第24卷 第2期
2002年6月
西北地震学报
NORTHWESTERN SEISMOLOGICAL JOURNAL
Vol. 24 No. 2
June, 2002

上地幔各向异性的反演方法

阮爱国[1,2]，王椿镛[1]

(1. 中国地震局地球物理研究所, 北京 100081;
2. 中国地震局地质研究所博士后流动站, 北京 100029)

摘要: 详细推导了弱各向异性介质的地震波速, 在此基础上介绍了用 Pn 震相研究上地幔各向异性的几种具体算法; 推导了用 SKS 震相和 ScS 震相反演上地幔各向异性的方法、优缺点及几种方法的相互关系.

关键词: 各向异性; 上地幔; 反演

中图分类号: P315.3[+]1 **文献标识码**: A **文章编号**: 1000-0844(2002)02-0104-09

1 弱各向异性介质中的地震波速度

1.1 本征值及本征矢量

设莫霍界面具有弱的方位各向异性(小于10%), 并在一级近似条件下设群速度与相速度具有相同的方位函数. 建立直角坐标系: x_1 向北; x_2 向东; x_3 铅垂向下. 设各向异性是均匀的, 质量密度 ρ 也是均匀的, $\boldsymbol{S}$ 为体波位移矢量, ω 为角频率, $\boldsymbol{k}$ 为传播矢量, 其单位矢量为 $\upsilon = \boldsymbol{k}/k$. 由弹性几何关系, 应变张量与位移的关系为

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial S_i}{\partial x_j} + \frac{\partial S_j}{\partial x_i}\right) \tag{1}$$

应力与应变的线弹性本构关系为

$$T_{ij} = \rho \Gamma_{ijkl}\sigma_{kl} \tag{2}$$

动力学方程为

$$\rho \frac{\partial^2 S_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \tag{3}$$

对于简谐波, 由动力学方程得

$$(\Gamma_{ijkl}\upsilon_j\upsilon_k) S_l = c^2 S_i \tag{4}$$

其中相速度 $c = \omega / k$.

令

$$B_{il} = \Gamma_{ijkl}\upsilon_j\upsilon_k \tag{5}$$

$$B = c^2 \tag{6}$$

则式(4)可改写成

$$B_{il}S_l = BS_i \tag{7}$$

收稿日期: 2001-09-10
作者简介: 阮爱国(1963-), 男(汉族), 浙江温岭人, 博士, 副研究员, 主要从事电性、弹性各向异性研究.
基金项目: 国家重点基础研究发展规划项目《大陆强震机理与预测》子课题《川滇地区活动地块的深部结构与强震活动的关系》(95-13-02-03); 中国地震局地球物理研究所论著编号: 02AC2007.

B_{il} 是一个 3×3 矩阵, 它的 3 个本征值 B 代表了 3 个体波在 υ 方向上的相速度的平方, 对应的 3 个本征矢量 $S_i^{(1)}$、$S_i^{(2)}$、$S_i^{(3)}$ 给出了 3 个偏振方向. 对于弱各向异性介质, 弹性模量可以表示为各向同性介质的弹性模量加上扰动量

$$\Gamma_{ijkl} = \Gamma_{ijkl}^{(0)} + \gamma_{ijkl} \tag{8}$$

$$\Gamma_{ijkl}^{(0)} = (c_{\mathrm{p}}^2 - 2c_{\mathrm{s}}^2)\delta_{ij}\delta_{kl} + c_{\mathrm{s}}^2(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \tag{9}$$

其中的 c_{p} 和 c_{s} 分别为各向同性介质的 P 波速度和 S 波速度. 对于弱各向异性, 要求扰动量满足 $\gamma_{ijkl} \ll c_{\mathrm{s}}^2$. 将(9)式代入(5)式得

$$B_{il}^0 = (c_{\mathrm{p}}^2 - c_{\mathrm{s}}^2)\upsilon_i\upsilon_l + c_{\mathrm{s}}^2\delta_{il} \tag{10}$$

