

重力式挡土墙结构体系可靠度的 Monte Carlo 模拟

杜永峰^{1,2}, 余 钰²

(1. 西部土木工程防灾减灾教育部工程研究中心, 甘肃 兰州 730050;

2. 兰州理工大学防震减灾研究所, 甘肃 兰州 730050)

摘要:建立了重力式挡土墙倾覆、基底滑移、地基承载力、墙体自身强度等几个失效模式的可靠度分析模型,采用逐步等效平面法计算结构体系的可靠度。假定设计参数为正态分布的随机变量,利用 MATLAB 软件的库函数 normrnd 实现随机样本的抽取。选择重力式挡土墙的实际算例对挡土墙改建后的几个失效模式及结构体系的可靠度进行分析,并与作者所做的其它理论分析结果进行了对比。数值模拟表明两种方法的结果能较好相符。

关键词: 重力式挡土墙; 结构体系可靠度; 失效概率; 蒙特卡罗方法

中图分类号: TU443

文献标识码: A

文章编号: 1000-0844(2012)01-0029-04

Monte Carlo Simulation of System Reliability of Gravity Retaining Wall

DU Yong-feng^{1,2}, YU Yu²

(1. Western Center for Disaster Mitigation in Civil Engineering, Ministry of Education, Lanzhou 730050, China;

2. Institute of Earthquake Protection and Disaster Mitigation, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: A model is formulated for calculating the reliability of gravity retaining wall corresponding to such failure mode as overturning, base sliding, insufficient bearing capacity of foundation and tensile strength of the wall, and a gradual equivalent method is employed to calculate the reliability of the structural system. The design parameters are assumed to be random variables with normal distribution, the random sample is extracted by using MATLAB library function normrnd. The reliability of several monadic failure modes and the reliability of the structural system are calculated by selecting a real retrofitted gravity retaining wall as numerical example and the result is compared with the theoretical analysis results made by author. The result shows that the reliability calculated from the two methods are consistent.

Key words: Gravity retaining wall; Reliability of structural system; Failure probability; Monte Carlo method

0 引言

边坡稳定是一个与基础设施和人员生命安全息息相关的重要问题,也是土木工程领域的重要研究课题之一。为了维持边坡的稳定性,土木工程领域广泛采用各种形式的支挡结构。重力式挡土墙结构简单、施工方便,可以就地取材,是我国目前常用的一种挡土墙形式,在建筑工程、公路、铁路边坡工程和其它防止山体滑坡的支护结构中大量使用。

重力式挡土墙是以墙身自重来维持挡墙稳定的,传统的稳定性分析方法是采用以安全系数为度量指标的定值法。这种方法概念简单,应用于简单的挡土墙稳定性分析,不失为一种有效的工程实用方法。然而,由于定值设计法没有考虑挡土墙结构中实际存在的不确定性因素,即没有充分考虑各设计变量的随机性,而将土性参数视为确定性的常量,

收稿日期:2011-08-20

基金项目:国家自然科学基金(50978130);甘肃省建设科技攻关(JK2008-9)

作者简介:杜永峰(1962-),男(汉族),甘肃正宁县人,博士,教授、博导,现主要从事结构工程和防灾减灾研究。

导致某些挡土墙按定值法计算的安全系数是足够的,而投入使用后却很快发生了破坏。实际上,不论是土的物理力学特性参数,还是外部荷载都有随机性,地勘报告只能在一定程度上反映土的工程性质的统计特性。利用可靠度为度量指标对挡土墙进行稳定性分析能更合理地体现这些参数的不确定性,国内外学者已经在这个方面开展了部分研究工作。Enrique等^[1]将概率方法用于挡土墙的结构稳定性评判,并对主要设计参数做了灵敏度分析。张建仁^[2]利用一次二阶矩中心点法建立了挡土墙结构稳定性的可靠度分析模型,并分析了部分参数对挡土墙稳定可靠度影响。王良,刘元雪^[3]运用可靠度分析的中心点法,建立了挡土墙结构抗滑移的可靠度分析基本模型。王平等^[4]分析了无地下水时重力式挡土墙的各种破坏模式,并在考虑地下水位和土性参数的基础上,运用可靠度理论对挡土墙的失效概率进行了分析计算。蔡阳^[5]建立了重力式挡土墙结构稳定性的可靠度分析模型,并且编制了蒙特卡罗法计算重力式挡土墙可靠度指标的程序。本文建立重力式挡土墙倾覆、滑移、基底承载力、墙体自身强度等几个失效模式的可靠度分析模型,采用逐步等效平面法计算结构体系的可靠度。并经过数值模拟以及比较来证明该方法的可靠性与有效性。

