SH-waves by Two-dimensional Inhomogeneities[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1988, 7: 179-188.
- [6] Pao Y H, Mow C C. Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations[M]. New York: Crane Russak and Company Inc, 1973.

(上接730页)

- [12] 钱家栋,赵家骝,杜学彬,等.地震观测仪器进网技术要求 地电观测仪 第1部分:直流地电阻率仪[M].北京:地震出版社,2008,DB/T 29.1-2008.
QIAN Jia-dong, ZHAO Jia-liu, DU Xue-bin, et al. Technical Requirements of Instrument in Network for Earthquake Monitoring——Geoelectrical Meters, Part 1: Direct Current Meter for Geoelectrical Resistivity [M]. Beijing: Seismological Press, China, 2008, DB/T 29.1-2008. (in Chinese)
- [13] 杜学彬,赵家骝,谭大诚,等.地震台站建设规范 地电台站 第1部分:地电阻率台站[M].北京:地震出版社,2006, DB/T 18.1-2006.
DU Xue-bin, ZHAO Jia-liu, TAN Da-cheng, et al. Specification for the Construction of Seismic Station——Geoelectrical Station, Part 1: Geoelectrical Resistivity Observatory [M]. Beijing: Seismological Press, 2006, DB/T 18.1-2006. (in Chinese)
- [14] 钱家栋,杜学彬,蔡晋安,等.地震地电观测方法 地电阻率第1部分:单极距观测[M].北京:地震出版社,2009, DB/T 33.1-2009.
QIAN Jia-dong, DU Xue-bin, CAI Jin-an, et al. The Method of Earthquake-related Geoelectrical Monitoring——Geoelectrical Resistivity Observation, Part 1: The Single Separation Observation [M]. Beijing: Seismological Press, 2009, DB/T 33.1-2009. (in Chinese)
- [15] 杜学彬,阮爱国,范世宏,等.强震近震中区地电阻率变化速率的各向异性[J].地震学报,2001,23(3):289-297.
DU Xue-bin, RUAN Ai-guo, FAN Shi-hong, et al. Anisotropy of the Variation Rate of Apparent Resistivity Near the Epicentral Region of Strong Earthquakes[J]. Acta Seismologica Sinica, 2001, 23(3): 289-297. (in Chinese)
- [16] 杜学彬,刘君,崔腾发,等.两次近距离大震前成都台视电阻率重现性、相似性和各向异性变化[J].地球物理学报,2015.(待发表)
DU Xue-bin, LIU Jun, CUI Teng-fa, et al. Repeatability, Similarity and Anisotropy Changes in Apparent Resistivity of Station Chengdu before Two Great Earthquakes in Near Distance [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2015. (in Publication). (in Chinese)
- [17] 康云生,安海静,马可兴,等.天水地电阻率地表与井下多种观测方式的试验分析[J].地震工程学报,2013,35(1):190-195.
KANG Yun-sheng, AN Hai-jing, MA Ke-xing, et al. Test Analysis on Geo-electrical Resistivity Observation Combing the Surface and Deep-well Methods at Tianshui Seismic Station in Gansu Province, [J]. China Earthquake Engineering Journal, 2013, 35(1): 190-195. (in Chinese).