因此对于弱各向异性有

$$B_{il} = B_{il}^0 + b_{il};\quad b_{il} = \gamma_{ijkl}\upsilon_j\upsilon_k \tag{11}$$

当 $b_{il} \neq 0$ 时, 方程(7)的解可以写成

$$\begin{cases} B = B^{(0)} + B^{(1)} + \cdots\cdots \\ S_i = S_i^{(0)} + S_i^{(0)} + \cdots\cdots \end{cases} \tag{12}$$

其中的 $B^{(0)}$、$S_i^{(0)}$ 是$b_{il} = 0$ 的解, 也就是各向同性介质的解. 如果 $B^{(0)}$ 是非退化的(只有一个本征矢量), 选取 $S_i^{(0)}$ 为单位矢量, 由式(11)、(12)和(7), 并取前 2 项近似, 得

$$b_{il}S_l^{(0)} = B^{(1)}S_i^{(0)} \tag{13}$$

等式两边乘 $S_i^{(0)}$ 得

$$B^{(1)} = b_{il}S_i^{(0)}S_l^{(0)} \tag{14}$$

如果 $B^{(0)}$ 具有二维本征空间的退化(对应 2 个本征矢量), 设 $S_i^{(\mathrm{SH})}$、$S_i^{(\mathrm{SV})}$ 为正交的单位矢量, 并满足 $B_{il}^{(0)}S_l^{(0)} = B^{(0)}S_i^{(0)}$. 在式(12)中设 $S_i^{(0)} = \alpha S_i^{(\mathrm{SH})} + \beta S_i^{(\mathrm{SV})}$, 因此有

$$b_{ij}(\alpha S_l^{(\mathrm{SH})} + \beta S_l^{(\mathrm{SV})}) = B^{(1)}(\alpha S_i^{(\mathrm{SH})} + \beta S_i^{(\mathrm{SV})})$$

上式两边乘以 $S_i^{(\mathrm{SH})}$ 或$S_i^{(\mathrm{SV})}$, 并利用正交性($S_i^{(\mathrm{SH})}S_i^{(\mathrm{SV})} = 0$), 得

$$\begin{bmatrix} S_i^{(\mathrm{SH})}b_{il}S_l^{(\mathrm{SH})} & S_i^{(\mathrm{SH})}b_{il}S_l^{(\mathrm{SV})} \\ S_i^{(\mathrm{SV})}b_{il}S_l^{(\mathrm{SH})} & S_i^{(\mathrm{SV})}b_{il}S_l^{(\mathrm{SV})} \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha \\ \beta\end{bmatrix} = B^{(1)}\begin{bmatrix}\alpha \\ \beta\end{bmatrix} \tag{15}$$

1.2　各向异性界面上 Pn 的速度

根据式(12), P 波的速度可以表示为

$$V_{\mathrm{P}}^2 = C_{\mathrm{p}}^2 + B^{(1)} + 2\text{阶近似量度} \tag{16}$$

就 P 波而言, 其振动方向与传播方向一致, 即 $S_i^{\mathrm{P}} = \upsilon_i$. 将其与式(11)代入式(14)得

$$B^{(1)} = \gamma_{ijkl}\upsilon_j\upsilon_k S_i^{\mathrm{P}}S_l^{\mathrm{P}} = \gamma_{ijkl}\upsilon_i\upsilon_j\upsilon_k\upsilon_l \tag{17}$$

设 P 波沿水平界面传播, 相对正北(顺时针)方位角为 φ, 即

$$(\upsilon_1, \upsilon_2, \upsilon_3) = (\cos\varphi, \sin\varphi, 0) \tag{18}$$

