

利用 Cole - Cole 模型组合得到 SIP 真参数的联合频谱最优化反演*

张 辉, 李桐林

(吉林大学地球探测科学与技术学院, 吉林 长春 130026)

摘 要 利用 Cole - Cole 模型组合和稀释系数理论, 可以描述测量得到的视复电阻率频谱与地下多个电性体 SIP 真参数之间的正演关系。本文利用此正演关系进行反演试算, 并比较了几种 Cole - Cole 模型反演方案的效果, 提出固定极化目标体和围岩体的极化率同时反演其它各 SIP 真参数的反演方案。结果表明在固定极化率为真值时, 利用此反演方案可以稳定、准确、快速地得出地下电性体 SIP 真参数。

关键词: Cole - Cole 模型组合; 最优化联合反演; 稀释系数; SIP 真参数

中图分类号: P631.3 文献标识码: A 文章编号: 1000 - 0844(2004)02 - 0108 - 05

0 引言

在电法勘探中为了更好的校正电磁耦合和评价激电异常, 一些学者提出了频谱激电法(SIP)^[1]。这种方法是用极化体复电阻率 Cole - Cole 模型参数值来识别极化体性质, 使对极化体的评价从定性发展到定量, 大大提高了评价异常的准确性。此后国内外一些学者就地下电性体复电阻率 Cole - Cole 模型参数的求取展开了研究^[2-9]。针对野外电法地面测量得到的地下极化体产生的激电谱大多都是视谱而不是真谱的问题, 如果先按 Cole - Cole 模型对视频谱反演得到视参数, 然后再根据地下介质的稀释系数从视参数求得真参数的分步方法^[1, 3], 则会降低工作效率而且增大误差, 不利于资料的处理与解释。刘崧等^[2, 5, 6]提出了一种对多个测点的视谱进行联合反演, 同时求极化体的几何分布及真谱参数的方法; 罗延钟^[3]等在固定了围岩参数和目标极化体极化率的情况下, 直接由视谱反演真谱参数, 这些方法都取得了较好的效果。

本文在前人研究的基础之上, 按 Cole - Cole 模型组合对复电阻率振幅和相位频谱作了联合最优化反演。对于直接用视谱反演真谱参数的几种情况进行对比, 最后提出针对于背景资料缺乏的勘探地区, 固定目标极化体和围岩的极化率, 然后同时反演得到其它所有 SIP 真参数的反演方案。通过大量理论试算表明, 这种方案可同时快速地得到较准确的目标体和围岩体的 SIP 真参数。

1 SIP 的 Cole - Cole 数学模型及其联合最优化反演理论

在频率域内岩、矿石的复电阻率满足的 Cole - Cole 模型数学表达式为^[1]

$$\rho(i\omega) = \rho_0 \left\{ 1 - m \left[1 - \frac{1}{1 + (i\omega\tau)^c} \right] \right\} \quad (1)$$

式中 $\rho(i\omega)$ 为供交流电时极化岩石的复电阻率, ρ_0 为直流电阻率, m 为极化率, τ 为时间常数, c 为频率相关系数。由于实测复电阻率频谱中除了目标极化体的激电信息外还有矿化围岩激电信息、电磁耦合等其

* 收稿日期 2003-10-20

基金项目: 国土资源部重点科技项目(20010212)

作者简介: 张辉(1980 -) 男(汉族), 青海湟中人, 在读博士研究生, 地球探测与信息技术专业。

它干扰,因此 Pelton^[1]等人提出用多个 Cole - Cole 模型组合表示复电阻率正演模型,并且用稀释系数表示视频谱和真频谱之间的近似关系。之后刘崧^[2]、罗延钟^[3]等人又先后给出了更一般的用多个 Cole - Cole 模型组合和稀释系数表示的视频谱和真频谱之间的高级近似。在假设地下只有围岩体和目标极化体两种电性体时,这个关系式为

$$\rho_s(i\omega) \approx \rho_0 \left\{ 1 - m_1 \left[1 - \frac{1}{1 + (i\omega\tau_1)^{c_1}} \right] \right\}^{1-\beta_2} \cdot \left\{ 1 - m_2 \left[1 - \frac{1}{1 + (i\omega\tau_2)^{c_2}} \right] \right\}^{\beta_2} \quad (2)$$

