

# 小波分析在电磁数字化资料分析处理中的应用

宋治平<sup>1</sup>, 武安绪<sup>2</sup>, 马钦忠<sup>1</sup>, 冯志生<sup>3</sup>, 周华根<sup>1</sup>, 赵振林<sup>1</sup>

(1. 上海市地震局, 上海 200062; 2. 北京市地震局, 北京 100081;

3. 江苏省地震局, 江苏 南京 250014)

摘要: 基于小波变换理论, 分析了数字信号  $f(x)$  近似地表示为近似部分  $a_k^j f(x)$  与分解(或细节)部分  $d_k^j f(x)$  的理论, 建立了数字化资料的干扰识别与消除、高频信息与低频信息提取的分析方法。本文给出了小波分析方法应用于电磁数字化前兆的实例, 说明小波变换可作为电磁数字化资料分析处理的一种有效方法。

关键词: 小波变换; 电磁数字化资料; 前兆干扰; 高频与低频

中图分类号: P315.61 文献标识码: A 文章编号: 1000-0844(2004)01-0038-06

## 0 引言

小波变换是一种新的变换分析方法, 它的主要特点是通过变换能够充分突出问题某些方面的特征<sup>[1, 2]</sup>。小波变换理论在地球物理与勘探等方面得到广泛应用<sup>[3-12]</sup>。在数字化地震学资料处理过程中, 刘希强、郑治真、沈萍等对天然地震与爆破地震波的识别进行了研究<sup>[13-15]</sup>; 在地震前兆的分析与地震活动性方面也有人开展了一些研究<sup>[16-22]</sup>; 但在电磁数字化前兆资料的分析处理方面, 该方法有待开发与应用。

电磁前兆的数字化资料较模拟资料具有信息量大与干扰多的缺点。主要存在如下几类干扰: (1) 有规律的环境干扰, 如电磁资料与白天、黑夜的背景噪声等; (2) 因仪器、外界原因以及人为因素造成的突跳、阶跃、畸变等; (3) 由于电磁前兆仪器精度的提高, 前兆观测能记录到许多远大震或近中小地震的面波, 形成同震效应。如何识别与消除干扰是应用数字化前兆资料进行地震预测的基础问题。而如何分离电磁数字化前兆中的高频与低频信息以及如何识别地震的趋势与短期异常, 是电磁数字化前兆资料分析应用中的又一个重要问题。

由于小波方法对数字化前兆资料的干扰的识别与消除以及对不同频率的信息识别功能较强, 因此本文在分析小波变换理论的基础上, 对电磁数字化资料的干扰消除、高频信息提取、趋势与短期异常识别等方面进行应用, 为电磁数字化资料的分析处理提供一种新的有效方法。

## 1 小波变换及资料处理方法

### 1.1 小波变换简介<sup>[1]</sup>

设函数  $\Psi(t) \in L^2(R)$ , 满足如下条件:

$$\int_R \Psi(t) dt = 0 \quad (1)$$

其中  $\Psi(t)$  为基本小波。引入尺度因子(伸缩因子)  $a$  和平移因子  $b$ ,  $a, b \in R$ , 且  $a \neq 0$ 。

函数  $f(t) \in L^2(R)$  的连续小波变换  $CWT_{a,b}$  (Continue Wavelet Transform) 定义为

$$CWT_{a,b} = \int_R f(t) \overline{\Psi_{a,b}(t)} dt = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_R f(t) \overline{\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (2)$$

其中  $\overline{\Psi(t)}$  为  $\Psi(t)$  的共轭函数 如果  $\Psi(t)$  为实数 则  $\overline{\Psi(t)} = \Psi(t)$ 。

在连续小波变换式(2)中,  $CWT_{a,b}$  中的参数  $a$  和  $b$  都是连续变化的值。实际应用中, 信号  $f(t)$  是离散序列  $a$  与  $b$  也需要离散化, 成为离散小波变换  $DWT$  (Discrete Wavelet Transform)。即

$$DWT_{a,b} = \int_R f(t) \Psi_{m,n}(t) dt \tag{3}$$

在实际资料处理中, 一般采用  $a = 2^k$ 。随着  $k$  的增加, 信号从最高频向低频分解。当  $k = 0$  时, 信号为采样频率  $k = 1$  时将频率二等分, 依此类推。

