

## 考虑锈蚀的钢结构地震易损性分析<sup>①</sup>

郑山锁, 田 进, 韩言召, 徐 强, 孙乐斌

(西安建筑科技大学土木工程学院, 陕西 西安 710055)

**摘要:** 钢材锈蚀会引起结构的抗震性能与刚度的退化。通过已有钢材锈蚀规律并考虑结构的随机性, 将 IDA、Pushover 与蒙特卡洛抽样结合得到结构概率地震需求及概率抗震能力的统计参数并代入本文提出的地震易损性模型, 得到结构在不同极限状态的易损性曲面。以 15 层 3 跨钢框架为例, 利用建立的方法研究了结构易损性随服役年限的变化规律。研究成果可为结构的全寿命设计、既有结构的运营以及地震风险评估等提供理论依据。

**关键词:** 钢材锈蚀; 地震易损性分析; 结构随机性; IDA 分析

**中图分类号:** TU391; TU311.2

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1000-0844(2014)01-0001-06

DOI:10.3969/j.issn.1000-0844.2014.01.0001

## Seismic Fragility Analysis of Steel Structure Considering Steel Corrosion

ZHENG Shan-suo, TIAN Jin, HAN Yan-zhao, XU Qiang, SUN Le-bin

(School of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an, Shanxi 710055, China)

**Abstract:** Steel frames not only have the advantages of being light weight, and high strength but also are corrosion resistant and fireproof, so steel is widely used for industrial construction. Unfortunately, research on corrosion mechanisms and measures of corrosion protection were mainly aimed at the timber level and based on experiments. Due to differences in test conditions, test methods and other factors, conclusions from these experiments were highly variable and empirical formulas were difficult to utilize. In addition, research aimed at component-level corrosion was also not yet clear, so uniform corrosion is often assumed for convenience. For example, some simply reported weakened cross-section members and considered material deterioration to analyze structural performance. In this paper, we consider the seismic performance of overall structure in different service times. Material deterioration and non-uniform corrosion were accounted for in column and beam cross-sections. Steel corrosion caused the deterioration of seismic performance and stiffness for structures. When steel frame structures survive earthquakes, it does not guarantee that the structures will survive one that reaches the design capacity at a later service time. Therefore, when evaluating the seismic performance of steel frame structures in different service times, we must account for the increased seismic risks caused by steel corrosion over time. Changes in seismic performance of structures over different service times were examined in this paper. The deterioration of elastic modulus and steel yield strength were evaluated using existing empirical formulas. At the same time, the thickness variation of the column and beam cross-sections in steel

① 收稿日期: 2013-11-14

**基金项目:** 国家科技支撑计划(2013BAJ08B03); 国家自然科学基金(50978218, 51108376); 高等学校博士学科点专项科研基金(20106120110003); 陕西省科研项目(2012K12-03-01, 2011KTCQ03-05)

**作者简介:** 郑山锁(1960-), 男, 陕西人, 博士生导师, 教授, 博士, 从事结构工程抗震研究。

**通讯作者:** 田 进(1987-), 男, 山东人, 硕士生, 从事结构工程抗震研究。

frame structures was accounted for by using findings from related research. Different methods including IDA, pushover, and Monte Carlo were combined together to estimate values for different limit states in a probabilistic seismic capacity model. In this paper, the maximum drift angle was taken as the damage index. The statistical parameters of the probabilistic seismic capacity model were estimated through pushover analysis, while the relationship of probabilistic seismic demand was obtained by IDA analysis for random structure samples and different service times. Seismic fragility surfaces of steel-frame structures were obtained in different limit state and different service time (0 year, 15 years, 30 years, 45 years, and 60 years). Finally, a case study of a 15-floor steel-frame structure was adopted to illustrate the change in structure fragility that may occur as a result of corrosion. Seismo-structure software and finite-element models were used to test different service times of the structure. Pushover and IDA analysis were then used to calculate values of different limit states in a probabilistic seismic capacity model and the relationships of probabilistic seismic demand models, respectively, over different service times. These achievements would provide theoretical support for the life-cycle design of steel frame structures, operation and management, and especially seismic hazard assessment of existing steel frame structures.