式中 $\rho_s(i\omega)$ 为视复电阻率, m, τ, c 意义与式(1)中相同,下标 1、2 分别表示极化围岩和目标极化体, β_2 表示目标极化体稀释系数。根据复数的性质,式(2)可变换为一个实分量 $\text{Re}\rho(i\omega)$ 和虚分量 $\text{Im}\rho(i\omega)$ 之和。在 SIP 中一般测量得到的是复电阻率相位频谱 $\phi(\omega)$ 和振幅频谱 $A(\omega)$,因此利用实虚分量又可推出其相位和振幅频谱的正演公式。我们选用阻尼最小二乘(马奎特法)进行反演。设 \bar{X} 表示模型参数组, $\delta_i(\bar{X})$

表示理论和实测频谱之间的拟合相对偏差, $\mathbf{p}_{ik} = \frac{\partial \delta_i(\bar{X}^0)}{\partial x_k}$ 为雅可比矩阵 \mathbf{p} 的元素, $\Delta x_k = x_k - x_k^0$ 为模型修改量。下标 k 表示第 k 个模型参数, i 表示第 i 个工作频率点。这样反演目标函数 $\phi(\bar{X})$ 为

$$\phi(\bar{X}) = \sum_{i=1}^m [\delta_i(\bar{X})^0 + \sum_{k=1}^n \mathbf{p}_{ik} \Delta x_k]^2 \quad (3)$$

我们知道,在目标函数极小点处, $\phi(\bar{X})$ 对各模型参数的偏导数为零,这样可以推导出如下求解模型修改量的线性方程组:

$$(\mathbf{P}^T \mathbf{P} + \lambda \mathbf{D}) \cdot \Delta \mathbf{X} = \bar{\mathbf{S}} \quad (4)$$

式中 $\Delta \mathbf{X} = (\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n)^T$; 右端矢量 $\bar{\mathbf{S}} = (\bar{S}_1, \bar{S}_2, \dots, \bar{S}_n)$; $\bar{S}_j = \sum_{i=1}^m \delta_i(\bar{X}) \cdot \mathbf{p}_{ij}$; λ 为阻尼因子,是一个大于零的常数, \mathbf{D} 为一个 $n \times n$ 阶对角矩阵,其对角线上元素为 $1/x_k^2$ 。

在反演试算中我们发现单独利用振幅频谱反演模型参数时,得到的结果与真值相差较大,且需要更多的迭代次数。而单独利用相位频谱反演时迭代次数较少而且结果也较精确,但是由于相位谱对零频电阻率 ρ_0 的偏导数为零,这样就不能反演出 ρ_0 值。为了克服这个问题,我们选择了复电阻率振幅和相位频谱联合反演,用下标 x 和 z 表示相位和振幅谱,则目标函数式(3)变为

$$\phi(\bar{X}) = \sum_{i=1}^m [\delta_{xi}(\bar{X}^0) + \sum_{k=1}^n \mathbf{p}_{xik} \cdot \Delta x_k]^2 + \sum_{i=1}^m [\delta_{zi}(\bar{X}^0) + \sum_{k=1}^n \mathbf{p}_{zik} \cdot \Delta x_k]^2 \quad (5)$$

相应地式(4)也变为

$$(\mathbf{p}_x^T \mathbf{p}_x + \mathbf{p}_z^T \mathbf{p}_z + \lambda \mathbf{D}) \cdot \Delta \mathbf{X} = (\bar{\mathbf{S}}_x + \bar{\mathbf{S}}_z) \quad (6)$$

利用式(6)我们可以求出模型参数修改量 $\Delta \mathbf{X}$,并以 $\bar{X} = \bar{X}^0 + \Delta \mathbf{X}$ 作为新的模型参数初值,这样反复迭代以达到目标函数小于预先给定的一个小量 ε ,此时的 \bar{X} 即为所求的反演结果。