在一阶近似下展开式(17), 得

$$\begin{aligned} V_{\mathrm{P}}^2 = C_{\mathrm{P}}^2 + B^{(1)} = C_{\mathrm{P}}^2 + \gamma_{1111}\cos^4\varphi + 4\gamma_{1112}\cos^3\varphi\sin\varphi + \\ (2\gamma_{1122} + 4\gamma_{1212})\cos^2\varphi\sin^2\varphi + 4\gamma_{1222}\cos\varphi\sin^3\varphi + \gamma_{2222}\sin^4\varphi \end{aligned} \tag{19}$$

利用三角恒等式将式(19)简化成如下形式:

$$V_{\mathrm{P}}^2 = C_{\mathrm{P}}^2 + A + C\cos 2\varphi + D\sin 2\varphi + E\cos 4\varphi + F\sin 4\varphi \tag{20}$$

且有

$$\begin{cases} A = \dfrac{1}{8}(3\gamma_{1111} + 2\gamma_{1122} + 4\gamma_{1212} + 3\gamma_{2222}) \\ C = \dfrac{1}{2}(\gamma_{1111} - \gamma_{2222}) \\ D = \gamma_{1112} + \gamma_{1222} \\ E = \dfrac{1}{8}(\gamma_{1111} - 2\gamma_{1122} - 4\gamma_{1212} + \gamma_{2222}) \\ F = \dfrac{1}{2}(\gamma_{1112} - \gamma_{1222}) \end{cases} \tag{21}$$

注意以上是以弹性模量的扰动量 γ_{ijkl} 加上各向同性波速 C_P^2 来表示各向异性的波速 .为了应用的方便,根据式(8),用一般的各向异性弹性模量 $C_{ijkl} = \rho\Gamma_{ijkl}$ 表示时,式(20)中的各向同性的波速 C_P^2 将隐于弹模而在方程中消失.经推导得

$$\rho V_P^2 = A + C\cos 2\varphi + D\sin 2\varphi + E\cos 4\varphi + F\sin 4\varphi \tag{22}$$

其中

$$\begin{cases} A = \dfrac{1}{8}(3c_{1111} + 2c_{1122} + 4c_{1212} + 3c_{2222}) \\ C = \dfrac{1}{2}(c_{1111} - c_{2222}) \\ D = c_{1112} + c_{1222} \\ E = \dfrac{1}{8}(c_{1111} - 2c_{1122} - 4c_{1212} + c_{2222}) \\ F = \dfrac{1}{2}(c_{1112} - c_{1222}) \end{cases} \tag{23}$$

1.3 各向异性界面上 Sn 的速度

设有 S 波沿界面传播,其传播方向仍由式(18)表述.这时 SV 波偏振方向在铅垂平面内且与 x_3 轴重合,而 SH 波的偏振在水平面内且与传播方向垂直,所以有

$$S_1^{(SV)} = S_2^{(SV)} = 0,\quad S_3^{(SV)} = 1;$$

$$S_1^{(SH)} = -\upsilon_2 = -\sin\varphi,\quad S_2^{(SH)} = \upsilon_1 = \cos\varphi,\quad S_3^{(SH)} = 0$$

上述偏振关系可以简洁地表示为

$$S_i^{(SH)} = -\varepsilon_{im3}\upsilon_m,\quad S_i^{(SV)} = \delta_{i3} \tag{24}$$

其中 ε_{ijk} 是三阶次序张量,顺循环时其值为1,反循环时为 -1,其它为0,并且有下列公式

$$\varepsilon_{im3}\varepsilon_{ln3}\upsilon_m\upsilon_n = \delta_{il} - \delta_{i3}\delta_{l3} - \upsilon_i\upsilon_l \tag{25}$$