**Key words:** steel corrosion; seismic fragility analysis; structural randomness; IDA analysis

## 0 概述

钢结构具有轻质高强和建造工业化的优点,但同时也存在着在耐腐蚀等方面的不足。钢结构在环境中服役时会因钢材的劣变引起结构的承载能力与刚度发生退化,当遭遇地震时结构现阶段具有的能力不能保证其在寿命期内完成其预定抗震功能。因此,在对不同服役时间的结构进行地震易损性评估时有必要考虑钢材锈蚀对结构整体抗震性能的影响。

目前对钢结构锈蚀的研究大多集中在材性层面,主要是以试验研究为主,但因试验条件、试验方法、试验性质等因素不同导致不同学者得出的结论差异性较大,所得出的数据及统计得出的关系式难以得到充分利用。到目前为止,尚未有比较成熟的关系式以供应用。而对构件层次的研究尚未清楚,现有文献大都只考虑均匀腐蚀。如文献[1]仅对构件截面进行简单折减,从而进行结构性能分析。涉及整体结构在寿命期内考虑材料劣变的抗震性能的鲜有研究。在桥梁结构方面,Betro<sup>[2]</sup>等对既有混凝土桥梁在结构劣化的情况下的抗震性能进行了评估,然而多数研究并未给出材料劣变对桥梁地震易损性的影响的时间效应与计算方法。本文在以上研究的基础上考虑钢材随服役时间的劣变过程对钢结构地震易损性的影响进行研究,并以一15层3跨钢框架结构为例进行分析。

## 1 钢材劣变对结构的影响

### 1.1 锈蚀对钢材力学性能的影响

已有研究表明钢结构在服役过程中由于受环境等因素的作用,钢材的力学性能会随服役时间的增加发生退化。因此对不同服役时间的钢结构进行地震易损性分析时需要考虑钢材力学性能劣化的影响。

史炜洲、章乐为等人<sup>[3]</sup>采用室内盐雾加速锈蚀试验模拟近海大气锈蚀环境,通过对28个不同厚度不同锈蚀程度材性试件的屈服强度进行统计分析。此外,钢材锈蚀后,屈服点和屈服平台不明显,钢材弹性模量参考 H. S. Lee 等人<sup>[4]</sup>提出的锈蚀钢筋弹性模量取值,得出钢材失重率与各性能指标的关系:

$$\begin{cases} f_y'/f_y = 1 - 0.985 D_w \\ E_s'/E_s = 1 - 0.75 D_w \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $f_y'$ 、 $f_y$  分别表示钢材锈蚀后和锈蚀前的屈服应力;  $E_s'$ 、 $E_s$  分别表示钢材锈蚀后和锈蚀前的弹性模量;  $D_w$  表示失重率,定义为

$$D_w = (W_0 - W_1)/W_0 \quad (2)$$

式中  $W_0$ 、 $W_1$  分别为锈蚀前与锈蚀后试片的质量。假定钢材为均匀锈蚀,取钢材的锈蚀速率  $K$  为常数,用年锈蚀深度表示,则式(2)可改写为

$$D_w = l_0 K t / A_0 \quad (3)$$

式中:  $l_0$ 、 $A_0$  分别为锈蚀前构件的截面周长与截面积,均为常数;  $t$  为锈蚀时间,单位为年。

综上,建立考虑锈蚀的钢材本构关系,作为有限元分析时材料本构关系的输入:

$$\begin{cases} f_y/f_y = 1 - 0.9852l_0Kt/A_0 \\ E_s/E_s = 1 - 0.75l_0Kt/A_0 \end{cases} \quad (4)$$

## 1.2 锈蚀对构件截面的影响

钢结构在环境中服役时,除了钢材力学性能会随服役时间的增加发生退化外,还会因锈蚀剥落引起截面面积减小。本文依据梁彩凤<sup>[5]</sup>等通过在国内 7 个点 17 种钢的 4 年、8 年、16 年暴露试验,得出的钢的大气腐蚀的发展规律:

$$D = At^n \quad (5)$$

表 1 中列出了我国北京、青岛、武汉、江津、广州、琼海、万宁 7 个典型环境下相应的  $A, n$  值。

根据表 1 中的数值,以北京、琼海为例,假定钢材均匀锈蚀,可由式(5)计算得到本文钢框架采用的

梁、柱截面在不同服役时间的截面面积损失率。

表 1 典型环境下相应的  $A, n$  值

Table 1 Value of  $A, n$  under typical circumstances

| 因子  | 大气腐蚀/mm |       |       |       |       |
|-----|---------|-------|-------|-------|-------|
|     | 北京      | 青岛    | 武汉    | 广州    | 琼海    |
| $A$ | 0.03    | 0.057 | 0.049 | 0.056 | 0.022 |
| $n$ | 0.42    | 0.61  | 0.24  | 0.41  | 1.05  |

