

成层半空间出平面自由波场的界面子波算法^①

范留明^{1,2}, 赵 钦¹

(1.西安理工大学土木建筑工程学院,陕西 西安 710048; 2.陕西省黄土力学与工程重点实验室,陕西 西安 710048)

摘要:一般工程的地震反应分析中地震波假设为竖直向上入射的体波,场地自由波场可简化为成层半空间模型的一维波动问题,通过数值方法获得出平面自由场。在数值计算方法中以显式有限差分法为代表的时间域方法是当前地震波模拟的主流方法,其精度通常受到计算方法、模型尺寸、网格大小、边界设定等诸多条件的影响,数值算法稳定性还受到许多计算参数的限制。为了改进时域数值方法中存在的这些缺点和不足,本文结合分层均匀介质中的理论地震图合成方法提出了一种新的时域数值算法。其基本思想是将计算节点直接设置在波阻抗界面处,各个层内不再设置计算节点,然后根据地震波在波阻抗界面处的反射、透射关系及其在相邻界面之间的传播时间建立计算界面节点振动的数学表达式,据此计算得到各层界面节点的振动,并通过对自由面节点进行适当处理得到成层半空间出平面自由场。界面节点振动可看作为入射波通过波阻抗界面处产生的次一级子波源,本文称之为界面子波,因此把这一计算方法称为界面子波算法。数值算例表明该方法具有很高的精度和很快的计算效率。理论上还可将这一方法推广至二维波动情形,即地震波倾斜入射条件下成层半空间出平面自由场的计算。

关键词:成层半空间;波阻抗界面;界面节点;界面子波;时延方程

中图分类号: TU435

文献标志码: A

文章编号: 1000-0844(2014)04-0765-08

DOI:10.3969/j.issn.1000-0844.2014.04.00765

Interfacial Wavelet Superposition Method for Out-of-Plane Wave Motion of a Free Field in a Layered Half Space

FAN Liu-ming^{1,2}, ZHAO Qin¹

(1.College of Civil Engineering and Architecture, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710048, China;

2.Shaanxi Provincial Key Laboratory of Loess Mechanics and Engineering, Xi'an, Shaanxi 710048, China)

Abstract: The wave motion of a free field for general engineering can be simplified as a 1-D wave motion of an elastic layered half-space model, approximate solutions of which can be obtained by numerical methods. For such problems, the seismic waves are assumed to be vertical body waves propagating in the vertical direction, and site strata are regarded as nearly horizontal stratified structures. Even though there are many types of algorithms for seismic response analysis, all algorithms can be broadly classified into two main types. The first are numerical methods in the time domain, and the second are numerical methods in the frequency domain. However, numerical methods in the time domain, such as the finite difference method, finite element method, and boundary element method, are currently used. When these methods are used to calculate the free wave field in a layered half space, it is necessary to first discretize the computational region. The

① 收稿日期:2014-08-20

基金项目:国家自然科学基金项目(No. 51179154);陕西高校省级重点实验室重点科研计划项目(No.2010JS085);高等学校博士学科点专项科研基金项目(20126118110014)

作者简介:范留明(1968—),男,博士,教授,主要从事岩土工程和地震工程方面的研究工作.E-mail:fanliuming@xaut.edu.cn

definite-solution problem of the continuous wave field is transformed to the problem of numerical computation of the discrete element nodes by methods of mathematical physics. The numerical formulas are usually expressed as a group of equations or explicit iteration schemes step-by-step in the time direction. However, the precision of approximate solutions computed by these numerical methods is affected by many factors, such as the mathematical algorithm, model range, mesh size, time step, and boundary condition. Inputting improper parameters will cause instability of the numerical algorithms, even causing no results to be obtained after a large amount of computation. Considering the generalized reflection transmission coefficient matrix method for synthetic seismograms, a new method is proposed, which provides improvements for numerical methods in the time domain for solving problems of 1-D wave motion in an elastic layered half-space. When the method is used to compute a wave field in a layered half space, the element nodes are set at the wave impedance interfaces, which are called interfacial nodes. According to the wave motion principle of superposition, the wave field values between layers can be computed from the interface nodes, in which none of the nodes are set. Interfacial node values are made in accordance with the refracting and reflecting regulations at wave impedance interfaces and traveling time of waves between wave impedance interfaces, the expressions of which can be written as a group of time delay equations. Interfacial node values can be obtained after solving time delay equations. The wave field values in a layered half space can be obtained from one of the interface nodes at the free surface. Considering Huygens principle, the motion at interfacial nodes can be regarded as secondary sources or wavelet sources, when seismic waves pass through impedance interfaces. Therefore, the motion at interfacial nodes is called an interfacial wavelet, and the above method for determining the free wave field in a layered half space is called the interfacial wavelet method. The interfacial wavelet method is suitable for 1-D wave motion problems corresponding to the wave field of horizontal layered media caused by normal incidence. Two numerical results demonstrate that the proposed method has high accuracy and fast computing speed. In theory, the method can also be used to solve 2-D wave motion problems corresponding to the wave field of a horizontal layered media at oblique incidence.

