

非均匀半无限介质中振荡电偶极子地表电场的理论公式和计算方法

韩德胜¹, 赵和云²

(1. 中国地震局地球物理研究所, 北京 100081;
2. 中国地震局兰州地震研究所, 甘肃 兰州 730000)

摘要:根据 Maxwell 方程, 首先引入赫兹矢量, 导出了层状介质中电偶极子源激发电场的亥姆霍兹方程和边界条件, 并对其进行求解, 得到了地表电场表达式. 对于分布有断层的层状介质根据 Maxwell 方程, 引入格林张量, 导出了地表电场的积分表达式. 从而为地电场变化的数值模拟研究提供了理论公式.

关键词:非均匀介质; 层状模型; 积分方程; 地表电场

中图分类号:P310.1 **文献标识码:**A **文章编号:**1000-0844(2001)04-0346-08

0 引言

多年来, 与地震孕育发生过程有关的地电场研究主要集中在 2 个方面: 一是实验研究, 证实了岩石受力时可以产生电磁信号^[1-5]; 二是实际观测, 国内外学者在地表的确观测到了一些与地震在时、空上有某种联系的电磁异常信息^[6-15]. 然而, 关于地下发出的电磁信号能否传播到地表被记录, 其与地壳的电性结构、信号源强度、频率和埋深的关系等问题都有待进一步研究, 特别对地表地震电磁异常的分布规律以往研究的更少. 基于这些急待解决的科学问题, 作者用振荡电偶极子来模拟信号源, 采用积分方程法, 对 2 种地壳介质模型选取不同参数进行了理论计算. 本文推导出了有关的理论公式并指出了计算方法. 根据理论公式进行的数值模拟研究结果将另文介绍.

1 层状介质模型中的偶极子电场

1.1 波动方程的推导

取二层介质模型, 假设各层磁导率都与空气磁导率 μ_0 相同, 每层为各向同性介质, 电导率和介电常数分别为 σ_i 和 ϵ_i ($i = 0, 1, 2$), 坐标等如图 1 所示. 模拟震源产生电信号的电流偶极矩为 \vec{P} , 位于第二层中, 埋深为 h_2 , 第一层的厚度为 h_1 . 要讨论的是 \vec{P} 在地表所产生的电场.

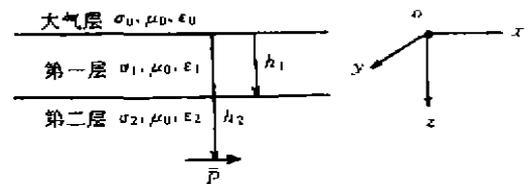


图 1 层状介质模型

Fig. 1 Layered model.

收稿日期: 2001-02-12

作者简介: 韩德胜(1973-), 男(汉族), 内蒙临河人, 硕士, 主要从事地磁观测及理论研究

对于谐变电场(即所有的有关电磁场的物理量均包含 $e^{-i\omega t}$ 因子),引入电磁场势函数 \vec{A} 和 Φ ,洛伦兹条件为: $\nabla \cdot \vec{A} + \mu\epsilon \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \mu\sigma\Phi = 0$.再引入赫兹矢量 $\vec{\Pi}$,并令 $\Phi = -\nabla \cdot \vec{\Pi}$,则当 $\vec{A} = \mu\epsilon \frac{\partial \vec{\Pi}}{\partial t} + \mu\sigma \vec{\Pi}$ 时,洛伦兹条件自动满足.由此可从麦克斯韦方程推得赫兹矢量 $\vec{\Pi}$ 所满足的非齐次波动方程:

$$\nabla^2 \vec{\Pi} + k^2 \vec{\Pi} = -\frac{j}{\alpha} \quad (1)$$

其中: $\mu\epsilon\omega^2 + i\mu\sigma\omega = k^2$, $\alpha = \sigma - i\omega\epsilon$

1.2 方程的求解

非齐次波动方程的一般解由特解加上齐次方程的通解组成.对于所考虑的水平层状介质中的谐变电场,在空气($z < 0$)和第一层介质中($0 \leq z < h_1$)的 $\vec{\Pi}_0$ 和 $\vec{\Pi}_1$,应满足:

$$\nabla^2 \vec{\Pi}_0 + k_0^2 \vec{\Pi}_0 = 0 \quad (z \leq 0), \quad \nabla^2 \vec{\Pi}_1 + k_1^2 \vec{\Pi}_1 = 0 \quad (0 < z \leq h_1) \quad (2)$$