由图 1 可知,位于两个不同区域的梁、柱截面的截面面积损失率随着结构服役时间的增加而增加。由于两个不同区域环境的差别,在算例中服役 10 年的位于琼海的结构的截面面积损失率最大可达 7%,而服役 60 年则将近 20%。

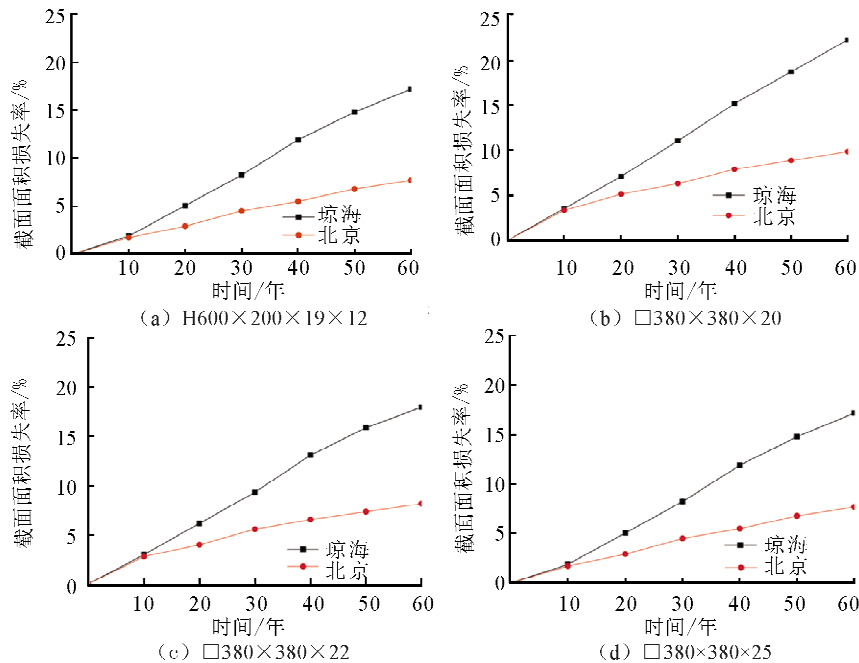


图 1 本文实例中的梁柱截面面积损失率

Fig. 1 The loss rate of the beam and column cross-section used in the case

## 2 结构随机样本的形成

文献[6]指出当没有考虑结构随机性时,地震易损性曲线是带有折线性质的,而复合随机地震易损性曲线则比较平滑,离散性较小。因此,本文将考虑结构的随机性且将锈蚀对钢材力学性能及梁、柱截面的影响计入到易损性的分析中来。

根据蒙特卡洛(Monte Carlo)随机抽样,若随机变量服从正态分布,则由式(6)产生随机样本:

$$x = \mu + \sigma \left( \sum_{i=1}^{12} R_i - 6 \right) \quad (6)$$

式中: $x$  为服从正态分布的随机变量; $\mu$ 、 $\sigma$  为随机变

量的均值和标准差; $R_i$  为  $[0, 1]$  的伪随机数。对数正态分布的随机变量可通过与正态分布变量的对应关系产生,由式(7)得到服从对数正态分布的样本  $y$ :

$$y = \exp(x) \quad (7)$$

不同服役时间的结构随机样本可由式(4)、表 2 及式(6)、(7)表示成

$$x = \mu(t) \left[ 1 + \delta \cdot \left( \sum_{i=1}^{12} R_i - 6 \right) \right] \quad (8)$$

式中: $\mu(t)$  为服役时间  $t$  时的随机变量均值; $\delta$  为随机变量的变异系数。

利用 Matlab 程序中的随机数生成器,生成结构

随机样本。

表 2 算例结构参数的统计特征

Table 2 Statistical characteristics of the structural parameters

| 随机变量       | 平均值                | 变异系数 | 分布类型   |
|------------|--------------------|------|--------|
| 钢材屈服强度/MPa | 284.8              | 0.07 | 对数正态分布 |
| 钢材弹性模量/MPa | $2.02 \times 10^5$ | 0.04 | 正态分布   |
| 柱截面尺寸/m    | A                  | 0.02 | 正态分布   |
|            | B                  |      |        |
|            | C                  |      |        |
|            | D                  |      |        |
| 梁截面尺寸/m    | a                  | 0.02 |        |
|            | b                  |      |        |
|            | c                  |      |        |
|            | d                  |      |        |