Key words: layered half-space; wave impedance interface; interfacial node; interfacial wavelet; time delay equation

0 引言

对于地形平缓的土质场地,地层通常呈水平层状分布,场地地震反应分析一般简化为一维波动问题^[1]。对于此类一维波动问题,可将入射地震波简化为平面体波,将场地看作弹性成层半空间模型^[2],应用数值方法求解。目前所采用的数值方法主要有两大类:一类是频率域方法,通常在频率域或频率—波数域中进行计算,计算中需要 FFT 处理,例如早期分层均匀介质地震图合成采用的广义反射透射系数矩阵方法^[3-4];另一类方法则是基于波动方程理论的时间域方法,例如有限差分法、有限元法、边界元法等。以显式有限差分法为代表的时域方法是当前地震波模拟的主流方法^[1-2,5-7]。此外,随着数学理论和方法的发展近年来又提出了一些新的数值方

法,其中最为典型的方法是基于小波变换的数值方法^[8-9]。

在时域数值方法中,首先要把时间和计算区域进行网格化,应用数学物理方法把对连续域地震波场的计算转化成对若干个单元节点的计算,并最终表达为方程组或迭代式的形式进行求解。数值解的精度受到计算方法、模型尺寸、网格大小、边界设定等诸多条件影响,而且数值算法稳定性还受许多计算参数的限制。

为了改善时域数值方法的局限性,针对弹性成层半空间模型的一维波动问题,结合分层均匀介质中的理论地震图合成方法,本文提出了一种新的时域数值方法。其基本思想是仅仅在波阻抗界面处设置节点,根据平面波在波阻抗界面处的反射、透射关

系及其到达相邻界面的传播时间建立关于界面节点振动的数学表达式,据此计算得到各层界面节点处的振动,自由面处的振动即是成层半空间出平面自由场。按照惠更斯波动观点,界面节点振动可看作为入射波作用下在波阻抗界面处产生的新的子波源,本文称之为界面子波,因此把这一计算方法称为界面子波算法。

1 一维波动问题中的界面子波

1.1 一维波动问题

垂直入射水平层状介质条件下地震波场问题是典型的一维波动问题,理论上可归结为经典的弦振方程的定解问题:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{1}$$

式中, u 为波场值; v 为波速; t 为时间。

通常情况下无法直接得到式(1)的解析解。只有在极少数情况下才能推求出其理论解。例如,对于无界弦的自由振动定解问题,其达朗贝尔理论解可以由行波法推导获得。

对于图 1 所示层状介质模型中的平面波场,不能应用行波法获得式(1)的理论解,需借助于有限元、有限差分、边界元等数值法计算近似解。图中 ρ_i, v_i, h_i 分别表示第 i 层介质的密度、速度和厚度。

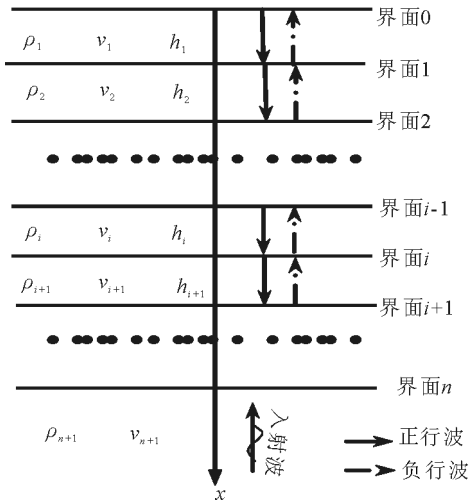


图 1 层状介质模型

Fig.1 The layered medium model

1.2 平面波的反射与透射

在层状介质中存在若干个非连续的波阻抗界面。当平面波遇到这些波阻抗界面时,将产生反射与透射现象(见图 2)。其中一部分能量会反射回来,形成反射波;另一部分能量透射出去,形成透射

波。对于倾斜入射的波场,还可能出现转换波,波场情况变得更为复杂。

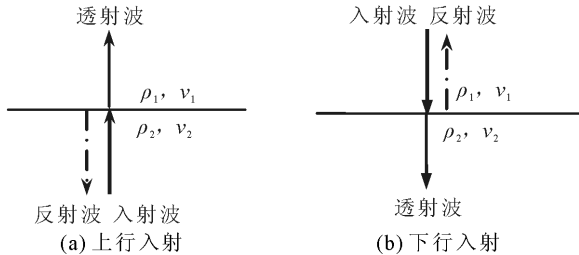


图 2 平面波的透射和反射

Fig.2 Refraction and reflection of plane waves

反射波与入射波的大小关系可以用反射系数表示。如图 2(a)所示,平面波在垂直入射条件下的位移反射系数为

$$R_{1,2} = \frac{\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2}{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2} \tag{2}$$