在 $z \geq h_1$ 的区域内, $\vec{\Pi}_2$ 满足非齐次波动方程(1).即:

$$\nabla^2 \vec{\Pi}_2 + k_2^2 \vec{\Pi}_2 = -\frac{j}{\alpha} \quad (z > h_1) \quad (3)$$

式(1)的特解 $\vec{\Pi}^p$ 为:

$$\vec{\Pi}^p = \frac{e^{-i\omega t}}{4\pi\alpha} \int \frac{\vec{j}(x', y', z') e^{ikr'}}{r'} dV' \quad (4)$$

其中: V' 为偶极子源的分布区域(本文有关场源的量都以右上角加撇来表示); r' 是偶极子源上某一点到空间任意一点的距离; $\vec{j}(x', y', z')$ 为偶极源在 (x', y', z') 处的电流密度.

偶极源可以有 x 、 y 和 z 3种不同的取向.现以 x 向偶极源为例讨论其解.对于第二层介质,由式(4)可得特解:

$$\vec{\Pi}_{2,x}^p = \frac{j_0 l}{4\pi\alpha} \frac{e^{i(k_2 R - \omega t)}}{R} \quad (5)$$

其中: l 为偶极子长度, $R = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - h_2)^2}$.在交流电法勘探中,由场源变化电流产生的电磁场称为一次场,而由感应产生的场称为二次场,非齐次波动方程的特解相当于一次场,

而相应齐次方程的通解相当于二次场.所以当一次场只有 x 分量时,二次场的 $\vec{\Pi}$ 可设为^[16]:

$$\vec{\Pi}^s = i \vec{\Pi}_x^s + k \vec{\Pi}_z^s, \quad \vec{\Pi}_y^s = 0 \quad (6)$$

在谐变电场中,由麦氏方程、赫兹矢量的定义 $\Phi = -\nabla \cdot \vec{\Pi}$ 和 $\vec{A} = \mu\epsilon \frac{\partial \vec{\Pi}}{\partial t} + \mu\sigma \vec{\Pi}$,可得到总场:

$$\vec{H} = \frac{k^2}{i\omega\mu} \nabla \times \vec{\Pi}, \quad \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{\Pi}) + k^2 \vec{\Pi}^2 \quad (7)$$

由于一次场仅有 x 分量, 而二次场仅有 x 和 z 分量, 显然介质中总场 $\bar{\Pi}$ 只有 x 和 z 分量在界面上磁场和电场的切向分量连续, 可得 H_x, H_y, E_x 和 E_y 的边界条件. 再由索末菲积分

$$\frac{e^{ikR}}{R} = \int_0^{\infty} \frac{s}{u} e^{-u|z-h_2|} J_0(s\rho) ds$$

可将特解式(5)写成:

$$\bar{\Pi}_{2,x}^p = c \int_0^{\infty} \frac{s}{u_2} e^{-u_2(h_2-z)} J_0(s\rho) ds \quad (8)$$

其中: $J_0(s\rho)$ 是零阶贝塞尔函数, ρ 为柱坐标中的径向分量, 且有:

$$c = \frac{j_0 l e^{i\omega t}}{4\pi\alpha}, \quad u_2 = \sqrt{s^2 - k_2^2}, \quad R = \sqrt{\rho^2 + (z - h_2)^2} \quad (9)$$

首先求取式(6)中赫兹矢量的 x 分量 $\bar{\Pi}_{j,x}$ ($j = 0, 1, 2$). 由边值关系可以看出, 当一次场 $\bar{\Pi}_{2,x}^p$ 只有零阶贝塞尔函数时, $\bar{\Pi}_{1,x}$ 和 $\bar{\Pi}_{0,x}$, 也只能仅含有零阶贝塞尔函数, 所以可令解的形式为:

$$\begin{aligned} \bar{\Pi}_{2,x} &= \bar{\Pi}_{2,x}^p + \bar{\Pi}_{2,x}^s = \\ &= \bar{\Pi}_{2,x}^p + \int_0^{\infty} [f_2(s)e^{u_2(z-z')} + g_2(s)e^{-u_2(z-z')}] J_0(s\rho) ds \quad (z > h_1) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\bar{\Pi}_{1,x} = \int_0^{\infty} [f_1(s)e^{u_1(z-z')} + g_1(s)e^{-u_1(z-z')}] J_0(s\rho) ds \quad (0 \leq z \leq h_1) \quad (11)$$

$$\bar{\Pi}_{0,x} = \int_0^{\infty} [f_0(s)e^{u_0(z-z')} + g_0(s)e^{-u_0(z-z')}] J_0(s\rho) ds \quad (z < 0) \quad (12)$$

当 $z \rightarrow \pm \infty$ 时, $\bar{\Pi}_x$ 为有限值, 所以有: $g_0(s) = 0, f_2(s) = 0$.