注:A、B、C、D 及 a、b、c、d 根据具体梁、柱截面的取值而定。

### 3 考虑钢材锈蚀的地震易损性模型

文献[7]指出地震需求  $D$  的中位值  $m_D$  和地震动  $IM$  之间一般服从幂指数回归关系,且结构的地震需求  $D$  与地震能力  $C$  均服从对数正态分布:

$$m_D = a(IM)^b \quad (9)$$

在考虑结构服役时间对地震易损性的影响时,式(9)的拟合参数  $a$ 、 $b$  及概率地震需求分析的对数标准差  $\beta_D$  将变为时间  $t$  的函数。因此,式(9)可写为

$$m_D(t) = a(t)(IM)^{b(t)} \quad (10)$$

式中: $a(t)$ 、 $b(t)$  是考虑服役时间因素的地震需求  $m_D$  的拟合参数。

美国北岭地震和日本阪神地震震害显示,梁柱焊接钢结构在地震作用下易发生脆性破坏,而我国既有钢结构大多采用梁柱焊接的节点形式且钢材锈蚀增大结构发生脆性破坏的概率。因此,为简化计算方法和减小计算量,采用 Cornell 研究建议[8],对易发生脆性破坏的钢结构取  $b=1$ ,式(10)可改写为

$$m_D(t) = a(t)(IM) \quad (11)$$

地震易损性从概率的角度定量地描述结构在不同强度地震作用下发生各种不同破坏状态的概率[9],则结构特定阶段的失效概率  $P_f$  可由式(12)确定:

$$P_f(PGA) = P[D \geq C] = \varphi \left[ \frac{\ln \bar{D} - \ln \bar{C}}{\sqrt{\beta_C^2 + \beta_D^2}} \right] \quad (12)$$

式中: $\bar{D}$  和  $\bar{C}$  分别为结构反应和结构承载力均值,  $\beta_C$  和  $\beta_D$  分别为结构承载力和结构反应的对数标准差。

为得到结构在设计使用期限内任意服役时间  $t$

对应的 4 种不同破坏状态的易损性曲线,有必要建立结构连续失效概率函数。本文对地震需求拟合参数  $a(t)$  建立与时间  $t$ (0 年、15 年、30 年、45 年、60 年)的对应关系并进行拟合得到随时间的变化规律,将式(11)代入式(12),则得到考虑钢材锈蚀的钢结构特定阶段的失效概率:

$$P_f(PGA) = P[D \geq C] = \varphi \left[ \frac{\ln(PGA) + \ln a(t) - \ln C}{\sqrt{\beta_C^2 + \beta_D^2}} \right] \quad (13)$$

式(13)以时间  $t$ 、地震动强度  $PGA$  为自变量,结构失效概率  $P_f$  为因变量的函数。因此,式(13)是以易损性曲面的形式表达结构在不同时间不同地震动强度下不同破坏状态的概率,为简化计算假定结构的能力与需求标准差  $\beta_C$  与  $\beta_D$  与时间无关。

### 4 算例分析

#### 4.1 地震波选取

依据文献[9-10]的选波原则在美国太平洋地震研究中心(PEER)的强震数据库[11]中选取 20 条地震动记录作为输入,所选地震波见表 3:

表 3 选用的地震波

Table 3 Ground motion records used in the study

| 序号 | 地震波名称                 | 测点位置                               | PGA/g |
|----|-----------------------|------------------------------------|-------|
| 1  | Duzce, Turkey         | Bolu                               | 0.73  |
| 2  | Northridge            | 90013 Beverly Hills — 14145 Mulhol | 0.42  |
| 3  | Cape Mendocino        | 89324 Rio Dell Overpass — FF       | 0.55  |
| 4  | Chi-Chi, Taiwan       | CHY101                             | 0.35  |
| 5  | Northridge            | 90054 LA — Centinela Station       | 0.32  |
| 6  | Loma Prieta           | 1002 APEEL 2 Redwood C             | 0.22  |
| 7  | Loma Prieta           | 1601 Palo Alto — SLAC Lab          | 0.28  |
| 8  | Northridge            | 14368 Downey Co Maint Bldg         | 0.16  |
| 9  | Imperial Valley       | 6610 Victoria                      | 0.17  |
| 10 | Chi-Chi, Taiwan       | CHY015                             | 0.15  |
| 11 | Morgan Hill           | Gilroy Array #2                    | 0.21  |
| 12 | Morgan Hill           | Gilroy Array #3                    | 0.19  |
| 13 | Livermore             | 57187 San Ramon Eastman Kodak      | 0.15  |
| 14 | Point                 | 272 Port Hueneme                   | 0.11  |
| 15 | Whittier Narrows Mugu | Carson — Water St                  | 0.10  |
| 16 | Coalinga              | 36226 Parkfield Cholame 8W         | 0.10  |
| 17 | Whittier Narrows      | 14395 LB — Harbor Admin FF         | 0.07  |
| 18 | N. Palm Springs       | 5067 Indio                         | 0.06  |
| 19 | Whittier Narrows      | 90038 Torrance — W 226th St        | 0.05  |
| 20 | Livermore             | 57063 Tracy Scwage Trcatm Plant    | 0.05  |

#### 4.2 计算模型

本文选取 15 层 3 跨钢框架,结构抗震设防烈度为Ⅷ度,按Ⅱ类场地土及近震条件考虑。由于结构平面布置规则,选取一榀框架利用 SeismoStruct 有限元分析软件分析。梁、柱截面尺寸见表 4。

表 4 15 层 3 跨钢框架梁柱截面

Table 4 Beam and column cross-section of steel frame

| 标准层    | 中柱截面/mm     | 边柱截面/mm     | 梁截面/mm         |
|--------|-------------|-------------|----------------|
| 1—7 层  | □380×380×25 | □380×380×22 | H600×200×19×12 |
| 8—15 层 | □380×380×22 | □380×380×20 |                |

4.3 结果分析

地震易损性分析分为三个部分:结构的能力计算、结构的地震需求计算以及地震易损性曲线的形成<sup>[12]</sup>。本文在分析时以  $PGA$  为地震动强度指标,以最大层间位移角  $\theta_{max}$  为地震需求指标。

依据文献[7,13]将结构极限状态分为:基本完好、轻微破坏、中等破坏、严重破坏以及毁坏五个等级。采用 Pushover 对结构随机样本分析确定不同极限状态结构最大层间位移角均值  $\bar{C}$  和结构承载力的对数标准差  $\beta_c$ 。定义结构在不同破坏状态地震易损性分析采用的极限状态值,见表 5。

表 5 不同性态水平的层间位移角限值

Table 5 Story drift limit values in different levels

| 结构性能水准 | 极限状态值 |
|--------|-------|
| 基本完好   | 1/300 |
| 轻微破坏   | 1/200 |
| 中等破坏   | 1/100 |
| 严重破坏   | 7/300 |
| 毁坏     | 1/30  |

利用 IDA 分析方法对结构随机样本进行分析并对分析结果进行对数线性拟合,得到算例结构在

5 个不同时间的结构反应均值  $\bar{D}$  的拟合关系:

$$\begin{cases} \ln \theta_{\max,0} = \ln(PGA) - 1.663\ 6 \\ \ln \theta_{\max,15} = \ln(PGA) - 1.452\ 4 \\ \ln \theta_{\max,30} = \ln(PGA) - 1.211\ 2 \\ \ln \theta_{\max,45} = \ln(PGA) - 0.933\ 2 \\ \ln \theta_{\max,60} = \ln(PGA) - 0.599\ 8 \end{cases} \quad (14)$$

式中:下标数字表示结构服役时间分别为 0 年、15 年、30 年、45 年、60 年;其中  $b$  值取 1 后,式(14)拟合相关系数  $R$  分别是 0.920、0.918、0.912、0.923、0.916。

为得到结构在设计使用期限内连续的 4 种不同破坏状态的易损性曲面。本文对不同时间的地震需求拟合参数  $a(t)$  与时间  $t$  进行拟合:

表 6 不同服役时间的  $a(t)/a_0$  值

Table 6 Values of  $a(t)/a_0$  in different service times

| 时间 | 0 年 | 15 年  | 30 年  | 45 年  | 60 年  |
|----|-----|-------|-------|-------|-------|
| 比值 | 1   | 1.236 | 1.572 | 2.076 | 2.898 |

本文根据表 6 中数值随时间变化规律选取指数关系拟合,拟合结果如式(15):

$$a(t) = 0.1894 e^{(9.458 \times 10^{-5} t^2 + 0.012 t + 0.0056)} \quad (15)$$

将式(15)代入式(13)即可得到结构在不同服役时间五种破坏状态下的易损性曲面,如图 2 所示。

由图 2 可知,由于钢材锈蚀导致结构整体承载能力与延性下降,5 种破坏状态的失效概率都随着结构服役时间的增加而增加。在算例中初始服役与

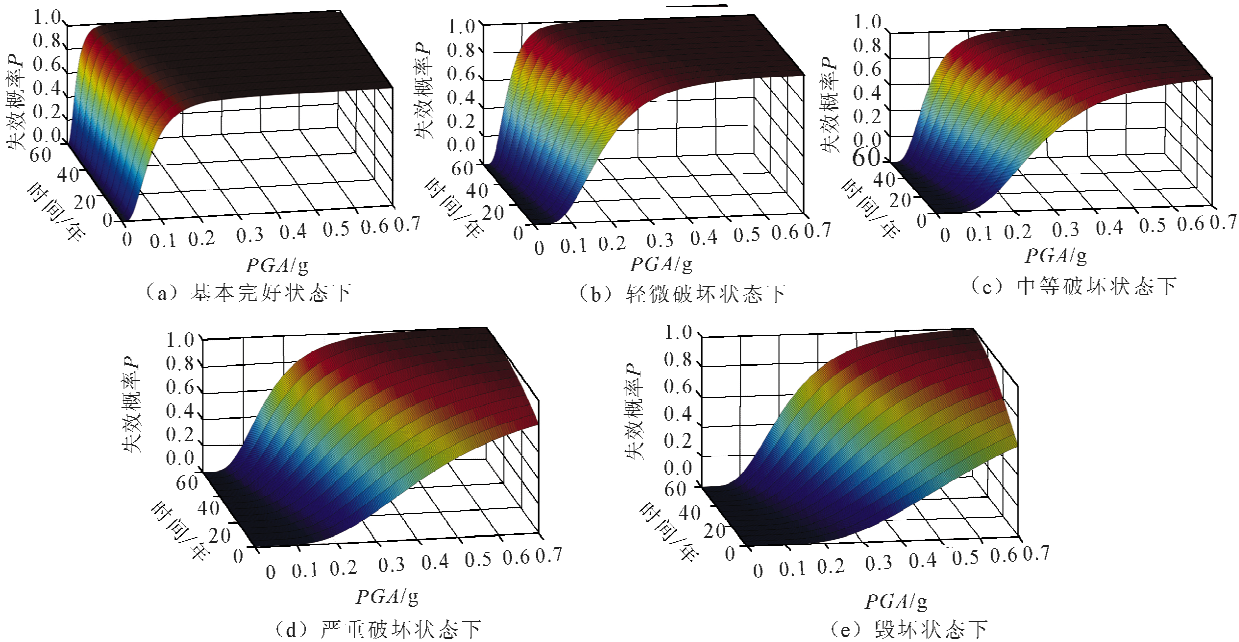


图 2 考虑锈蚀的钢结构地震易损性曲面

Fig. 2 The seismic fragility surfaces of the steel frame consider corrosion

服役 60 年的结构的失效概率,在中等破坏、严重破坏及毁坏状态最大降幅分别将近 10 %、30 %、50 %。因此在进行钢框架结构设计时需要考虑钢材锈蚀对结构地震风险增加的影响。

## 5 结语

本文在结合已有钢材随时间劣变规律的基础上,利用蒙特卡罗随机抽样建立结构随机样本,采用 IDA 与 pushover 方法进行分析,重新建立了结构的地震需求与能力模型并计算得到了钢结构在服役 0 年、15 年、30 年、45 年、60 年的地震易损性曲面。本文的研究成果可为钢框架结构的全寿命设计、既有建筑结构的运营以及地震风险评估等提供理论依据。