1 重力式挡土墙各失效模式功能函数的建立

重力式挡土墙的设计必须满足强度和稳定性的要求。挡土墙结构的稳定性一般要求满足三个条件:抗倾覆稳定、抗滑移稳定和地基承载力稳定性;墙身材料要满足抗拉、抗压和抗剪强度的要求。

1.1 抗倾覆稳定性功能函数的建立

重力式挡土墙抗倾覆稳定性要求墙身不产生绕墙趾的倾覆破坏,其数学表达式为

$$M_R \geq M_S \quad (1)$$

式中, M_R 和 M_S 分别为抗倾覆力矩和为倾覆力矩。由此得绕墙趾转动的抗倾覆稳定的功能函数为

$$\begin{aligned} g_1(M_R, M_S) &= M_R - M_S = \\ &Gx_0 + E_{ax}x_f - E_{ax}z_f = \\ &G(\mu \cos \alpha_0 + \sin \alpha_0) + \frac{1}{2}\gamma H^2 K_a \times \\ &[x_f \sin(\alpha + \delta) - z_f \cos(\alpha + \delta)] \end{aligned} \quad (2)$$

式中, G 为挡土墙每延米自重; E_{ax} , E_{az} 分别为墙背主动土压力的水平和垂直分力; x_0 , z_f , x_f 分别为重力、土压力的水平分力、垂直分力到墙趾的力臂。

1.2 抗滑移稳定性功能函数的建立

重力式挡土墙抗滑稳定性要求墙身沿基底不产生滑动破坏,其数学表达式为

$$F_R \geq F_S \quad (3)$$

式中, F_R 和 F_S 分别为抗滑力和滑动力。

由此得抗滑移稳定的功能函数为

$$\begin{aligned} g_2(F_R, F_S) &= F_R - F_S = \\ &\mu(G_n + E_{an}) - (E_{at} - G_t) = \\ &G(\mu \cos \alpha_0 + \sin \alpha_0) + \frac{1}{2}\gamma H^2 K_a \times \\ &[\mu \sin(\alpha + \alpha_0 + \delta) - \cos(\alpha + \alpha_0 + \delta)] \end{aligned} \quad (4)$$

式中, G_n , G_t 分别为垂直于基底和平行于基底的重力分力; E_{an} , E_{at} 分别为垂直于基底和平行于基底的土压力分力; μ 为土对挡土墙基底的摩擦系数; α_0 为挡土墙的基底倾角。

1.3 地基承载力功能函数的建立

地基承载力稳定性要求挡土墙基底荷产生的最大应力不得超过地基极限荷载,数学表达式为

$$P_u \geq \max(\sigma_1, \sigma_2) \quad (5)$$

式中: P_u 为地基极限荷载; σ_1 和 σ_2 分别为挡土墙墙趾和墙踵的应力。

由此得地基承载力稳定的功能函数为

$$g_3(P_u, \sigma) = P_u - \max(\sigma_1, \sigma_2) \quad (6)$$

基底应力的计算步骤如下:

(1) 计算挡土墙基底合力的偏心矩

$$e = \frac{B}{2} - x = \frac{B}{2} - \frac{\sum M_1 - \sum M_2}{\sum N} \quad (7)$$

式中, e 为基底合力的偏心矩,当为倾斜基底时,为垂直于倾斜基底合力的偏心矩; B 为 E_{an} 到墙趾的力臂; x 为垂直于基底的合力到墙趾的力臂; $\sum M_1$ 和 $\sum M_2$ 分别为绕墙趾顺时针和逆时针的合力矩; $\sum N$ 为垂直于基底的合力。土质地基时 $e \leq \frac{B}{6}$,岩石地基时 $e \leq \frac{B}{4}$ 。

(2) 计算基底压应力 σ

$$\begin{aligned} |e| \leq \frac{B}{6} \text{ 时, } \sigma_{1,2} &= \frac{\sum N}{B} \left(1 \pm \frac{6e}{B}\right); \\ e > \frac{B}{6} \text{ 时, } \sigma_1 &= \frac{2\sum N}{3x}, \sigma_2 = 0; \\ e < -\frac{B}{6} \text{ 时, } \sigma_1 &= 0, \sigma_2 = \frac{2\sum N}{3(B-x)}. \end{aligned}$$

1.4 墙身材料强度功能函数的建立

重力式挡土墙墙身材料强度要求控制截面的应

力强度足够承担墙身自重以及土压力引起的拉应力、压应力和剪应力,数学表达式为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_R &\geq \sigma_S \\ \tau_R &\geq \tau_S \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中, σ_R 、 τ_R 分别为正应力、剪应力的抗力; σ_S 、 τ_S 分别为正应力、剪应力的作用效应。