式(2)表示,当平面波从第 1 层进入第 2 层时,反射波数值等于入射波的 $R_{1,2}$ 倍。根据位移连续原理,透射波则为入射波的 $1+R_{1,2}$ 倍。

推而广之,平面波从第 i 层进入第 $i+1$ 层的反射系 $R_{i,i+1}$ 波阻抗界面反射系数可表示为

$$R_{i,i+1} = \frac{\rho_i v_i - \rho_{i+1} v_{i+1}}{\rho_i v_i + \rho_{i+1} v_{i+1}} \tag{3}$$

显然,由反射系数的定义可得

$$R_{i+1,i} = -R_{i,i+1} \tag{4}$$

式(4)表明,对于入射到同一波阻抗界面的两个相反方向的反射波,其反射系数的大小相等,符号相反。

1.3 一维界面子波及其振动特性

惠更斯波动理论认为波阵面上的每一点都可以看成发生子波(或称为次波)的波源,各自发出球面子波,这些子波在今后某一时刻形成的包络面就是该时刻新的波阵面。此后菲涅耳进一步完善了惠更斯理论,他认为波阵面每个单元都可以看成新的波源,这些波源均发出新的子波,波阵面前方空间某一点的振动可以由新波源面上所有面元发出的子波在该点叠加后的总振幅表示。这两种理论统称为惠更斯-菲涅耳原理,波场的数学表达式由基尔霍夫公式表示。

按照惠更斯-菲涅耳原理,当平面波遇到波阻抗界面时,在波阻抗界面处也会产生子波,本文称之为界面子波。关于本文界面子波的概念,可以理解为在入射波作用下波阻抗界面产生的散射波。平面波垂直入射水平层状介质条件下产生的界面子波称之为—维界面子波,作为新的子波源它具有如下性质:

(1) 由于波阻抗界面对入射波的反射作用,一维界面子波分别发出沿 x 轴正方向传播的正行波和沿 x 轴负方向传播的负行波(图 1)。通常情况下这两种波的大小并不相同。就波动性质而言,界面子波类似于散射波源。

(2) 作为波源,一维界面子波产生的二次波有两个传播方向,分别与入射波相同和相反,波阵面则与入射波的波阵面平行。

(3) 对于中间层,如图 1 中的界面 1~界面 $n-1$,其界面子波完全由相邻上、下界面子波决定,与其他界面子波无关。例如,界面 1 产生的子波仅仅与界面 0 和界面 2 有关,而与其他界面无关。

(4) 对于边界层,如图 1 中界面 0 或界面 n ,其界面子波完全由下层或上层相邻的界面子波决定,而与其他界面无关。

(5) 对于有上、下两个波阻抗界面均匀层,如图 1 中第 i 层介质($i=1,2,\dots,n$),其波场值完全由上、下界面子波确定,而与其他界面子波无直接关系。例如,由界面 1 或界面 2 构成的均匀层其波场完全由界面 1 或界面 2 产生的子波确定,与其他界面子波无关。

(6) 对于仅有一个波阻抗界面均匀层,如图 1 中第 $n+1$ 层介质,其波场值完全由相邻的上层或下层界面子波确定,而与其他界面子波无直接关系。从上述一维界面子波的性质可知,除波阻抗界面外,其他各处波场值仅仅与界面子波有关。如果得到全部界面子波,则可以根据叠加原理确定任何一点的波场值。因此对整个波场的计算就转化成了对界面子波的计算。

1.4 一维界面子波的计算

多层介质中的平面波是一个复杂的反射与透射系统,由于每层波阻抗界面对平面波的反射作用形成多个周期往复振动相互作用的复杂波场。对于水平层状非均匀介质,如果层间不存在其他形式震源,可以将每个界面视作一维界面子波源,层状介质波场正是这些界面子波叠加结果。

如图 1 所示,界面 i 的相邻界面分别是界面 $i-1$ 和界面 $i+1$ 。为了便于表述,本文将界面 i 子波记为界面子波 u_i 。根据一维界面子波的性质,界面子波 u_i 由正行波和负行波两部分子波组成,其中界面子波 u_i 正行波部分记作 u_i^+ ,负行波部分记作 u_i^- ,分别表示从界面 i 处发出的沿 x 轴正方向传播的正行子波和沿 x 轴负方向传播的负行子波。以此类推。