如果 V_S 是各向异性S首波速度,C_S 为各向同性S波速度,由式(15)得:$V_S^2 - C_S^2 = B^{(1)}$.这时可能有2个本征值,设为 $B_1^{(1)}$、$B_2^{(1)}$.根据数学定理,我们知道 $T(\varphi) = B_1^{(1)} + B_2^{(1)}$ 为本征矩阵 B_{il} 的迹(即两主元素之和),而 $\Delta(\varphi) = B_1^{(1)}B_2^{(1)}$ 为本征矩阵的行列式.由式(15)我们有

$$T(\varphi) \equiv B_1^{(1)} + B_2^{(1)} = S_i^{(SH)}b_{il}S_l^{(SH)} + S_i^{(SV)}b_{il}S_l^{(SV)};$$

$$\begin{aligned}\Delta(\varphi) \equiv B_1^{(1)}B_2^{(1)} &= S_i^{(SH)}b_{il}S_l^{(SH)}S_m^{(SV)}b_{mn}S_n^{(SV)} - S_i^{(SH)}b_{il}S_l^{(SV)}S_m^{(SV)}b_{mn}S_n^{(SH)} \\ &= \gamma_{ijkl}\gamma_{mpqn}[S_i^{(SH)}S_l^{(SH)}S_m^{(SV)}S_n^{(SV)} - S_i^{(SH)}S_l^{(SV)}S_m^{(SV)}S_n^{(SH)}]\upsilon_j\upsilon_k\upsilon_p\upsilon_q\end{aligned}$$

将(23)、(24)、(25)式代入上式得

$$T(\varphi) = \gamma_{ijkl}\upsilon_j\upsilon_k(\delta_{il} - \upsilon_i\upsilon_l) = \gamma_{ijki}\upsilon_j\upsilon_k - \gamma_{ijkl}\upsilon_i\upsilon_j\upsilon_k\upsilon_l \tag{26}$$

$$\Delta(\varphi) = \gamma_{ijk3}\gamma_{3pql} - \gamma_{ijkl}\gamma_{3pq3} + \gamma_{mijkm}\gamma_{3pq3}\delta_{il} - \gamma_{mjk3}\gamma_{3pqm}\delta_{il})\upsilon_i\upsilon_j\upsilon_k\upsilon_l\upsilon_p\upsilon_q \tag{27}$$

设 $V_{S1}(\varphi)$、$V_{S2}(\varphi)$ 为水平向传播的S 波速度, 并引入式(19)的本征值, 即有

$$\begin{cases} T(\varphi) = B_1^{(1)} + B_2^{(1)} = (V_{S1}^2 - C_S^2) + (V_{S2}^2 - C_S^2) \\ Q(\varphi) = B^{(1)} = V_P^2 - C_P^2 \end{cases}$$

由式(26)、(17)、(18)得

$$T(\varphi) + Q(\varphi) = V_{S1}^2 + V_{S2}^2 + V_P^2 - C_P^2 - 2C_S^2 = \gamma_{ijki}\upsilon_j\upsilon_k = \\ \gamma_{i11i}\cos^2\varphi + 2\gamma_{i12i}\cos\varphi\sin\varphi + \gamma_{i22i}\sin^2\varphi \tag{28}$$

将式(28)展开, 并引入式(20)、(21), 有

$$T(\varphi) = (V_{S1}^2 - C_S^2) + (V_{S2}^2 - C_S^2) = \frac{1}{8}(\gamma_{1111} + \gamma_{2222} + 4\gamma_{3113} + 4\gamma_{1212} + 4\gamma_{2323} - 2\gamma_{1122}) + \\ \frac{1}{2}(\gamma_{3113} - \gamma_{2323})\cos 2\varphi + \gamma_{1323}\sin 2\varphi - E\cos 4\varphi - F\sin 4\varphi$$

对于铅垂平面内沿水平方向(由 x_1, x_2 表述)传播的波, SH 波在 x_1x_2 平面内偏振, 所以与 x_3 轴无关; 而SV 波不光与传播方向有关, 而且因其偏振方向在铅垂平面内且与 x_3 轴一致, 所以它与三个轴都有关. 因此可以根据弹性模量的指标, 将上式分解为两个式子, 从而得到两种剪切波的速度表达

$$V_{SH}^2 - C_S^2 = \frac{1}{8}[\gamma_{1111} + \gamma_{2222} - 2(\gamma_{1122} - \gamma_{1212})] - E\cos 4\varphi - F\sin 4\varphi \tag{29}$$

$$V_{SV}^2 - C_S^2 = \frac{1}{2}(\gamma_{1313} + \gamma_{2323}) + \frac{1}{2}(\gamma_{1313} - \gamma_{2323})\cos 2\varphi + \gamma_{1323}\sin 2\varphi \tag{30}$$