利用式(8)及 $\bar{\Pi}$ 满足的边值关系, 可将式(10)~(12)中的系数全部求出. 它们分别是:

$$f_1 = \frac{1}{2} \lambda_1 (1 + \lambda_2) e^{(u_1 - u_0)z'} f_0, \quad g_1 = \frac{1}{2} \lambda_1 (1 - \lambda_2) e^{(-u_1 - u_0)z'} f_0$$

$$f_0 = \frac{4cs}{u_2 D} e^{u_2(h_1-z')}, \quad g_2 = \frac{1}{2} \lambda_3 e^{u_1(h_1-z')} [(1 - \lambda_4) e^{(u_1 h_1 - u_1 z')} f_1 + (1 + \lambda_4) e^{(-u_1 h_1 - u_1 z')} g_1]$$

其中: $D = \lambda_1 \lambda_3 [(1 + \lambda_4)(1 + \lambda_2) e^{u_1 h_1 - u_0 z'} + (1 - \lambda_4)(1 - \lambda_2) e^{-u_0 z' - u_1 h_1}]$

$$\lambda_1 = \frac{k_0^2}{k_1^2}, \quad \lambda_2 = \frac{u_0}{u_1}, \quad \lambda_3 = \frac{k_1^2}{k_2^2}, \quad \lambda_4 = \frac{u_1}{u_2}, \quad u_r = \sqrt{s^2 - k_r^2} \quad (13)$$

以下求取 $\bar{\Pi}$ 的 z 分量. 从边值关系中可以看出, 求 z 分量时需要对贝塞尔函数求微商, 由于 $J_0'(x) = -J_1(x)$, 故赫兹矢量的 z 分量只能含有一阶贝塞尔函数. 可令它们有如下形式:

$$\bar{\Pi}_{i,z} = \cos \varphi \left[\int_0^{\infty} p_i(s) e^{u_i |z-z'|} + q_i(s) e^{-u_i |z-z'|} \right] J_1(s\rho) ds \quad (i = 0, 1) \quad (14)$$

考虑到 $z \rightarrow \pm \infty$ 时, 即 $\bar{\Pi}_z = 0$, 即 $q_0(s) = 0, p_2(s) = 0$, 再根据边值关系可求出:

$$p_0 = \frac{2B + (\lambda_3 + \lambda_4) e^{u_1 h_1} A - (\lambda_3 - \lambda_4) e^{-u_1 h_1} A}{(\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_3 + \lambda_4) e^{u_1 h_1 - u_0 z'} + (\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_4) e^{-u_1 h_1 - u_0 z'}}$$

$$p_1 = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2)e^{(u_1 - u_0)z'} p_0 - \frac{1}{2}Ae^{u_1 z}$$

$$q_1 = \frac{1}{2}(\lambda_1 - \lambda_2)e^{(-u_1 - u_0)z} p_0 + \frac{1}{2}Ae^{-u_1 z}$$

$$q_2 = \lambda_3 e^{(u_1 - u_2)(h_1 - z)} p_1 + \lambda_3 e^{(-u_1 - u_2)(h_1 - z)} q_1$$

其中: $A = \frac{1}{u_1}(sf_0 e^{-u_0 z} - sf_1 e^{-u_1 z} - sg_1 e^{u_1 z})$,

$$B = \frac{1}{u_2}(sf_1 e^{u_1(h_1 - z)} + sg_1 e^{-u_1(h_1 - z)} - \frac{cs^2}{u_2} e^{u_2(h_1 - z)} - sg_2 e^{-u_2(h_1 - z)})$$

现已求出 $\bar{\Pi}_x$ 和 $\bar{\Pi}_z$ 分量的表达式, 根据下述公式即可求得任意一点的电场值:

$$E_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \bar{\Pi}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\Pi}_z}{\partial z} \right) + k^2 \bar{\Pi}_x \quad (15)$$

$$E_y = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \bar{\Pi}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\Pi}_z}{\partial z} \right) \quad (16)$$

$$E_z = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \bar{\Pi}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\Pi}_z}{\partial z} \right) + k^2 \bar{\Pi}_z \quad (17)$$

偶极源沿 y 方向时, $\bar{\Pi}$ 解法与上面基本相同, 只是 $\bar{\Pi}$ 只有 y 和 z 分量; 偶极源沿 z 方向时, $\bar{\Pi}$ 只有 z 分量. 在此不在赘述.