### 1.2 高频与低频信息识别基础

对于数字信号  $f(x)$  可以近似地表示为

$$f(x) \cong A_j f(x) = a_k^j f(x) + d_k^j f(x) \tag{4}$$

其中  $a_k^j f(x)$  与  $d_k^j f(x)$  分别为信号  $f(x)$  在分辨率为  $j$  时的近似部分与分解 (或细节) 部分, 正交展开系数  $a_k^j$  与  $d_k^j$  分别为离散近似与离散细节。Mallat 算法就是  $a_k^j$  与  $d_k^j$  分别满足如下关系:

$$\begin{cases} a_k^j = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \bar{h}_{2n-i} a_i^{j-1} \\ d_k^j = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \bar{g}_{2n-i} a_i^{j-1} \end{cases} \tag{5}$$

而 Mallat 的重构算法为

$$a_k^{j-1} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} h_{n-2i} a_i^j + \sum_{i=-\infty}^{\infty} g_{n-2i} d_i^j \tag{6}$$

其中  $h_n$  与  $g_n$  分别是尺度函数和小波函数的滤波器, 并且  $\bar{h}_n = h_{-n}$ ,  $\bar{g}_n = g_{-n}$ 。

在地球物理领域, Morlet 小波应用比较广泛。因此我们在分析处理前兆信号时, 初步采用 Morlet 小波<sup>[1]</sup>。

### 1.3 频率分析

小波变换系数  $a_k^j$  与  $d_k^j$  实际上是窗口小波变换。当  $j$  固定时, 随着  $k$  的变化,  $a_k^j$  与  $d_k^j$  都占满了整个时间域, 而且没有重叠。随着  $j$  的变化,  $d_k^j$  占满了整个频率域, 也没有重叠。

设信号  $f(x)$  在时间域  $[0, T]$  中采样, 共采了  $N$  个点, 采样间隔为  $\Delta t = T/N$ 。  $\{f_i\} (i = 0, 1, \dots, N-1)$  的频带为  $[0, \Omega]$ ; 求出近似部分的系数  $\{a_k^0\} (k = 0, 1, \dots, N-1)$  其频带也为  $[0, \Omega]$ , 而  $a_k^j$  与  $d_k^j (j = 1, 2, \dots, k = 0, 1, \dots, 2^j - 1)$  的频带如何呢?  $a_k^0$  频带为  $[0, \Omega]$ ;  $a_k^1$  的频带为  $[0, \Omega/2]$ ;  $d_k^1$  的频率为  $[\Omega/2, \Omega]$ 。以此类推,  $a_k^j$  与  $d_k^j$  的频带分别为  $[0, \Omega/2^j]$  与  $[\Omega/2^j, \Omega/2^{j-1}]$ 。

### 1.4 高频与低频信息识别思路

由于数字化前兆的观测精度提高, 在干扰因素排除后对趋势异常与短期异常的识别与分离也是一大问题, 而通过小波变换方法可对不同频率范围内的信息 (或高频与低频信息) 进行识别与分解。根据公式(4)以及小波分解的近似部分  $a_k^j f$  与细节部分  $d_k^j f$  与频率的关系 (图 1), 对观测资料进行近似部分 (低频) 与细节部分 (高频) 信息分离。根据观测量的物理含义, 在分析干扰因素的基础上, 从近似部分中确定出趋势变化信息, 从细节部分识别出短期异常。

## 2 小波分析在电磁数字化资料中的应用

由于电磁数字化前兆具有高精度的优点, 同时又有高干扰的缺点, 因此对电磁学科数字化资料干扰的识别与消除、高频信息的提取、短期异常的提取等方面的方法研究尤为重要。以地电场和电阻率资料为例进行分析。

### 2.1 规律性信息的识别

以上海崇明台大地电场 2002 年 7 月的数据为例。由于大地电场观测资料中包含白天与黑夜不同的

背景噪声、以半日波和半月波为主的固体潮汐(或海潮)等规律性较强的信息,因此可应用小波分析进行识别。

图2(a)给出了崇明大地电场2002年7月1~30日的观测值。从这些观测数据中,可识别出白天与黑夜不同的背景噪声(图2(b)),同时还包含半月与半日的海潮信息(图2(c)),可见应用小波分析较容易分辨出规律性较强的背景噪声与海潮汐信息。

