

岩石的非线性西原流变模型及其应用

袁 林, 高召宁, 孟祥瑞

(安徽理工大学 能源与安全学院, 安徽 淮南 232001)

摘 要:经典西原流变模型能够较好地描述岩石材料蠕变过程的前两个阶段,但不能描述加速蠕变阶段。前人对流变模型的改进和组合多以屈服强度阈值来界定加速蠕变阶段,而以时间阈值来界定加速蠕变阶段的研究相对较少。本文引入能反映加速蠕变加载时间的时间元件和能够描述加速蠕变曲线的非线性黏壶,两者并联组成TN体再与传统西原模型进行组合,形成一种能同时描述衰减蠕变、定常蠕变、加速蠕变的非线性黏弹塑性流变模型。并将新模型与实际试验数据进行拟合,相似性系数达0.99以上,所得模型更适合描述岩石材料的流变现象。

关键词:西原模型;非线性;黏弹塑性;岩石流变;加速蠕变

中图分类号: U452 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-0844(2012)04-0331-04

DOI:10.3969/j.issn.1000-0844.2012.04.0331

The Nonlinear Improvement of Nishihara Rheological Model in Petrology and Its Analysis

YUAN Lin, GAO Zhao-ning, MENG Xiang-rui

(Department of Energy and Security, Anhui University of Technology, Anhui Huainan 232001, China)

Abstract: The classic Nishihara rheological model can better describe the former two stages of creep process of rock, but can't describe the accelerated creep stage. The most of predecessors made yield strength threshold to define the accelerated creep stage in the rheological model improvement and combination, but the researches on using time threshold to define the accelerated creep stage were relatively few. In this paper a time element which can reflect the accelerated creep loading time and a nonlinear clay pot which can describe the accelerated creep curve are introduced. Their parallel connection called TN combined with traditional Nishihara model, formed a nonlinear viscoelastic-plasticity rheological model that can describe the attenuation creep, steady creep and accelerated creep. Finally, fitting the new model and the actual experimental data, the similarity coefficient is higher than 0.99. The model is more suitable to describe the rock rheological phenomenon.

Key words: Nishihara model; Nonlinear; Viscoelastic-plasticity; Rock rheology; Accelerated creep

0 前言

岩石材料流变研究与工程应用中,流变特性一般都是通过将简单模型组合成较复杂的流变模型来描述。但是,现有的经典流变模型都只能描述稳态

蠕变,而不能描述加速蠕变阶段。现在主要的研究方法是先进行室内实验,由实验数据进行曲线拟合得到拟合函数,再结合理论分析提出数学模型^[1-4]。

收稿日期:2011-03-19

基金项目:国家自然科学基金项目(51074003,51074005);国家自然科学基金委员会与神华集团有限公司联合资助项目(51174255);高等学校博士学科点专项科研项目新教师类(20093415120001);安徽省优秀青年科技基金资助项目(10040606Y31);中国博士后科学基金项目(2011M501037);淮南市科技计划项目(2011A07921)

作者简介:袁 林(1986-),男(汉族),四川乐山人,硕士研究生,主要研究方向为矿山岩石力学。

随着数学理论和计算机应用的推广,采用计算机数值模拟进行的相关研究也逐渐增多^[5-6]。将现有模型进行改进使之能够描述岩石的蠕变全过程曲线是个急需探讨的问题,多年来学者们对这一课题做了相当多的研究。总结当前非线性流变模型的研究主要分为三类:将经典流变模型中的线性元件用非线性元件代替,从而用于描述岩石的加速蠕变^[7-9];提出新的非线性模型并与经典流变模型串并联组合成能描述岩石蠕变全过程的新模型^[10-12];引入损伤力学、断裂力学、内时理论等新的理论构造函数来建立非线性流变新模型^[13-15]。