2 有断层存在时层状模型中的偶极子电场

有高导断层存在时的介质模型如图2所示, 其中: h_1 为第一层厚度, h_2 为偶极源 \vec{P} 所处深度, σ_i 和 ϵ_i ($i = 0, 1, 2$) 分别为空气、第一层和第二层的电导率和磁导率, σ_f 和 ϵ_f 分别为断层带的电导率和磁导率. 对于该模型中的偶极子电场可以用积分方程法来求解.

2.1 积分方程的推导

由于导电地球介质中振荡电磁信号具有趋肤效应, 因此极高频的电磁信号不可能传播到地表. 以下推导中忽略位移电流, 引入谐变因子 $e^{-i\omega t}$, Maxwell 方程组中的2个旋度方程可写为:

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu_0 \vec{H}(\vec{r}) \quad (18)$$

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}) = \sigma(\vec{r})\vec{E}(\vec{r}) + \vec{j}(\vec{r}) \quad (19)$$

其中: \vec{j} 为偶极源电流密度, $\sigma\vec{E}$ 为无偶极源处由电场强度决定的电流密度.

对式(18)取旋度后与式(19)合并, 并令 $k^2 = -i\omega\mu\sigma$, 可得:

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) + k^2 \vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu_0 \vec{j}(\vec{r}) \quad (20)$$

再令: $\sigma_f = \sigma_a + \sigma_n$, $k^2 = k_a^2 + k_n^2$, $\vec{E} = \vec{E}_a + \vec{E}_n$ (21)

其中: σ_n 为原层状介质相应点处的电导率; σ_a 为有断层存在时相应点相对于原层状介质电导率的增量, 显然它在断层外为零; \vec{E}_n 为在电偶极子 \vec{P} 作用下原层状介质中的电场强度; \vec{E}_a 为

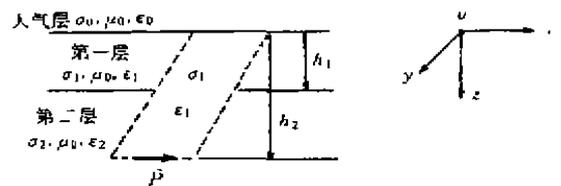


图2 有断层存在的层状介质模型

Fig 2 Layered model with a fault.

有断层存在时相应于原层状介质电场分布的增量; $k_a^2 = -i\omega\mu_0\sigma_a$, $k_n^2 = -i\omega\mu_0\sigma_n$. 则 \vec{E}_n 满足下式:

$$\nabla^2 \vec{E}_n(\vec{r}) + k_n^2 \vec{E}_n(\vec{r}) = i\omega\mu_0 \vec{j}(\vec{r}) \quad (22)$$

且当 $z \rightarrow \infty$ 时, $\vec{E}_n \rightarrow 0$. 由式(20)、(21)和(22)可得:

$$\nabla^2 \vec{E}_a(\vec{r}) + (k_a^2 + k_n^2) \vec{E}(\vec{r}) = k_n^2 \vec{E}_n(\vec{r}) \quad (23)$$

即:
$$\nabla^2 \vec{E}_a(\vec{r}) + k_n^2 \vec{E}_a(\vec{r}) = -k_a^2 \vec{E}(\vec{r}) \quad (24)$$

引入格林矢量 $\vec{\Gamma}_i(\vec{r}, \vec{r}')$ ($i = 1, 2, 3$), 令其满足:

$$\nabla^2 \vec{\Gamma}_i + k_n^2 \vec{\Gamma}_i = \vec{x}_i \delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (25)$$

且在无穷远处等于零. 式中 \vec{x}_i 代表沿 i 方向的单位矢量. 将式(24)乘以 $\vec{\Gamma}_i$, 减去式(25)乘以 \vec{E}_a , 并利用下式

$$\int_V |\vec{U} \cdot \nabla^2 \vec{V} - \vec{V} \cdot \nabla^2 \vec{U}| d\tau = \oint_S |(\vec{n} \times \vec{V}) \cdot \nabla \times \vec{U} - (\vec{n} \times \vec{U}) \cdot \nabla \times \vec{V}| dA$$