### 2.2 背景噪声的消除

上海崇明台的大地电场观测中,背景噪声非常突出,其中白天的背景噪声大,而夜间噪声也存在,但不突出。应用小波方法可对这类噪声进行识别

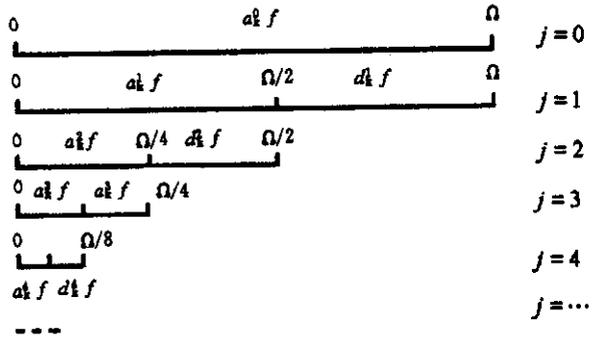


图1 小波分解的近似部分、细节部分与频率的关系

Fig. 1 Relation among frequency approximation signal and detail signal of wavelet decomposition.

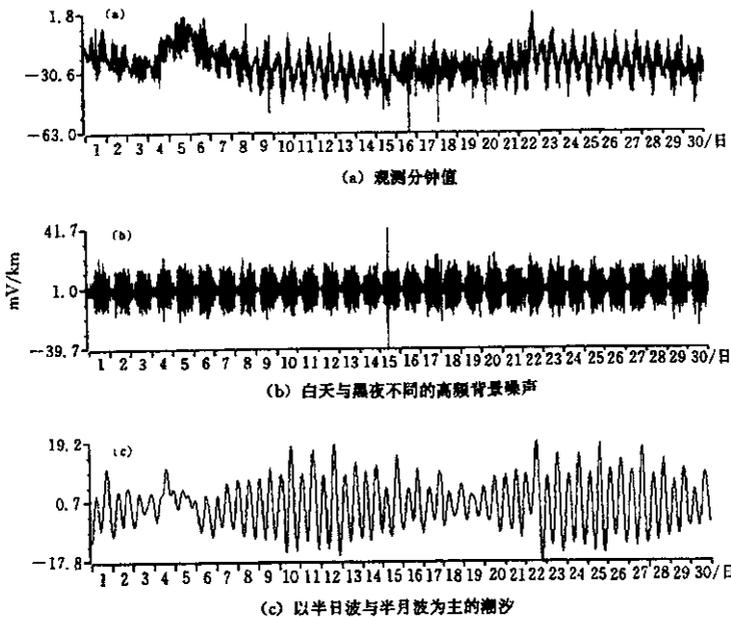


图2 上海崇明大地电场2002年7月数字化资料的规律信息的识别

Fig. 2 Discrimination of regularity signals from digital data of telluric current at Chongming station Shanghai, in July, 2002.

和消除。图3(a)给出了上海崇明台的大地电场2002年5月24~31日的分钟观测值,图3(b)为高频背景噪声,图3(c)为去除噪声后的曲线。图3说明小波方法对背景噪声的识别与去除是非常有效的。

另外,在观测环境中断电、仪器标定等均可对前兆数字化观测数据产生干扰,均可应用小波变换方法进行识别与排除。

### 2.3 不同频率的地震异常的提取

在实际资料处理过程中首先确定资料的分辨率,即观测值是日值、时值、分钟值或是秒钟值,然后应用小波变换对高频与低频信息进行分离,根据不同频率范围的信息反映的不同物理含义,确定出不同频率范围内的短期异常。

由于崇明大地电场资料中包含海潮信息,因此可应用小波分析对固体潮汐中半日波、日波、半月波等



析表明,在震前2小时至十几小时存在前驱波现象。本文应用小波分析对大震前的扰动波的开始时间进行了初步识别。图5(a)给出了江苏新沂地电阻率的EW向记录的2001年11月14日昆仑山口西8.1级地震的同震效应及震前信息。可见8.1级地震的同震效应非常明显,在震前1天左右存在明显的扰动波(也可能是8.1级地震的短临信息),在震前10天左右(即11月5日)存在不明显的扰动波。对2001年11月1~30日的整点值进行小波分析,识别出1小时左右与10小时左右周期内的扰动信息。由图5(b)可见,在8.1级地震前10天左右(即11月5日04时)就开始出现一系列周期为1小时左右的扰动信息;而在震前几小时,即14日0时开始出现非常明显周期为10小时左右扰动波信息(图5(c))。