西原模型是一种弹—黏弹—黏塑性流变模型,由于它考虑了材料的塑性,能较好地描述岩石蠕变全过程的前两个阶段,更适合用于描述岩土材料的流变特性,是当前常用的流变模型中应用较多、也较完善的模型,但是它并不能描述加速蠕变阶段。以前的方法大多以屈服强度为依据来改进和组合经典模型而建立能描述加速蠕变的新模型,通过加载时间来考虑蠕变的研究较少且效果不太理想。本文通过引入能反映加速蠕变加载时间的时间元件和能描述加速蠕变曲线的非线性黏壶,将之与传统西原模型进行组合,形成一种能同时描述衰减蠕变、定常蠕变、加速蠕变的新模型。最后结合实验数据利用 Matlab 软件作出新模型的拟合曲线,并与实际试验曲线进行对比分析。新模型能更好地描述岩土材料几种不同应力水平下的蠕变曲线,尤其是能描述蠕变全过程曲线,对非线性流变特性的研究提供了一种新的方法。

1 岩石非线性流变模型的建立

1.1 岩土材料的蠕变曲线

在不同的应力水平下岩石的蠕变曲线有三种情况(图1)^[16]:较低应力水平时岩石的蠕变曲线为稳态蠕变,其中又分为初始蠕变后进入速率为零的衰减蠕变(曲线①)及初始蠕变后进入速率为常数的定常蠕变(曲线②)。高应力水平时岩石的蠕变曲线为蠕变全过程曲线(曲线③),它具有初始蠕变、稳态蠕变和加速蠕变几个阶段。传统的流变组合模型一般只能描述稳态蠕变,而不能描述岩石材料的加速蠕变。

1.2 西原正夫模型的非线性改进

前文已述,岩石材料的蠕变全过程曲线包括瞬时变形、衰减蠕变、定常蠕变和加速蠕变。若要用流变模型描述非线性加速蠕变阶段,则模型中的某些

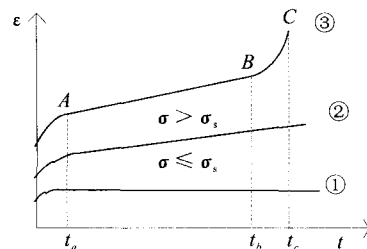


图1 典型的岩石蠕变曲线

Fig. 1 Typical creep curves of rock.

元件必须进行非线性改进。

大量研究成果表明^[3-4],广义 Kelvin 黏弹模型虽然能够较好的模拟瞬时变形和衰减蠕变,但模型的黏弹性参数并不是像以往认为的常数,而是随时间变化的量。许宏发^[17]的研究表明,弹模与时间成指数衰减关系,即

$$E(t) = p + qe^{-t/h} \quad (1)$$

式中: $E(t)$ 为弹模, GPa; t 为时间, h; p, q, r 为材料参数。

文献[4]通过实验数据得出黏塑模型中的黏壶的黏滞系数的拟合函数为

$$\eta_2(t) = \frac{t}{\frac{t_0}{\eta_2(t_0)} + a + e^{t/b}} \quad (2)$$

式中: $\eta_2(t)$ 为黏滞体参数, GPa · h; t_0 为初始时间, h; $\eta_2(t_0)$ 为初始黏滞体参数, GPa · h; a, b 为材料参数。

可见加速蠕变阶段黏滞系数随时间呈指数衰减,当黏滞系数衰减为 0 时,岩石破坏。通过对式(2)的简化和修正,提出一种新型非线性黏壶,它的黏滞系数如下:

$$\eta(t) = Ae^{-\lambda t} \quad (3)$$

式中: $\eta(t)$ 为黏滞体参数, GPa · h; A, λ 为材料参数。

本文引入一种时间开关体与新非线性黏壶组合成新型黏塑体来描述加速蠕变阶段,姑且称之为 TN 体,如图 2 所示。图中 t_b 为时间开关体的阈值,表示岩石材料加速蠕变的起始时间,当 $t \geq t_b$ 时,并联黏壶才发挥作用。

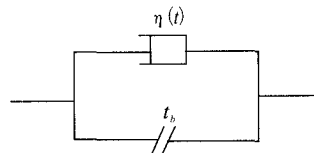


图2 新非线性黏塑性模型

Fig. 2 New nonlinear viscoplastic model.