(1) 正行子波 u_i^+ 的计算

根据波传播原理,产生正行子波 u_i^+ 的有两种情况。第一种情况是第 i 层的入射波通过界面 i 时产生的透射波 u_{Ti}^+ ,此类情况类似于图 2(a)所示的透射波情形;另一种情况是第 $i+1$ 层的入射波遇到界面 i 时产生的反射波 u_{Ri}^+ ,此类情况类似于图 2(b)所示的反射波情形。正行子波 u_i^+ 则是这两种情况下界面子波的叠加,即

$$u_i^+ = u_{Ti}^+ + u_{Ri}^+ \quad (5)$$

根据波阻抗界面处波场能量分配关系,得

$$u_{Ti}^+ = (1 + R_{i,i+1})u_{i-1}^+ \quad (6)$$

$$u_{Ri}^+ = R_{i+1,i}u_{i+1}^- \quad (7)$$

将式(6)和(7)代入式(5),可得

$$u_i^+ = (1 + R_{i,i+1})u_{i-1}^+ + R_{i+1,i}u_{i+1}^- \quad (8)$$

为了表述方便,令 $R_i = R_{i,i+1}$,则式(8)表示为如下形式:

$$u_i^+ = (1 + R_i)u_{i-1}^+ - R_i u_{i+1}^- \quad (9)$$

式(9)仅仅反映了一维界面子波之间的大小关系,还需要考虑到旅行时间之间的关系。事实上,界面 i 的上、下相邻界面子波到达界面 i 处存在一个延时,延时长短决定于上、下层厚度及其层速度。根据波的运动学特性,得

$$t_i = h_i / v_i \quad (10)$$

$$t_{i+1} = h_{i+1} / v_{i+1}$$

其中, h_i 和 h_{i+1} 分别为层厚; v_i 和 v_{i+1} 分别为层速度(见图 1)。考虑延迟问题,则式(9)的完整表达式为

$$u_i^+(t) = (1 + R_i)u_{i-1}^+(t - t_i) - R_i u_{i+1}^-(t - t_{i+1}) \quad (11)$$

式(11)表明,正行子波 u_i^+ 由界面 $i-1$ 的正行子波 u_{i-1}^+ 和界面 $i+1$ 的负行子波 u_{i+1}^- 所决定。在时间上,正行子波 u_i^+ 在 t 时刻的值等于 $t-t_i$ 时刻正行子波 u_{i-1}^+ 与 $t-t_{i+1}$ 时刻负行子波 u_{i+1}^- 波场值之和。换言之,正行子波 u_i^+ 在 t 时刻的值等于前 t_i 时间正行子波 u_{i-1}^+ 与前 t_{i+1} 时间负行子波 u_{i+1}^- 的叠加。

(2) 负行子波的计算

负行子波的计算方法 u_i^- 与上述正行子波相似,其值得大小也决定于上、下相邻层的界面子波,对比式(11),并考虑旅行时之间的关系,可得

$$u_i^-(t) = R_i u_{i-1}^-(t - t_i) + (1 - R_i)u_{i+1}^-(t - t_{i+1}) \quad (12)$$

式(12)表明,界面 i 负行子波 u_i^- 在 t 时刻的值等于前 t_i 时间负行子波 u_{i-1}^- 与前 t_{i+1} 时间正行子波 u_{i+1}^+ 的叠加。

综合式(11)和(12),可得到计算无限半空间多层介质模型波场的时延方程式:

$$\begin{cases} u_0^+(t) = -u_1^-(t-t_1) \\ u_1^+(t) = (1+R_1)u_0^+(t-t_1) - R_1u_2^-(t-t_2) \\ u_1^-(t) = R_1u_0^+(t-t_1) + (1-R_1)u_2^-(t-t_2) \\ u_2^+(t) = (1+R_2)u_1^+(t-t_2) - R_2u_3^-(t-t_3) \\ u_2^-(t) = R_2u_1^+(t-t_2) + (1-R_2)u_3^-(t-t_3) \\ \dots\dots\dots \\ u_i^+(t) = (1+R_i)u_{i-1}^+(t-t_i) - R_iu_{i+1}^-(t-t_{i+1}) \\ u_i^-(t) = R_iu_{i-1}^+(t-t_i) + (1-R_i)u_{i+1}^-(t-t_{i+1}) \\ \dots\dots\dots \\ u_n^-(t) = R_nu_{n-1}^+(t-t_n) \end{cases} \quad (13)$$

式(13)是一个 $2n$ 元线性方程组,有 $2n$ 个独立方程。增加合适的初值条件,例如震源条件,即可得到方程组的解。特别说明的是,界面 0 为自由面,传播至自由面只有从界面 1 发出的负行子波,没有正行子波,而且自由面的反射系数等于 1。相反,界面 n 为最下面的地层界面,传播至下底面只有正行子波,却没有负行波。