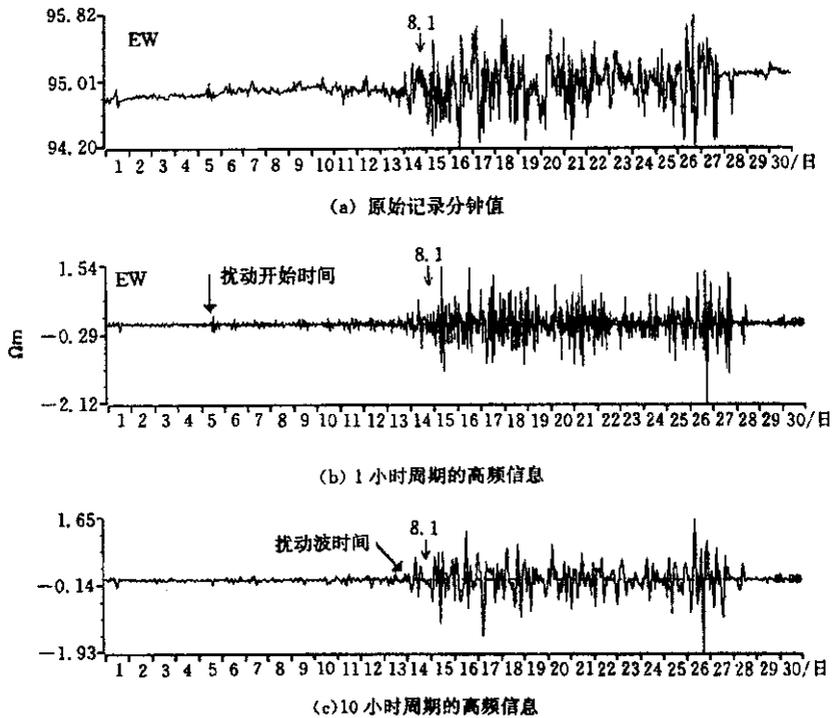


图5 江苏省新沂地电阻率EW向记录的2001年11月14日  
昆仑山口西8.1级地震的同震效应及其震前信息的识别

Fig. 5 Coseismic effect of west Kunlunashan Pass  $M$  8.1 earthquake and discrimination of informations before the earthquake recorded by the EW component of earth resistivity at Xinyi station, Jiangsu Province.

关于这些扰动信息是否是大震前的短临信息问题值得进一步研究。如果应用小波变换对大震前的扰动信息进行系统研究,对认识大震前的短临异常研究无疑是有益的。

### 3 结论

以上分析了小波变换中数字信号 $f(x)$ 近似地表示为近似部分 $a_k^j(f(x))$ 与分解(或细节)部分 $d_k^j(f(x))$ 的理论,即 $f(x) \cong a_k^j(f(x)) + d_k^j(f(x))$ ,为电磁学科数字化资料的高频信息与低频信息的识别与分离提供了理论基础,并阐明了应用小波方法对高频与低频信息的识别思路。对电磁学科数字化资料中典型干扰的识别与排除、高频与低频信息识别、趋势与短期异常提取、大震的同震效应及其震前扰动信息(如前驱波等)等多方面进行了分析,研究表明,小波变换方法对电磁学科数字化资料的处理分析具有较强的功能,可将小波分析作为电磁学科数字化资料分析处理的一种新的有效方法。

① 冯志生,杨从杰,梅卫萍,等.江苏省地震前兆观测资料干扰特征的初步认识.见江苏省2003年度地震趋势研究报告.2002.