2 Cole - Cole 模型组合的联合反演理论算例

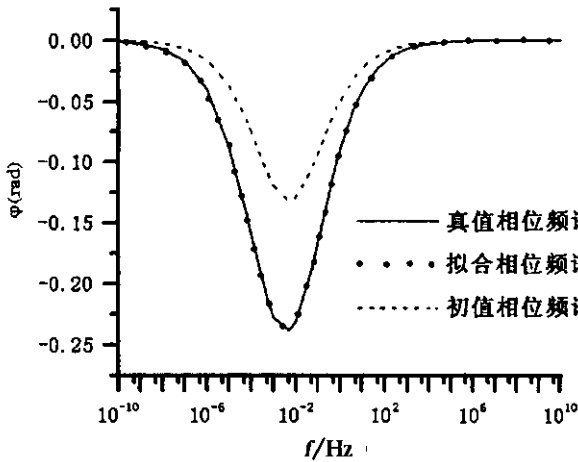
对于由视复电阻率频谱直接得到真频谱参数的 Cole - Cole 模型组合的反演,我们分极化围岩的激电参数是已知和未知两种情况考虑。

2.1 围岩参数已知时的反演

对于背景资料比较丰富的勘探地区,在反演时只求目标极化体的激电参数,而把极化围岩的激电参数作为已知量,这样可以减少反演参数个数,提高反演效率和准确性。通过试算发现这种反演方式效果很好,图1为固定围岩参数后的反演结果,可以看出在这组反演中初始模型和目标真值差别较大,但这时反演结果与目标理论真值仍然拟合的很好。

2.2 围岩参数是未知量时的反演

对于缺少背景资料或者事先难以测定极化围岩激电参数的勘探地区,就必须把围岩激电参数也作为未知量进行反演。当所有参数都未知时,从式(2)中可知需要参加反演的参数有 $m_1, \tau_1, c_1, m_2, \tau_2, c_2, \rho_0$ 和



图中目标参数真值为:

$$\beta_2 = 0.5, \tau_2 = 1000s, c_2 = 0.4, m_2 = 0.9, \rho_0 = 100 \Omega \cdot m$$

反演初始参数值为:

$$\beta_2 = 0.05, \tau_2 = 0.1s, c_2 = 0.1, m_2 = 0.5, \rho_0 = 200 \Omega \cdot m$$

反演后的参数值为:

$$\beta_2 = 0.5000289, \tau_2 = 999.8994s, c_2 = 0.3999996,$$

$$m_2 = 0.8999927, \rho_0 = 99.99990 \Omega \cdot m$$

目标函数值为: 8.3900181E-10

围岩参数为: $\tau_1 = 100s, c_1 = 0.4, m_1 = 0.6$

图1 围岩参数已知时的反演结果

Fig. 1 The inversed result when the background parameters are given.

β_2 此时的问题是,反演参数增多使计算效率和准确率下降,而且反演结果对参数初始值依赖很强;另外,由于 m, τ, β_2 这三个参数彼此具有很强的相关性^[4],同时作为未知数来反演时得不到准确的结果,必须预先固定 m, τ, β_2 中的某一参数。在这三个参数中稀释系数 β_2 与地电断面及供电装置的几何形状、大小、位置等多种因素有关,难以估计;时间常数 τ 是评价激电异常的关键参数,是反演的主要对象,而有可能通过物性测量或根据相似地电条件的工作经验,事先求得或估计出的参数是极化率 m 。所以可以固定目标极化体和围岩的 m 值而反演其它参数。按这个方案用大量的理论数据进行了反演试算,下面列举几个算例来说明其反演效果。

在表1的算例中选用同一组参数真值,较大程度的改变参数初值,看是否能得到相同的反演结果。图2中的四个曲线图是表征表1中算例相位频谱拟合程度。计算中固定围岩极化率 m_1 和目标体极化率 m_2 为0.05和0.6。从算例A到D其参数的初值与真值相差越来越大; τ_2 的初值与真值最大相差1000倍(0.5~500s); c_2 初值与真值的最大差是0.1~0.6,这也是激电效应中频率相关系数的一般变化范围; β_2 初值与真值的最大差是0.05~0.5; ρ_0 的初值与真值最大差是20~2000 Ωm 。极化围岩的激电参数变化率较小,因此这里其初真值相差也较小。