在西原模型的黏塑模型中并联上述的 TN 体组合成一个能描述岩石非线性蠕变全过程的新模型,如图 3 所示。

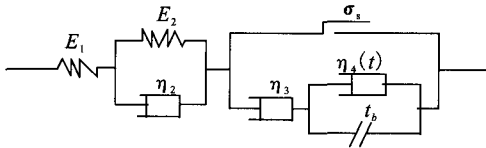


图 3 经非线性改进的西原模型
Fig. 3 The nonlinear improved Nishihara creep model.

由前面的结论推出 TN 体的蠕变方程为

$$\begin{cases} \epsilon_c = \frac{\sigma_0 - \sigma_s}{A\lambda} e^{\lambda(t-t_b)} \\ \dot{\epsilon}_c = \frac{\sigma_0 - \sigma_s}{A} e^{\lambda(t-t_b)} \\ \ddot{\epsilon}_c = \frac{\lambda(\sigma_0 - \sigma_s)}{A} e^{\lambda(t-t_b)} \end{cases} \quad (4)$$

可见,当 $\sigma \geq \sigma_s, t \geq t_b$ 时,应变速率 $\dot{\epsilon}_c$ 和应变加速度 $\ddot{\epsilon}_c$ 都大于零且为单调递增函数,所以新模型可以模拟加速蠕变阶段。

1.3 模型的蠕变方程

(1) 当 $\sigma < \sigma_s$ 时,模型退化为 Kelvin-voigt 模型,可以描述衰减蠕变,此时蠕变方程为

$$\epsilon = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{p + q \exp(-rt)} \left[1 - \exp\left(-\frac{p + q \exp(-rt)}{\eta_2} t\right) \right] \quad (5)$$

(2) 当 $\sigma \geq \sigma_s, t < t_b$ 时,模型为传统西原模型,可以描述稳态蠕变,此时蠕变方程为

$$\epsilon = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{p + q \exp(-rt)} \left[1 - \exp\left(-\frac{p + q \exp(-rt)}{\eta_2} t\right) \right] + \frac{\sigma_0 - \sigma_s t}{\eta_3} \quad (6)$$

(3) 当 $\sigma \geq \sigma_s, t \geq t_b$ 时,为经非线性改进的西原模型,可以描述蠕变全过程曲线,尤其是加速蠕变曲线,此时蠕变方程为

$$\epsilon = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{p + q \exp(-rt)} \left[1 - \exp\left(-\frac{p + q \exp(-rt)}{\eta_2} t\right) \right] + \frac{\sigma_0 - \sigma_s t}{\eta_3} + \frac{\sigma_0 - \sigma_s}{A\lambda} \exp[\lambda(t - t_b)] \quad (7)$$

以上各式中: ϵ 为应变, 10^{-3} ; σ_0 为初始应力水平, MPa; σ_s 为屈服强度, MPa; E_1 为弹模, GPa; η_i 为黏滞体参数, $\text{GPa} \cdot \text{h}$; t 为时间, h; t_b 为加速蠕变起始时间, h; p, q, r, A, λ 为材料参数。

2 实例

2.1 岩石蠕变实验曲线

天然页岩单轴压缩蠕变实验曲线^[18]如图 4 所示。从图中可见,当应力水平低于屈服强度 38 MPa 时,只发生初始蠕变和衰减蠕变;当应力水平稍高于 38 MPa 时,则发生初始蠕变、衰减蠕变和定常蠕变;当应力水平大于 38 MPa 且加载时间足够长时,岩石发生初始蠕变、衰减蠕变、定常蠕变和加速蠕变,从而表现为蠕变全过程曲线。所以,前文所述的新模型能够描述图中的蠕变曲线。