特别地,当 $n=1$ 时,式(13)退化为如下形式:

$$\begin{cases} u_0^+(t) = -u_1^-(t-t_1) \\ u_1^-(t) = R_1u_0^+(t-t_1) \end{cases} \quad (14)$$

进一步化简,可得

$$u_0^+(t) = -R_1u_0^+(t-2t_1) \quad (15)$$

式(15)是一个关于自由面正行子波 u_0^+ 的迭代公式,由于反射系数小于 1, u_0^+ 随着时间不断减小,反映了单层界面中的多次反射波幅值呈单调衰减的变化特点。

当 $n=2$ 时,式(13)退化为如下形式:

$$\begin{cases} u_0^+(t) = -u_1^-(t-t_1) \\ u_1^+(t) = (1+R_1)u_0^+(t-t_1) - R_1u_2^-(t-t_2) \\ u_1^-(t) = R_1u_0^+(t-t_1) + (1-R_1)u_2^-(t-t_2) \\ u_2^-(t) = R_2u_1^+(t-t_2) \end{cases} \quad (16)$$

进一步化简,可得

$$\begin{cases} u_1^+(t) = -(1+R_1)u_1^-(t-2t_1) - R_1R_2u_1^+(t-2t_2) \\ u_1^-(t) = -R_1u_1^-(t-2t_1) + (1-R_1)R_2u_1^+(t-2t_2) \end{cases} \quad (17)$$

2 一维波场的计算

2.1 层间波场的计算

根据平面波叠加原理,层内任一点处的波场值

$u(x,t)$ 由其上、下层面产生的界面子波所决定,数学表达式为

$$u(x,t) = u_{i-1}^+(t-t_i) + u_{i+1}^-(t-t_{i+1}) \quad (18)$$

2.2 界面波场的计算

根据波场叠加原理,波阻抗界面的波场值等于上层界面正行子波和下层界面负行子波在阻抗界面处产生的透射波之和,其表达式为

$$u_i(t) = (1+R_i)u_{i-1}^+(t-t_i) + (1-R_i)u_{i+1}^-(t-t_{i+1}) \quad (19)$$

2.3 震源处理

虽然时延方程组(13)反映了界面子波之间相互作用,但是没有体现震源与界面波之间的相互作用,因此需要波传播原理建立震源与界面波之间的关系。

图 1 中,震源位于第 $n+1$ 层,假定震源波到达界面 n 的旅行时间为 t_s ,则界面子波 $u_n^-(t)$ 与震源波 $f_s(t)$ 存在如下关系:

$$u_n^-(t) = (1+R_n)f_s(t-t_s) \quad (21)$$

如果震源波 $f_s(t)$ 为单位脉冲波

$$\delta(t) = \begin{cases} 1 & t=0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases} \quad (22)$$

则式(21)变成如下形式:

$$u_n^-(t) = (1+R_n)\delta(t-t_s) \quad (23)$$

由于任何震源函数产生的波场都可以看成单位脉冲的波场 $u_\delta(t)$ 响应与震源函数 $f_s(t)$ 的卷积,据此可得到任何震源函数产生的波场:

$$u(t) = u_\delta(t) * f_s(t) \quad (24)$$

在波场计算中,可以先计算单位脉冲场 $u_\delta(t)$,然后再据式(23)进行卷积运算,得到任何震源作用下形成的波场。

2.4 一维波场的计算步骤

基于界面子波叠加法的层状介质一维平面波场的计算可分以下几个步骤:

(1) 建立介质模型,确定计算参数,这些参数包括各层介质参数(密度、速度与厚度),持时长度与时间步长,震源函数及位置等。

(2) 据式(13)和(23)计算脉冲波作用下的界面子波。

(3) 据式(18)~(20)计算得到任意 x 点处的脉冲波 $u_g(t)$ 。

(4) 据式(24)进行卷积运算,得到任意震源作用下 x 点处的波场值 $u(x,t)$ 。

特别地,对于自由面,由于只有反射波,没有透射波,位移反射系数等于 1,表明自由面的人射波位

移与反射波位移相等,则出平面自由位移场 u_0 为界面子波位移 u_0^+ 的 2 倍,即

$$u_0(t)=2u_0^+(t)$$

(20)

3 模型算例

3.1 二层模型

为了验证上述算法的正确性,采用文献[2]的模型算例进行验证。该模型描述的是 SH 波沿垂直方向入射单个水平覆盖层引起地面的振动问题(见图 3)。模型中,覆盖层厚度为 10 m,密度为 1 500 kg/m³,剪切波速 500 m/s;下伏层为无限半空间,其密度为 2 000 kg/m³,剪切波速为 1 000 m/s。震源位于地表下 20 m 处,震源波采用钟形波,持时为 0.4 s(见图 4)。图 5 是此模型在单位脉冲波震源作用下引起地面振动的位移时程曲线,图 6 是钟形波震源位移时程曲线。