为了应用的方便, 根据(8)式, 用一般的各向异性弹性模量($C_{ijkl} = \rho\Gamma_{ijkl}$)表示时, 上述两式中的各向同性的波速 C_S^2 将隐于弹模而在方程中消失. 经推导得

$$\rho V_{SH}^2 = \frac{1}{8}[c_{1111} + c_{2222} - 2(c_{1122} - c_{1212})] + \frac{1}{8}[-c_{1111} + 2(c_{1122} + 2c_{1212}) - \\ c_{2222}]\cos 4\varphi + \frac{1}{2}(-c_{1112} + c_{1222})\sin 4\varphi \tag{31}$$

$$\rho V_{SV}^2 = \frac{1}{2}(c_{1313} + c_{2323}) + \frac{1}{2}(c_{1313} - c_{2323})\cos 2\varphi + c_{1323}\sin 2\varphi \tag{32}$$

至此我们得到了弱各向异性介质中水平方向传播的 P 波、SH 波和 SV 波的速度与传播方位的关系式, 即式(22)、(31)和(32), 为用首波方法来反演上地幔顶部莫霍面的各向异性做好了准备.

2　Pn 波各向异性分析方法

2.1　简单的时间项法

根据文献[1~3], 时间项分析法的基本原理是将 P 波折射走时分成 3 个独立的部分. 设震源在 i 点, 台站为 j 点, 理论折射走时为

$$t_{ij} = a_i + a_j + \frac{D_{ij}}{V_P} \tag{33}$$

其中 a_i、a_j 分别是i 点和j 点的延迟时间, D_{ij} 是等效走滑距离, V_P 是折射波速. 考虑到折射面的起伏, 分别在入射点和出射点上对界面作切线, 由震中和台站向两条切线作垂线. 两垂足之间的距离定义为 D_{ij}. 由上覆层造成的延迟时间定义为

$$a_i = \frac{h_j \cos \gamma_i}{V_0} \tag{34}$$

其中 h_i 为台站或震中到切线垂直距离, γ_i 为入射角(一般取为临界角), V_0 为上覆层波速. 如果上覆层波速为深度的函数 $U(z)$, 则延迟时间可以写成

$$a = \int \frac{(V_P^2 - U^2(z))^{\frac{1}{2}}}{V_P U(z)} dz \tag{35}$$

时间项分析就是通过最小二乘法来拟合式(33), 从而求出延迟时间、折射波速度. 据其命名可知, 关键在于迟延时间的分析. 简单时间项分析的条件是: 通过预先对观测剖面进行合理的设计, 使得一个震源被几个不同的台站观测到, 而一个台站又观测到不同的震源, 使得独立的延迟时间项个数因为大量重复而相对观测量来说变得很少. 在此条件下简单时间项法可直接应用最小二乘法求解未知量. 在式(33)中折射波速度不要求为常量, 可以是横向变化的, 也可以是各向异性的. 就我们关心的各向异性问题, 应用式(20), 我们可将式(33)改写:

$$t_{ij} = a_i + a_j + \frac{\Delta_{ij}}{V_m} + \frac{1}{2V_m^3}(R_i + R_j - \Delta_{ij}) \times$$
$$(C \cos 2\theta + D \sin 2\theta + E \cos 4\theta + F \sin 4\theta) \tag{36}$$

其中 θ 是水平面内传播方向与正北顺时针夹角; R_i、R_j 为两点的偏移距离, 即震源或台站与折射点之间的水平距离; Δ_{ij} 为震中距. 在上述推导中将折射波速度分为平均速度和扰动两部分:

$$V_P^2 = V_m^2 + d(V_P^2) \tag{37}$$

$$\begin{cases} V_m^2 = C_P^2 + A \\ d(V_P^2) = C \cos 2\theta + D \sin 2\theta + E \cos 4\theta + F \sin 4\theta \end{cases} \tag{38}$$

用最小二乘法求解式(36), 待求未知量为: 平均波速、与波速扰动量有关的系数. 对延迟时间项、距离偏移项可根据有关信息, 设定试探量, 通过对拟合方差的分析来选取最佳值.