表1 固定极化率值后的反演算例

算例编号	数据属性	τ_2/s	c_2	τ_1/s	c_1	β_2	$\rho_0/\Omega \cdot m$
全部算例	真值	500	0.6	1	0.6	0.5	2000
	初值	100	0.4	10	0.4	0.3	1000
A	结果	499.9996	0.6000	1.0000	0.6000	0.5000	2000.0000
	目标函数值		0.0000000000837222				
B	初值	50	0.3	20	0.3	0.2	500
	结果	500.0014	0.6000	1.0000	0.6000	0.5000	2000.0002
C	目标函数值		0.000000017951350				
	初值	5	0.2	30	0.2	0.1	100
D	结果	500.0001	0.6000	1.0000	0.6000	0.5000	2000.0000
	目标函数值		0.0000000000002242				
D	初值	0.5	0.1	40	0.1	0.05	20
	结果	500.0016	0.6000	1.0000	0.6000	0.5000	2000.0004
	目标函数值		0.000000026100908				

从反演得到的结果中可以看出虽然各组的参数初值之间以及与参数真值相差都较大,但是各组的反

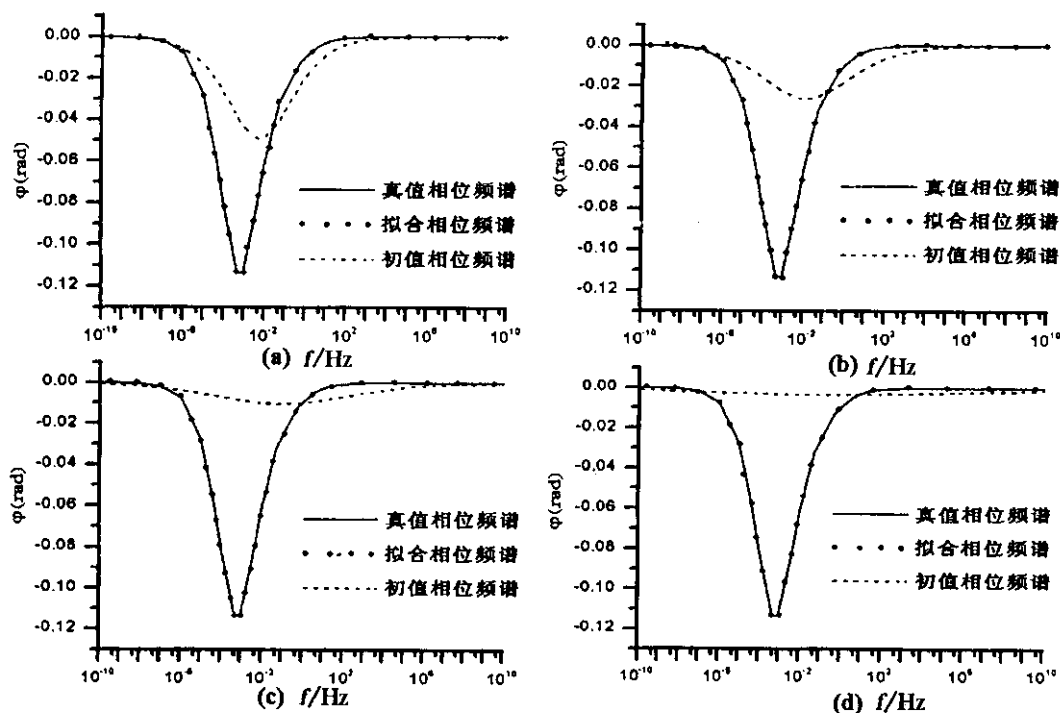


图2 固定极化率 m_1 m_2 后的反演结果

Fig.2 The inversed result when values of polarizability m_1 and m_2 are given.