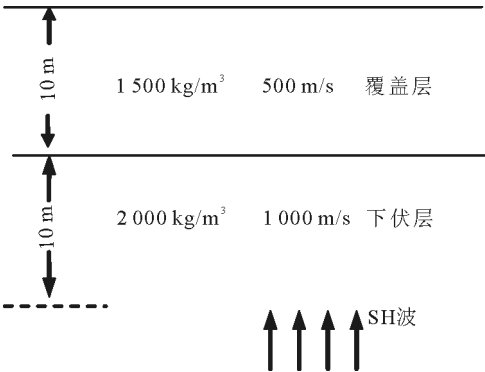


图 3 二层介质模型

Fig.3 Model of dual layer media

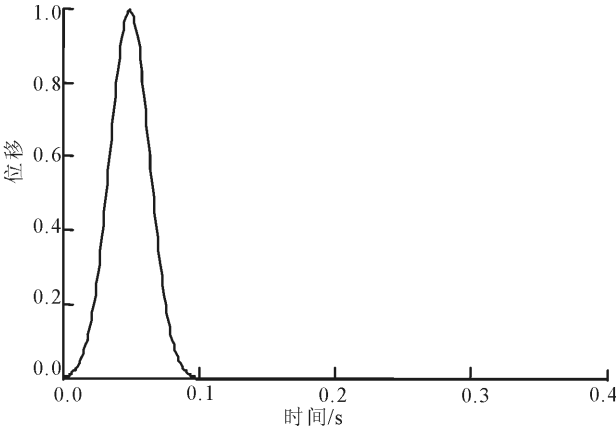


图 4 震源波时程

Fig.4 Time history of the source wave

为了便于分析,将图 5 脉冲波的幅值、走时及其理论算法进行了整理,见表 1 所示。表中, t_0 为初至波到达时间,它等于脉冲波从震源到地面的旅行

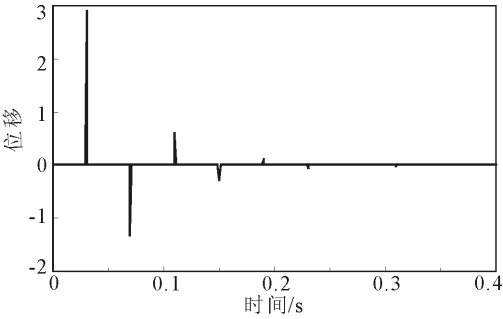


图 5 二层介质模型的脉冲波响应

Fig.5 Pulse wave response for model of dual layer media

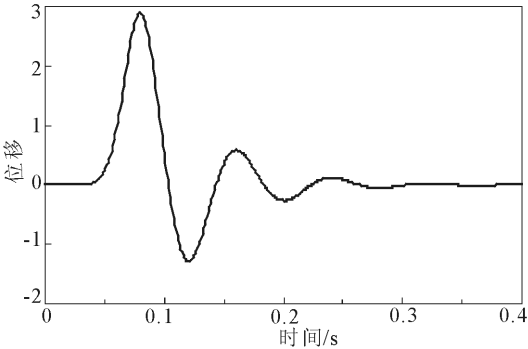


图 6 二层模型的地震波

Fig.6 Seismic wave for model of dual layer media

时间; t_1 为波在覆盖层中的双程旅行时间; A_0 为初至脉冲波; R_1 为覆盖层与下伏层的反射系数。其中, $t_0=0.03$ s, $t_1=0.02$ s, $R_1=-0.454$ 5, $A_0=2.909$ 1。

表 1 二层介质模型的脉冲响应数据

Table1 Pulse wave data for model of dual layer media				
序号	旅行时间		脉冲响应	
	到达时间/s	理论算式	脉冲波幅	理论算式
1	0.03	t_0	2.909 1	A_0
2	0.07	t_0+2t_1	-1.322 3	R_1A_0
3	0.11	t_0+4t_1	0.601 1	$R_1^2A_0$
4	0.15	t_0+6t_1	-0.273 2	$R_1^3A_0$
5	0.19	t_0+8t_1	0.124 2	$R_1^4A_0$
6	0.23	t_0+10t_1	-0.056 4	$R_1^5A_0$
7	0.27	t_0+12t_1	0.025 7	$R_1^6A_0$
8	0.31	t_0+14t_1	-0.001 7	$R_1^7A_0$
9	0.35	t_0+16t_1	0.005 3	$R_1^8A_0$
10	0.39	t_0+18t_1	-0.002 4	$R_1^9A_0$

由图 5 和表 1 可见,脉冲波正负值呈等时相间出现,间隔时间为 $t_1=0.04$ s;脉冲波的大小(绝对值)随时间单调衰减,相邻两值之比等于反射系数。这一特点与波在层内往返运动的规律一致。将图 5 脉冲波与钟形波进行卷积运算得到图 6 计算结果,这一结果与文献[2]中图 7(a)完全一致。