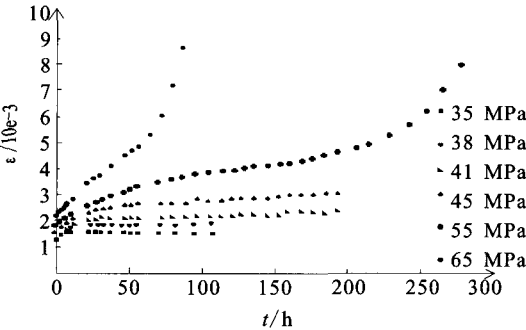


图 4 不同应力水平下天然页岩的蠕变曲线
Fig. 4 Creep curves of natural shale under different stress levels.

2.2 岩石流变参数的确定及验证

将蠕变试验数据进行曲线拟合而确定流变参数是普遍适用的方法,其中使用最小二乘法进行曲线拟合从而求得待定参数的方法应用最广泛^[19]。Matlab 软件有用于曲线拟合的内建函数和曲线拟合工具箱,适合用于各种线性或非线性曲线拟合。

本文利用 Matlab 软件对新模型进行最小二乘曲线拟合,得到各流变参数的拟合值如表 1 所示。

从表 1 中可以看出,新非线性西原模型的拟合曲线与实际试验曲线的相关性系数 R^2 都为 0.99 左

表 1 非线性西原模型的岩样蠕变拟合参数

σ_0/MPa	E_1/GPa	$\eta_2/[\text{MPa} \cdot \text{h}]$	$\eta_3/[\text{MPa} \cdot \text{h}]$	p	q	r	A	λ	R^2
35	26.71	279.9		106.4	66.15	0.075 08			0.994 2
38	27.72	446.6		80.84	71.26	0.147 6			0.998 8
41	27.04	807.9	1 699	72.49	250	25			0.997 7
45	29.27	940.3	2 000	49.3	4 500	50			0.999 6
55	29.87	1 495	2 500	40.79	100	250	2 957	0.031 89	0.995 1
65	29.93	2 681	603	254.1	1 250	25	1 325	0.078 67	0.992 6

右,说明新模型能较好的模拟岩石的三种蠕变曲线。

2.3 经改进的西原模型的拟合曲线及分析

从新非线性模型的拟合曲线中选取了三种蠕变

曲线的代表曲线,如图5所示。图中可见,经改进的非线性西原模型能够模拟图1中的三种蠕变曲线,并且拟合精确度高,说明了它的合理性和可行性。

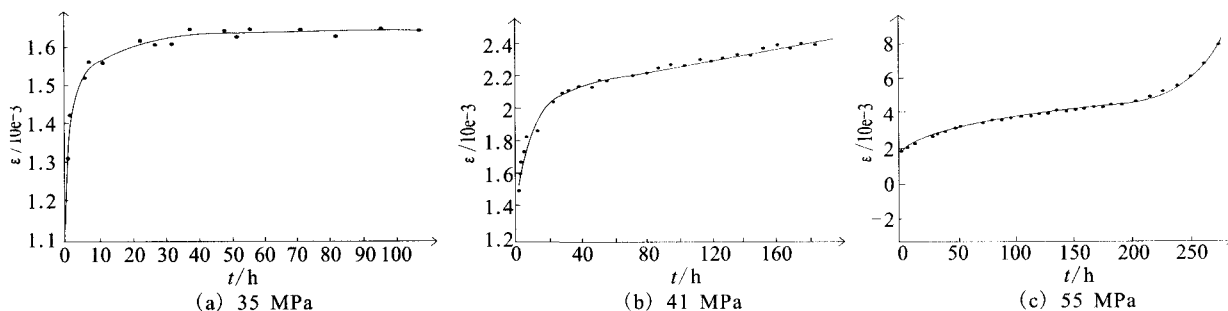


图5 不同应力下模型拟合曲线

Fig. 5 Fitting creep model curves in different stress.