## 参考文献 (References)

- [1] 陈露,徐善华,孔正义,等.有限元在腐蚀输电塔安全评定中的应用[J].钢结构,2010,25(6):76-79.  
CHEN Lu, XU Shan-hua, KONG Zheng-yi, et al. Application of Finite Element Method to Safety Assessment on Corroded Transmission Towers[J]. Steel Construction, 2010, 25(6): 76-79. (in Chinese)
- [2] Betto L, Vitaliani R, Sactta A, et al. Seismic Assessment of Existing RC Structure Affected by Degradation Phenomena[J]. Structural Safety, 2009, 31(4): 284-285.
- [3] 史伟洲. 钢材腐蚀对住宅钢结构性能影响的研究与评估[D]. 上海: 同济大学, 2009: 46-62.  
SHI Wei-zhou. Research and Evaluation on Influence of Corrosion on Behavior of Building for Steel Frame[D]. Shanghai: Tongji University, 2009: 46-62. (in Chinese)
- [4] Lee H S, Noguchi T, Tomosawa F. FEM Analysis for Structure Performance of Deteriorated RC Structures Due to Rebar Corrosion[C]//Proceedings of the International Concrete Under Several Conditions, 1998.
- [5] 梁彩凤, 候文泰. 碳钢及低合金钢 16 年大气暴露腐蚀研究[J]. 中国腐蚀与防护学报, 2005, 25(1): 3-6.  
LIANG Cai-feng, HOU Wen-tai. Sixteen-year Atmospheric Corrosion Exposure Study of Steel[J]. Journal of Chinese Society for Corrosion and Protection, 2005, 25(1): 3-6. (in Chinese)
- [6] 冯清海. 特大桥梁地震易损性与地震风险概率分析[D]. 上海: 同济大学, 2008.  
Feng Qing-hai. Seismic Vulnerability and Seismic Risk Probabilistic Analysis for Large Bridge[D]. Shanghai: Tongji University, 2008. (in Chinese)
- [7] 王丹丹. 钢框架结构的地震易损性及概率风险分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2006.  
WANG Dan-dan. Seismic Fragility Analysis and Probabilistic Risk Analysis of Steel Frame Structures[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology University, 2006. (in Chinese)
- [8] Cornell C A, Jalayer F, Hamburger R O, et al. Probabilistic Basis for 2000 SAC Federal Emergency Management Agency Steel Moment Frame Guidelines[J]. Struct. Eng., 2002, 128(4): 526-533.
- [9] 徐龙河, 单旭, 李忠献. 强震下钢框架结构易损性分析及优化设计[J]. 工程力学, 2013, 30(1): 175-176.  
XU Long-he, SHAN Xu, LI Zhong-xian. Vulnerability Analysis and Optimization Design for Steel Frame Structure Under Strong Earthquakes[J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(1): 175-176. (in Chinese)
- [10] 吴小峰, 孙启国, 狄杰建, 等. 抗震分析反应谱法和时程分析法数值仿真比较[J]. 西北地震学报, 2011, 33(3): 276-278.  
WU Xiao-feng, SUN Qi-guo, DI Jie-jian, et al. A Numerical Simulation Comparison Between Response Spectrum Analysis and Time History Analysis[J]. Northwestern Seismological Journal, 2011, 33(3): 276-278. (in Chinese)
- [11] Pacific Earthquake Engineering Research Center. PEER Strong Motion Database [DB/OL]. <http://peer.berkeley.edu/smcat>.
- [12] 庞于涛, 袁万城, 党新志, 等. 考虑材料劣变过程的桥梁地震易损性分析[J]. 同济大学学报, 2013, 41(3): 348-354.  
PANG Yu-tao, YUAN Wan-cheng, DANG Xin-zhi, et al. Stochastic Fragility Analysis of Bridges with a Consideration of Material Deterioration [J]. Journal of Tongji University, 2013, 41(3): 348-354. (in Chinese)
- [13] 刘晶波, 王文辉, 赵东东, 等. 循环往复加载的地下结构分析方法及其在地震损伤分析中的应用[J]. 地震工程学报, 2013, 35(1): 21-23.  
LIU Jing-bo, WANG Wen-hui, ZHAO Dong-dong, et al. Pushover Analysis Method of Underground Structures Under Reversal Load and Its Application in Seismic Damage Analysis[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2013, 35(1): 21-23. (in Chinese)