2.2 延迟时间函数法

考虑到实际的大量资料是不符合简单时间项分析法的条件, 分析中会出现很多不同的延迟时间项, 为此函数法[4] 放弃了式(36)中各点延迟时间的独立性, 将其设为台站和震中位置的函数. 最常用的是多项式加上双傅里叶级数:

$$a(x, y) = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 y^2 + a_5 xy + \cdots\cdots + \sum_{p=1}^{N}\sum_{q=1}^{N}\{b_{pq}\sin(pu_x)\sin(qv_y) +$$
$$c_{pq}\sin(pu_x)\cos(qv_y) + d_{pq}\cos(pu_x)\sin(qv_y) + e_{pq}\cos(pu_x)\cos(qv_y)\} \tag{39}$$

其中的 u_x 和v_y 为表示界面起伏的规则化因子. 通常对多项式取一阶, 双傅氏级数取4阶, 这时需求解的未知量有: 平均波速、扰动量的4个系数、时间项的3个多项式系数和64个傅氏级数的系数, 共计72个. 对偏移距离仍用试探法确定.

函数法的缺点是: 首先要求资料的空间分布有一定的规则, 否则延迟时间函数不稳定; 其次傅氏级数中的基本波长与参考坐标方位有关; 最后如果要提高傅氏解的精度, 待定系数将迅速增加, 解的稳定性降低.

2.3 马赛克时间项分析法

马赛克(Mozaic)时间项分析法[2] 的基本原则与简单时间项分析法完全一样, 但将原先“点”或“台”的概念变成“面”的概念. 也就是说在一定的小区域内, 各点的延迟时间定为一个常数, 从而大大减少未知量个数. 整个研究区域由这些小区域(马赛克)构成, 其划分由其他信息

确定,例如可由重力图来确定一套马赛克,可以由地质构造来选一套马赛克,也可应用地形、地磁资料等,形成几种不同的方案来分别进行分析研究.划分的原则是:一是相同的延迟时间尽可能多地被应用,以减少未知量;二是对各向异性而言,观测方位的覆盖面越广、越均匀越好.

Crampin(1977)[5] 在实际应用上述方法时,为了能较好地确定各向异性对称轴方位,作了如下处理:将式(37)改写成

$$V^2 = V_m^2 + C\cos 2\theta + D\sin 2\theta + E\cos 4\theta + F\sin 4\theta \tag{40}$$

其中的常数是各向异性介质的 6 个弹性模量组合而成, θ 是水平面内传播方向与正北的顺时针夹角.另一方面,如果 θ 是水平面内传播方向相对对称轴的顺时针夹角,则 P 波速度表示

$$V^2 = V_m^2 + C'\cos 2\theta + E'\cos 4\theta \tag{41}$$

第一种方法是将式(41)代入式(36)直接拟合,但需要初定一个方位使之在可能的对称轴分布范围内.寻找最小拟合差所对应的对称轴方位.为了直接找出对称轴,可采用下面的方法:设对称轴、射线相对正北夹角分别为 α、θ,因此可用 $\theta-\alpha$ 代替式(41)中的 θ,推得

$$\begin{aligned} V^2 = V_m^2 &+ (C'\cos 2\alpha)\cos 2\theta + (C'\sin 2\alpha)\sin 2\theta + \\ &(E'\cos 4\alpha)\cos 4\theta + (E'\sin 4\alpha)\sin 4\theta \end{aligned} \tag{42}$$

对比式(40)与式(42),立即有

$$\alpha = \frac{1}{2}\arctan(D/C) \tag{43}$$

$$\alpha = \frac{1}{4}\arctan(F/E) \tag{44}$$

因此第二种方法是将式(40)代入式(36)作最小二乘法拟合后,可由式(43)或(44)计算对称轴方位.再利用式(42)将式(40)转化为式(41).但根据 Crampin 等(1977)的研究[5],式(44)的结果较差,主要原因是上述拟合式中的系数 E 很小,难以确定.