3 结论

(1) 通过理论分析得出,岩石材料的蠕变曲线有三种情况,其中蠕变全过程曲线包括瞬时变形、衰减蠕变、定常蠕变和加速蠕变,并说明了必须进行模型参数的非线性改进来描述加速蠕变阶段的原因。

(2) 将黏弹性参数进行了非线性改进,得到了一种新非线性黏滞体模型,提出了一种考虑加载时间的时间开关体模型,将上述元件与经典西原流变模型进行组合形成一种新型的非线性西原模型,通过推导证明新模型能够模拟岩石的加速蠕变阶段。

(3) 用 Matlab 软件将新模型和实际试验数据进行曲线拟合,得到了新模型的拟合曲线,可知它能较好地描述岩石材料的各种蠕变曲线,尤其是它可以较精确地描述加速蠕变阶段,所以新非线性模型比传统的流变模型更适合描述岩石材料的流变现象。

(4) 采用本文方法对改进的非线性西原流变模型进行非线性拟合,其待定参数较少,易于操作,拟合程度好,便于推广应用。

参考文献

- [1] 吴志坚,王兰民,马巍,等.地震荷载作用下冻土的动力学参数试验研究[J].西北地震学报,2003,25(3):210-214.
- [2] 李海芳,张茵琪,金伟,等.两河口水电站混合料流变模型研究[J].西北地震学报,2011,33(增):285-289.
- [3] 赵延林,曹平,文有道.岩石弹黏塑性流变实验和非线性流变模型[J].岩石力学与工程学报,2008,27(3):477-486.
- [4] 阎岩,王思敬,王恩志.基于西原模型的变参数蠕变方程[J].

岩土力学,2010,31(10):3025-3035.

- [5] 张晁军,石耀霖,黄建平.粘弹性分层和重力作用对地震形变场数值模拟的影响[J].西北地震学报,2008,30(3):201-207.
- [6] 王德利,雍运动,韩立国,等.三维粘弹介质地震波场有限差分并行模拟[J].西北地震学报,2007,29(1):30-34.
- [7] 曹树刚,边金,李鹏.岩石蠕变本构关系及改进的西原正夫模型[J].岩石力学与工程学报,2002,21(5):632-634.
- [8] 周家文,徐卫亚,杨圣奇.改进的广义 Bingham 岩石蠕变模型[J].水利学报,2006,37(7):827-830.
- [9] 康永刚,张秀娥.基于 Burgers 模型的岩石非定常蠕变模型[J].岩土力学,2011,32(增1):424-427.
- [10] 陈沅江,潘长良,曹平,等.软岩流变的一种新力学模型[J].岩土力学,2003,24(2):209-214.
- [11] 李良权,徐卫亚,王伟.基于西原模型的非线性黏弹塑性流变模型[J].力学学报,2009,41(5):671-679.
- [12] 薛凯喜,赵宝云,刘东燕,等.岩石非线性拉-压蠕变模型及其参数识别[J].煤炭学报,2011,36(9):1440-1445.
- [13] 金尧,孙训方,孙亚芳,等.考虑加载历史影响的蠕变律[J].机械强度,2001,23(2):206-208.
- [14] 陈沅江,潘长良,曹平.基于内时理论的软岩流变本构模型[J].中国有色金属学报,2003,13(3):735-742.
- [15] 余成学.岩石非线性黏弹塑性蠕变模型研究[J].岩石力学与工程学报,2009,28(10):2006-2011.
- [16] 蔡美峰,何满潮,等.岩石力学与工程[M].北京:科学出版社,2002:198-219.
- [17] 许宏发.软岩强度与弹模的时间效应研究[J].岩石力学与工程学报,1997,16(3):246-251.
- [18] 杨彩红,毛君,李剑光.改进的蠕变模型及其稳定性[J].吉林大学学报(地球科学版),2008,38(1):92-97.
- [19] 李青麒.软岩蠕变参数的曲线拟计算算法[J].岩石力学与工程学报,1998,17(5):559-564.