## [ 参考资料 ]

- [ 1 ] 冉启文, 谭立英. 小波分析与分数傅里叶变换及应用 [ M ]. 北京: 国防工业出版社, 2002. 1—244.
- [ 2 ] 郑治真, 沈萍, 杨选辉, 等. 小波变换及其 MATLAB 工具的应用 [ M ]. 北京: 地震出版社, 2001. 1—156.
- [ 3 ] Morlet J G, Arens G, Fourgeau E. Wave propagation and sampling theory: complex signal and scattering in multi-layered media [ J ]. *Geophysics*, 1982, **47**( 2 ): 203—211.
- [ 4 ] Grossmann A, Morlet J. Decomposition of hardy function into square integrable wavelets of constant shape [ J ]. *SIAM J. Math. Anal.*, 1984, **15**: 723—726.
- [ 5 ] Meyer Y. Principe D'incertitude bases Hilbertiennes et Algebra D'Operateur. Bourbaki Seminaire [ J ]. *Asterisque* ( Societe Mathematique de France ), 1985, **2**: 662—690.
- [ 6 ] Daubechies I. Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets [ J ]. *Communication on Pure and Applied Math.*, 1988, **41**: 990—996.
- [ 7 ] Mallat S. Multiresolution Approximations and Wavelet Orthogonal Bases of  $L^2(\mathbb{R})$  [ J ]. *IEEE. Trans. AMS.*, 1989, **315**: 68—87.
- [ 8 ] Rongfeng Zhang, Tadeusz J Ulrych. Physical wavelet frame denoising [ J ]. *Geophysics* 2003, **68**( 1 ): 225—231.
- [ 9 ] 高静怀, 汪文秉, 朱光明, 等. 地震资料处理中小波函数的选取研究 [ J ]. *地球物理学报*, 1996, **39**( 3 ): 392—400.
- [ 10 ] 侯遵泽, 杨文采. 中国重力异常的小波变换与多尺度分析 [ J ]. *地球物理学报*, 1997, **40**( 1 ): 85—95.
- [ 11 ] 李鲲鹏, 刘业新, 李衍达, 等. 小波变换的过零点特性与地震勘探信号的信噪比和分辨率 [ J ]. *地球物理学报*, 1997, **40**( 4 ): 561—569.
- [ 12 ] 杨文采, 施志群, 侯遵泽, 等. 离散小波变换与重力异常多重分解 [ J ]. *地球物理学报*, 2001, **44**( 4 ): 534—541.
- [ 13 ] 刘希强, 周惠兰, 郑治真, 等. 基于小波包变换的弱震相识别方法 [ J ]. *地震学报*, 1998, **20**( 4 ): 373—380.
- [ 14 ] 郑治真, 沈萍, 谢水. 从 Gabor 变换到小波分析 [ J ]. *中国地震*, 1996, **12**( 3 ): 237—242.
- [ 15 ] 沈萍, 郑治真, 刘希强, 等. 小震的综合识别研究 [ J ]. *地震学报*, 2002, **24**( 2 ): 169—175.
- [ 16 ] 杜兴信. 基于小波变换的动态地震活动周期分析 [ J ]. *地震*, 1997, **17**( 3 ): 257—264.
- [ 17 ] 张永志, 丁平王, 继英梁, 等. 河西重力变化的小波分解与地震活动关系的研究 [ J ]. *地壳形变与地震*, 1997, **17**( 3 ): 26—32.
- [ 18 ] 张永志, 王文萍. 华北定点形变的小波分析与地震活动研究 [ J ]. *地壳形变与地震*, 1999, **19**( 3 ): 48—54.
- [ 19 ] 严尊国, 陈俊华, 钱家栋, 等. 二进小波变换在地震前兆信号频率分解中的应用 [ J ]. *地震*, 2000, **20**( 增刊 ): 76—81.
- [ 20 ] 邵辉成, 杜兴信, 金学申, 等. 小波分析在地震趋势预测中的应用 [ J ]. *中国地震*, 2000, **16**( 1 ): 48—52.
- [ 21 ] 李金龙. 小波变换方法及其应用 [ J ]. *地震*, 2001, **21**( 3 ): 91—97.
- [ 22 ] 刘峡, 张学民. 小波变换与地震信号特征分析 [ J ]. *地震*, 2002, **22**( 3 ): 51—57.

## APPLICATION OF WAVELET TRANSFORM TO ANALYZE PRECURSORY DIGITAL DATA IN ELECTROMAGNETISM

SONG Zhi-ping<sup>1</sup>, WU An-xu<sup>2</sup>, MA Qin-zhong<sup>1</sup>,  
FENG Zhi-shen<sup>3</sup>, ZHOU Hua-gen<sup>1</sup>, ZHAO Zhen-lin<sup>1</sup>

( 1. *Seismological Bureau of Shanghai, Shanghai 200062, China*; 2. *Seismological Bureau of Beijing, Beijing 100080, China*; 3. *Seismological Bureau of Jiangsu, Nanjing 210014, China* )

**Abstract** : On the theory of wavelet transform, a digital signal  $f(x)$  which can be denoted approximately to an approximation signal  $a_j^i f(x)$  and a detail signal ( or decomposition signal )  $d_k^i f(x)$  is analyzed theoretically, and a method for discriminating and removing noises of precursory digital data, and separating high-frequency and low-frequency information from original recording signals is proposed. In the paper, some samples for the method applying to precursory digital data in electromagnetism are given. The study shows that wavelet analysis is a new available method to deal with digital data in electromagnetic precursors.

**Key words** : Wavelet transform ; Digital data in electromagnetism ; Noise of precursor ; High-frequency and low-frequency