当重力式挡土墙的墙身材料为素混凝土时,其抗压强度和抗剪强度一般能满足工程需要,但有可能发生混凝土抗拉强度不足的破坏;当重力式挡土墙的墙身材料为砖石砌体时,由于墙身强度主要受到砌体强度等级和砂浆强度等级的影响,故砖石砌体挡土墙的强度较混凝土挡土墙要小得多,有可能发生墙身材料抗压、抗拉或抗剪强度不足破坏。由此得墙身材料强度抗拉、抗压和抗剪的功能函数分别为

$$g_{41}(f_{tm}, \sigma_{min}) = f_{tm} + \sigma_{min} \quad (9a)$$

$$g_{42}(f, \sigma_{max}) = f - \sigma_{max} \quad (9b)$$

$$g_{43}(f_v, \tau) = f_v - \tau \quad (9c)$$

式中, f_{tm} 、 f 、 f_v 分别为墙体抗拉、抗压、抗剪强度; σ_{min} 、 σ_{max} 为墙体的拉、压应力。

2 结构可靠度分析的蒙特卡罗方法

对于设计阶段的结构,其概率特性已经可以用某些常见的功能函数加以描述。如果能够通过某种方法根据已知的概率特性,产生大量设计变量的样本值,然后代入描述结构性能的数学函数,“计算”结构的状态,并对结构计算结果进行统计分析,这就形成了结构可靠度的随机模拟方法,即蒙特卡罗方法(Monte-Carlo Simulation)^[81]。蒙特卡罗法的特点是,在结构可靠度的数值模拟中,该方法具有模拟的收敛速度与基本随机变量的维数无关,极限状态函数的复杂程度与模拟的过程无关,更无须将功能函数线性化和随机变量“当量正态”化,具有直接解决问题的能力;同时,数值模拟的误差也可以容易地确定,从而确定模拟的次数和精度。随着高速计算机的发展和数值模拟方法的改进,扩大了蒙特卡罗法的应用范围。

一般抽样法是结构可靠度蒙特卡罗模拟最基本的方法。如果直接根据随机变量的概率分布进行抽样来估计结构的失效概率,不做任何其他技术上的处理,则称为一般抽样方法。

作为结构可靠度分析的基本问题,设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为结构中的随机变量,其概率密度函数分别为 $f_{X_1}(x_1), f_{X_2}(x_2), \dots, f_{X_n}(x_n)$, 则结构失效概率

为

$$P_f = \iiint_{g_X(X) < 0} \dots \int f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(x_2) \dots f_{X_n}(x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} I[g_X(X_1, X_2, \dots, X_n)] \times f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(x_2) \dots f_{X_n}(x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n = E\{I[g_X(X_1, X_2, \dots, X_n)]\} \quad (10)$$

其中, $I[g_X(X_1, X_2, \dots, X_n)]$ 表示结构的示性函数, 为

$$I[g_X(X_1, X_2, \dots, X_n)] = \begin{cases} 1; & g_X(X) < 0 \\ 0; & g_X(X) \geq 0 \end{cases} \quad (11)$$

故结构失效概率为其示性函数的期望值。采用这种表达式的优点是将失效概率计算局部积分(失效域),扩大到整个积分域(失效域和可靠域),从而分析中不再需要考虑极限状态曲面的形状和复杂性,只需计算功能函数的值,并判断该值是大于0还是小于0。

采用蒙特卡罗方法对随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 进行多次抽样,则可得到多个不同的示性函数值,其平均值就是结构失效概率的估计值。用蒙特卡罗法进行结构可靠度模拟的步骤为:

(1) 根据结构失效概率的量级,由式 $N = \frac{1-P_f}{V_{P_f}^2 P_f}$ 预估需要的模拟次数 N , 其中 V_{P_f} 为要求模拟的精度(即变异系数);

(2) 根据随机变量的概率分布,产生随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 的 N 组样本向量;

(3) 由式 $N_f = \sum_{j=1}^N I[g_X(x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, \dots, x_n^{(j)})]$ 计算 N 次模拟中结构失效的次数 N_f ;

(4) 由式 $P_f = N_f/N$ 计算结构的失效概率;