演结果却几乎是相同的,都与参数真值相差无几;各组的反演目标函数值也都收敛于预先确定的小数(10^{-8})。从图2(a)~(d)中各组的相位频谱拟合情况可以看到初始频谱越来越偏离真值频谱,但是不管差别多大,反演后得到的相位频谱都与真值频谱完全拟合上了。这说明即使参数初值远离真值反演也能成功,可以看出在理论上这种反演方案是完全可行的。

3 结束语

按 Cole - Cole 模型组合和稀释系数理论得到的 SIP 正演公式(2),解决了从视复电阻率频谱中直接得到真频谱参数的问题。然而由于反演参数的增加,使得反演的准确性和稳定性受到影响。如果只反演目标极化体激电参数,可以得到较好的反演结果,但是对于背景资料缺乏或背景围岩激电参数难以事先测定的勘探地区,由于 m π β 三个参数彼此具有很强的相关性,同时反演围岩和目标体所有 SIP 参数的方案是不可行的。我们选用了固定目标体和围岩体的极化率,对复电阻率频谱进行最优化联合反演,同时得到其它 SIP 参数的反演方案。大量理论试算表明当极化率固定为真值时,这种反演方案稳定性好、准确率高、计算速度快、对参数初值依赖性小,因此是一种可行的 SIP 反演方法。当然在此方法中仍有一些问题,主要是目标体和围岩体极化率的确定对反演结果的影响较大,准确的确定极化率以及减少其对反演结果的影响是一个有待进一步讨论的问题。

[参考文献]

- [1] Pelton W H , Ward S H , Hallof P G , et al . . Mineral discrimination and removal of inductive coupling with multifrequency IP[J]. Geophysics , 1978 **43**(3) 588 - 609.
- [2] Liu Song , Vozoff K. The complex resistivity spectra of models consisting of two polarizable media of different intrinsic properties[J]. Geophysical prospecting ,1985 ,**33** :1029 - 1062.
- [3] 罗延钟,张桂青. 频率域激电法原理[M]. 北京 :地质出版社,1988.
- [4] 张桂青. 柯尔—柯尔模型复频谱的最优化反演[A]. 见:傅良魁主编. 电法勘探文集[C]. 北京:地质出版社,1986. 233 - 245.
- [5] 刘崧,官善友,高鹏飞. 求极化椭圆体真 Cole - Cole 参数的联合谱激电反演[J]. 地球物理学报,1994 **37**(增刊2) 542 - 551.
- [6] 刘崧,薛继安,徐建华. 求地下真柯尔—柯尔参数的研究[J]. 物探与化探,2000 **24**(1) 51 - 61.
- [7] J Xiang , N B Jones , D Cheng et al . . Direct inversion of the apparent complex - resistivity spectrum[J]. Geophysics , 2001 **66**(5) :1399 - 1404.
- [8] Heikki soiminen. The behavior of the apparent resistivity phase spectrum in the case of two polarizable media[J]. Geophysics , 1985 **50**(5) : 810 - 819.
- [9] 罗延钟,吴之训. 谱激电法中频率相关系数的应用[J]. 地球物理学报,1992 **35**(4) :490 - 499

JOINT SPECTRAL OPTIMIZATION INVERSION USING COMBINATION OF COLE - COLE MODELS FOR SIP REAL PARAMETERS

ZHANG Hui , LI Tong-lin

(College of Geo-Exploration Science and Technology , Jilin University , Changchun 130026 , China)

Abstract :The relations between SIP real parameters of underground anomalous body and apparent complex resistivity spectra can be expressed by the combination of Cole - Cole models and dilute coefficient. In this paper , we use the modeling expression to compare several SIP inversion schemes with Cole - Cole model , and bring forward a new inversion scheme , it is fixing the polarizability of polarizable object body and adjacent rock , then simultaneously inverse other SIP parameters. Through a great deal theoretic checking computations , we find when polarizability is fixed , this inversion scheme has good stability , veracity and velocity.

Key words :Combination of Cole - Cole model ; Joint optimization inversion ; Dilute coefficient ; SIP real parameter