3.2 三层模型

二层模型是层状非均匀介质中最为简单的一种情况,它只能反映单层中多次波的传播,不能反映层与层之间多次波相互作用。为了反映波在多层非均匀介质中传播特性,在上述二层模型的覆盖层与下伏层之间增加一层低速层,从而构成了三层模型(见图 7)。图 8 与图 9 分别是单位脉冲波震源、钟形波震源作用下的地面位移时程曲线。

表 2 是在单位脉冲波震源作用下引起地面振动的前 10 个位移值,表中符号的含义与表 1 相似。由于篇幅所限,在此不予一一介绍。其中, $t_1=0.02\text{ s}$, $R_1=0.265\ 8$; $t_2=0.014\text{ s}$, $R_2=-0.642\ 7$; $t_0=0.044\text{ s}$, $A_0=2.412\ 1$ 。

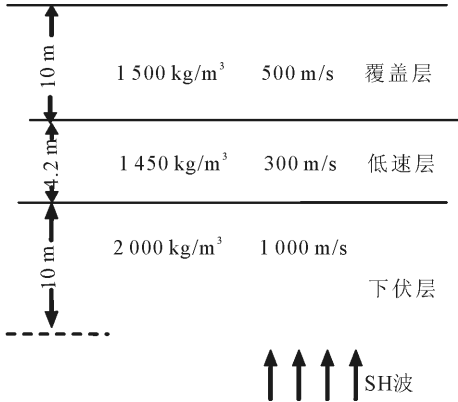


图 7 三层介质模型
Fig.7 Model of triple layer media

表 2 三层介质模型的脉冲响应数据

Table 2 Pulse wave data for model of triple layer media

序号	旅行时间/s		脉冲响应	
	到达时间	理论算式	脉冲波	理论算式
1	0.044	t_0	2.412 1	A_0
2	0.072	t_0+2t_2	0.412 1	$-R_1R_2A_0$
3	0.084	t_0+2t_1	0.641 2	R_1A_0
4	0.100	t_0+4t_2	0.070 4	$R_1^2R_2^2A_0$
5	0.112	$t_0+2t_1+2t_2$	-1.331 2	$-(1-2R_1^2)R_2A_0$
6	0.124	t_0+4t_1	0.170 4	$R_1^2A_0$
7	0.128	t_0+6t_2	0.012 0	$R_1^3R_2^2A_0$
8	0.140	$t_0+2t_1+4t_2$	-0.476 3	$-(2-3R_1^2)R_1R_2^2A_0$
9	0.152	$t_0+4t_1+2t_2$	-0.736 8	$(2-3R_1^2)R_1R_2^3A_0$
10	0.156	t_0+8t_2	0.002 1	$R_1^4R_2^2A_0$

由图 8 可见,虽然脉冲波的大小(绝对值)总体上呈衰减趋势,但是不再具有单调性,在时序上不具有等比数列的特点,而且理论算法更为复杂(见表 2),反映了层间多次波相互干扰的特点。

由表 2 可知,脉冲波走时 t 与波在层内的旅行时间 t_1 与 t_2 有关,是 t_1 与 t_2 的线性组合:

$$t=2mt_1+2nt_2 \tag{21}$$

其中 m,n 为非负整数,

$$m=0,1,2,3,\cdots$$
$$n=0,1,2,3,\cdots \tag{22}$$

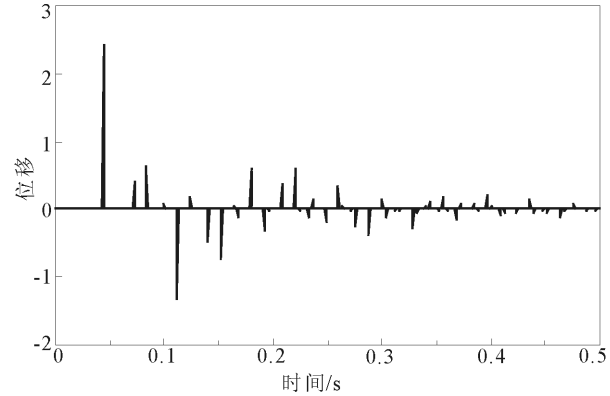


图 8 三层介质的脉冲波响应
Fig.8 Pulse wave response for model of triple layer media

图 9 位移曲线比图 6 更为复杂,光滑性差,畸变明显,表明三层介质中的波场比二层含有更多的高频成份。另外,由于低速层的减震作用,三层模型的最大位移较二层模型小 17%。