(5) 由式 $\beta = -\Phi^{-1}(P_f)$ 计算结构的可靠度指标。

用蒙特卡罗法进行结构可靠度模拟的计算程序框图如图1所示。

3 挡土墙结构可靠度算例

以作者课题组承担加固改造的某山区小学重力式挡土墙作为算例。该挡土墙用于教室后的黄土边坡支护,改造后的截面示意如图2所示,主要几何尺寸分别为 $B_t = 0.9 \text{ m}$, $b = 1.3 \text{ m}$, $H = 4.8 \text{ m}$, $x_0 = 0.556 \text{ m}$, $x_t = 1.167 \text{ m}$, $z_t = 1.6 \text{ m}$ 。回填土的粘聚力 $c = 21 \text{ kPa}$, 内摩擦角 $\varphi = 27^\circ$ 。土的各项物理力

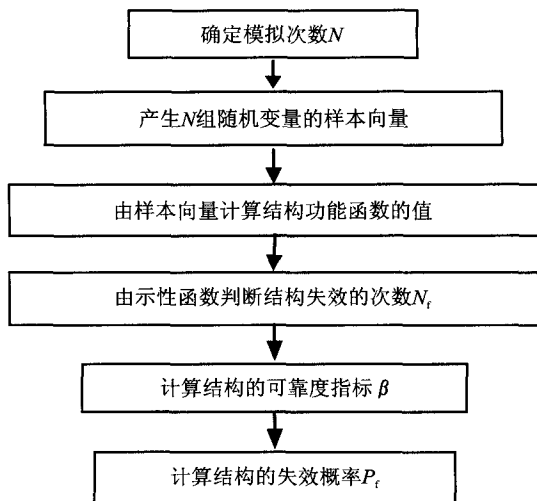


图1 蒙特卡罗法程序框图

Fig. 1 Flow-chart of Monte Carlo method.

学指标符合正态分布,其它几何尺寸和土统计参数见文献[10]。

将这些参数代入本文模型,求得该挡土墙的可靠度指标示于表1。

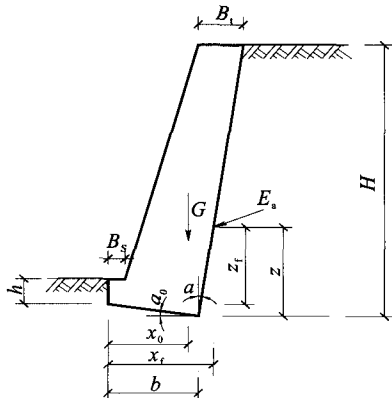


图2 挡土墙算例示意图

Fig. 2 Sketch of retaining wall example.

表1 可靠度指标对比

模拟次数 N	体系可靠度指标 β 的模拟结果				平均 值 $\bar{\beta}$	等效平面 法结果 ^[10]	相对误 差/%
	1	2	3	4			
10^7	2.623 1	2.620 2	2.623 6	2.621 7	2.622 2	2.638 7	0.631 2
10^6	2.617 6	2.624 8	2.610 9	2.618 7	2.618 0		0.790 7
10^5	2.609 8	2.647 0	2.592 1	2.635 6	2.621 1		0.670 5

4 结语

本文采用 Monte Carlo 模拟法的结果与逐步等效平面法结果较好符合。表明了这两种方法的有效性。

【参考文献】

- [1] Enrque C, Roberto M, Ana R T, et al. Design and sensitivity analysis using the probability-safety-factor method. An application to retaining walls[J]. Structural Safety, 2004, 26(2): 159-179.
- [2] 张建仁. 挡土墙结构稳定性的可靠度分析[J]. 中国公路学报, 1997, 10(3): 53-58.
- [3] 王良, 刘元雪. 重力式挡土墙抗滑移的可靠度分析[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2005, 22(6): 609-611.
- [4] 王平, 刘东升, 田强, 等. 地下水作用下挡土墙的稳定分析[J]. 地下空间, 2001, 21(5): 475-479.
- [5] 蔡阳. 重力式挡土墙可靠度研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2005.
- [6] DU Yongfeng, YU Yu. Safety Evaluation of Earth Retaining Wall using Structural Reliability[J]. Progress in Safety Science and Technology, 2008, VII(A): 276-281.
- [7] 荣冠, 王思敬, 王恩志, 等. 强降雨下元磨公路典型工程边坡稳定性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(4): 704-711.
- [8] 余钰. 重力式挡土墙结构体系可靠度分析[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2008.
- [9] 杜永峰, 余钰, 李慧. 重力式挡土墙稳定性的结构体系可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(3): 349-353.
- [10] 杜永峰, 余钰, 李慧. 挡土墙稳定性安全系数与可靠度指标的关系[J]. 兰州理工大学学报, 2008, 34(3): 113-116.