2.4 视速度法

由于时间项分析法实际做起来比较麻烦,所需求解的未知量太多,Vetter 和 Minster(1981)提出一种简洁的视速度法[6].它研究的是视速度随方位的变化,要求的条件是射线的覆盖方位要全面、均匀.按 20°间隔对资料进行分组,对每一组资料按线性方法进行视速度的拟合:

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^{N} W_i^{-1}\left| t_0 + \frac{\Delta_i}{V_{ap}} - t_i \right|}{\sum_{i=1}^{N} W_i^{-1}} \tag{45}$$

选取残差小的拟合结果.其中的 W_i 为权系数,并将最小二乘的不确定性作为线性拟合的不确定性.然后将结果作成平均视速度方位分布图(以 20°为间隔),最后在极坐标下用最小二乘法拟合成椭圆,其长轴即为各向异性最大速度方向.

3 SKS 波各向异性分析方法

SKS 波是核幔边界上出射的SV 型波, , .

, ,

, . , , S 波发生了分裂, . SKS 波的上述特点我们可以采用下述方法来研究各向异性的主要参数: S 偏振方向、 [7].

. 1,

、 : $S_1 = \cos\beta, S_2 = \sin\beta$, 、 , 、

$$A_{R,1} = \cos^2\beta,\ A_{R,2} = \sin^2\beta \tag{46}$$

、

$$A_{T,1} = \sin\beta\cos\beta,\ A_{T,2} = -\sin\beta\cos\beta \tag{47}$$

β .

SV 波的形式为 $\cos\omega t$, (46) (47)

$$\begin{cases} R(t) = \cos^2\beta\cos\omega t + \sin^2\beta\cos(\omega t - \omega\delta t) \\ T(t) = \sin\beta\cos\beta[\cos\omega t - \cos(\omega t - \omega\delta t)] \end{cases} \tag{48}$$

δt 是快、 .

SKS 为长周期波, $\omega\delta t \ll 1$. (48)

$$\begin{cases} R(t) \approx \cos\omega t \\ T(t) \approx -\frac{1}{2}\omega\delta t\sin 2\beta\sin\omega t \end{cases} \tag{49}$$

(49)

$$T(t) = \frac{1}{2}\delta t\sin 2\beta R'(t) \tag{50}$$

, .

SKS 波震相, .

( ).

1: , , S 波发生了分裂,

; , ,

.

2: (50) , , .

S 波分裂参数的具体作法如下: :

$$T(t) = f(t) * R(t) \tag{51}$$

(48)

$$F(\omega) = \frac{1}{2}\sin 2\beta\frac{1 - \exp(-i\omega\delta t)}{\cos^2\beta + \sin^2\beta\exp(-i\omega\delta t)} \tag{52}$$

、 , φ(,)

δt, (52) (51) T^*, :

$$E(\varphi, \delta t) = \left[\frac{1}{N}\sum\frac{\int[T(t) - T^*(t, \delta t, \varphi)]^2 dt}{\int R^2(t)dt}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{53}$$

φ δt 作为快 S 偏振方向和快、 . , (52)

β , , φ_0,

$\beta = \varphi_0 - \varphi$. N 是地震记录个数. , φ ,

, 、 .

， 、 ，
， φ δt 作为快 S 偏振方向和快、 .