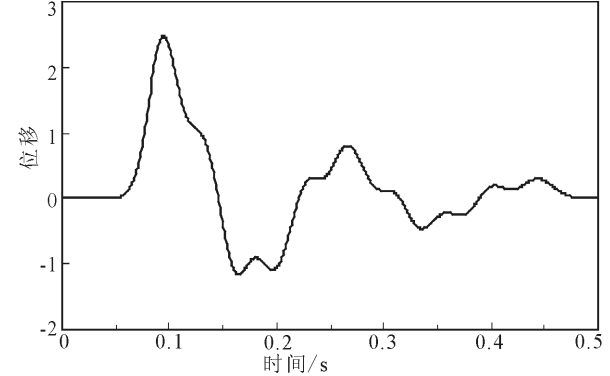


图 9 三层模型的地震波
Fig.9 Seismic wave response for model of triple layer media

4 结论

本文基于惠更斯波动观点,将地震波作用下的各个波阻抗界面视为新的子波源,依据波阻抗界面处的反射、透射关系,将水平层状非均匀弹性介质界面子波计算归结为一组时延方程组求解。确定界面子波后,通过对自由面节点进行适当处理得到成层半空间出平面自由场。由于时延方程是显示迭代式,从而避免了对大型方程组的计算。该方法具有计算方法简单、计算速度快、求解精度高、算法稳定性好等优点。

此外,这一方法还可以推广到二维平面波的情形,关于此问题作者将另行拟文,限于篇幅在此不予赘述。

参考文献(References)

- [1] 盛志强,卢育霞,石玉成,等.河谷地形的地震反应分析[J].地震工程学报,2013,35(1):126-32.
SHENG Zhi-qiang, LU Yu-xia, SHI Yu-cheng, et al. Seismic Response Analysis of Valley Topography[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2013, 35(1): 126-132. (in Chinese)
- [2] 刘晶波,王艳.成层半空间出平面自由波场的一维化时域算法[J].力学学报,2006,38(2):219-225.
LIU Jing-bo, WANG Yan. A 1-D Time-domain Method for 2-D Wave Motion in Elastic Layered Half-space by Antiplane Wave Oblique Incidence[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2006, 38(2): 219-225. (in Chinese)
- [3] 姚振兴,郑天愉.计算综合地震图的广义反射、透射系数矩阵和离散波数方法(二)——对不同深度点源的算法[J].地球物理学报,1984,27(4):338-348.
YAO Zhen-xing, ZHENG Tian-yu. A Generalized Reflection-transmission Coefficient Matrix and Discrete Wavenumber Method for Synthetic Seismograms (II) —— For Multiple Sources at Different Depths[J]. Acta Geophysics of Sinica, 1984, 27(4): 338-348. (in Chinese)
- [4] 李旭,陈运泰.合成地震图的广义反射透射系数矩阵方法[J].地展地磁观测与研究,1996,17(3):1-20.
LI Xu, CHEN yun-tai. The Generalized Reflection-transmission Coefficient Matrix Method for Synthetic Seismograms[J]. Seismological and Geomagnetic Observation and Research, 1996, 17(3): 1-20. (in Chinese)
- [5] 廖振鹏,刘恒,谢志南.波动数值模拟的一种显式方法——一维波动[J].力学学报,2009,41(3):350-360.
LIAO Zhen-peng, LIU Heng, XIE Zhi-nan. An Explicit Method for Numerical Simulation of Wave Motion——1-D Wave Motion[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2009, 41(3): 350-360. (in Chinese)
- [6] 赵密,杜修力,刘晶波,等.P-SV波斜入射时成层半空间自由场的时域算法[J].地震工程学报,2013,35(1):84-90.
ZHAO Mi, DU XIU-li, LIU Jing-bo, et al. Time-domain Method for Free Field in Layered Half Space under P-SV Waves of Oblique Incidence[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2013, 35(1): 84-90. (in Chinese)
- [7] 范留明.非均匀层状介质一维波动方程波精确解的有限差分算法[J].岩土力学,2013,34(9):2715-2720.
Fan Liu-ming. A new Kind of Finite Difference Scheme to Obtain Exact Solutions of One-dimensional Wave Equation in Heterogeneous Layer Media[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(9): 2715-2720. (in Chinese)
- [8] 袁修贵,李远禄.基于小波的一维线性波动方程的数值解法[J].数学理论与应用,2003,23(1):11-14.
YUAN Xiu-gui, LI Yuan-lu. Wavelet-based Numerical Solution of 1-D Linear Wave Equation[J]. Mathematical Theory and Applications, 2003, 23(1): 11-14. (in Chinese)
- [9] 张钦礼,牛莉.一维波动方程的小波解法[J].华北航天工业学院学报,2001,11(1):45-48.
ZHANG Qin-li, NIU Li. Wavelet Solution of One-dimensional Wave Equation[J]. Journal of North China Institute of Astronautic Engineering, 2001, 11(1): 45-48. (in Chinese)