4 ScS 波的分裂参数计算

4.1 旋转相关法

旋转相关法的基本原理是[8,10]： 、 ， ，
、 ， ；
， ， .
： ， ， $0^\circ \sim 180^\circ$
， ， （
）、 . ，
， . $\Delta\varphi =$
2°， $\tau = 0 \sim 2$ s， $\Delta\tau = 0.2$ s.

$$C(\varphi, \delta t) = \sum_{m=1}^{M} U_x(mt) U_y(mt - \delta t) \tag{54}$$

4.2

[9]： ，
. ，
，
、 .

$$C(\varphi, \delta t) = \begin{bmatrix} Var(x) & Cov(x, y) \\ Cov(x, y) & Var(y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \tag{55}$$

$$\begin{cases} Cov(x, y) = \dfrac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} [U_x(mt) - \bar{U}_x][U_y(mt) - \bar{U}_y] \\ Var(x) = Cov(x, x) \\ Var(y) = Cov(y, y) \end{cases} \tag{56}$$

2 种方法虽然作法不一样， . （54）
， （55） c_{12} 最大. ， （55） （ 0）
2 个特征值乘积， 2 个特征值之和为矩阵的迹， θ ， （ $\lambda_2 < \lambda_1$ ）

$$\lambda_1 \lambda_2 = c_{11} c_{22} - c_{12}^2 \tag{57}$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = \theta = \text{constant} \tag{58}$$

（57） ， c_{12} 越大， . ：
.
（58） ， . ：
.

$$\lambda_{1,2} = \frac{\theta \pm \sqrt{\theta^2 - 4(c_{11} c_{22} - c_{12}^2)}}{2} \tag{59}$$

c_{12} 越 大，λ_2 越 小（λ_1 越 大）. ：

.

， . ， 2 种方法不光可以用于ScS 波的分裂研究， SKS 等其它剪切波的分裂， SKS 波有其独特性，

.

[ ]

[1] Willmore P L, Bancroft A M. The time-term approach of refraction seismology[J]. J G R, 1960, (3): 419—432.

[2] Bamford D. Mozaic time-term analysis[J]. J G R, 1976, astr. (44): 433—446.

[3] Bamford D, Karlsruhe. Refraction data in western German—A time—Term interpretation[J]. Zeitschrift fur Geophysik, 1973, Ban (39): 907—927.

[4] Raitt R W, Shor G G, et al.. Anisotropy of the Pacific mantle[J]. J G R, 1969, (74): 3095—3109.

[5] Crampin S, Bamford D. Inversion of P wave velocity anisotropy[J]. J G R, 1977, astr. (49): 123—132.

[6] Vetter U, Minster. Pn Velocity anisotropy in southern California[J]. B S S A, 1981, **71**(5): 1511—1530.

[7] Vinnik L P, Farra V, Romanowicz B. Azimuthal anisotropy in the earth from observations of SKS at Geoscope and NARS broadband station[J]. B S S A, 1989, **79**(5): 1542—1558.

[8] Bowman J R, Masataks A. Shear-wave splitting in the upper-mantle wedge above the Tonga subduction zone[J]. J G R, astr. (88): 25—41.

[9] Silver, Chan. Shear wave splitting and subcontinental mantle Deformation[J]. J G R, 1991, 16429—16454.

[10] , . (II)—— [J]. , 1994, **10**( ): 22—32.

THE INVERSION METHODS OF THE UPPER MANTLE ANISOTROPY

RUAN Ai-guo[1,2], WANG Chun-yong[1]

(1. *Institute of Geophysics*, *CSB*, *Beijing* 100081, *China*; 2. *Post Doctoral Working Station of Institute of Geology*, *CSB*, *Beijing* 100029, *China*)

Abstract: Based on the detail derivation of seismic wave velocity in weak anisotropy medium, some calculation methods using Pn phase to upper mantle anisotropy are introduced; the inversion approaches of upper mantle anisotropy using SKS and ScS phases are illustrated and their advantages or disadvantages and relations are also analyzed.

Key words: **Anisotropy**; **Upper mantle**; **Inversion method**