(其中: $d\tau$ 代表体积元, dA 为面元, \vec{n} 为垂直 dA 方向向外的单位矢量) 和 $\vec{\Gamma}_i$ 、 \vec{E}_a 在无穷远的边界边件可得:

$$E_{a,i}(\vec{r}') = - \int_V k_a^2 \vec{\Gamma}_i(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{E}_a(\vec{r}) d\tau \quad (i = 1, 2, 3)$$

将 \vec{E}_a 的 3 个分量合并, 再利用式(24)可得到积分方程:

$$\vec{E}(\vec{r}') = \vec{E}_n(\vec{r}') - \int_V k_a^2 \vec{\Gamma}_i(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{E}(\vec{r}) d\tau \quad (26)$$

式中: $\vec{\Gamma}$ 为格林张量. 利用格林张量的互易性, 有 $\vec{\Gamma}(\vec{r}, \vec{r}') = \vec{\Gamma}(\vec{r}', \vec{r})$. 用 $\vec{\Gamma}(\vec{r}', \vec{r})$ 代替式(26)中的格林张量, 并对调 \vec{r} 和 \vec{r}' , 得到:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_n(\vec{r}) - \int_V k_a^2 \vec{\Gamma}(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{E}(\vec{r}') d\tau \quad (27)$$

式(27)是第二类弗雷德霍姆积分方程. 因为断层外 k_a^2 为零, 体积积分只作用于断层体内. 其中: \vec{E}_n 是偶极子场源 \vec{P} 在原层状介质中的 \vec{r} 点产生的电场, $\vec{E}(\vec{r})$ 为点的总电场. 显然如果格林张量已知, 解式(27)积分方程就可算出任意点的电场值.

2.2 格林张量求解方法

对于格林张量的各元素 $\Gamma_{ij}^k(\vec{r}, \vec{r}')$, 根据式(25)的定义, 其物理意义是在 \vec{r}' 处沿 i 方向放置的单位电流偶极子场源, 在原层状介质中 \vec{r} 点产生的电场的 j 分量. 这里的 K 表示 \vec{r} 处于第 K 层. 由于式(27)积分仅在断层所占据的区域内进行, 所以只要求出断层所占据区域内的格林张量即可. 然而要连续求出上述区域中每一点的格林张量是不可能的, 为此须先将断层区域分割为有限个小区域, 再求这有限个小区域内的格林张量. 求解的具体步骤如下:

- (1) 将断层带的电性参数用断层不存在时的正常值代替.
- (2) 将断层区域离散化为 N 个单元.

(3) 在每个单元中心分别沿 x , y 和 z 方向放置 3 个单位电偶极子, 计算它们在各个单元中心产生的电场值, 计算结果所组成的 $3N \times 3N$ 矩阵就是所求的格林张量。

下面以单位偶极源位于第二层、沿 z 向放置为例, 给出格林张量的各分量表达式。参考层状模型的讨论结果可知, 当偶极源只有 z 分量时, 赫兹矢量也只有 z 向分量:

$$\begin{aligned}\bar{\Pi}_{0,z} &= \int_0^{\infty} f_{z0} e^{u_0(z-z')} J_0(s\rho) ds \\ \bar{\Pi}_{1,x} &= \int_0^{\infty} f_{z1} e^{u_1(z-z')} + g_{z1} e^{-u_1(z-z')} J_0(s\rho) ds \\ \bar{\Pi}_{2,z} &= \int_0^{\infty} \left(\frac{cs}{u_2} e^{u_2(z-z')} + g_{z2} e^{-u_2(z-z')} \right) J_0(s\rho) ds\end{aligned}$$

根据边界条件得:

$$\begin{aligned}f_{z0} &= \frac{4cs}{u_2 D_z} e^{u_2(h_1-x)}, \quad f_{z1} = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2) e^{(u_1-u_0)z} f_{z0} \\ g_{z1} &= \frac{1}{2}(\lambda_1 - \lambda_2) e^{(-u_1-u_0)z} f_{z0},\end{aligned}$$

$$g_{z2} = \frac{1}{2}(\lambda_3 - \lambda_4) e^{(u_1-u_2)(h_1-z')} f_{z1} + \frac{1}{2}(\lambda_3 + \lambda_4) e^{(u_2-u_1)(h_1-x')} g_{z1}$$

其中: $D_z = (\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_3 + \lambda_4) e^{u_1 h_1 - u_0 z'} + (\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_4) e^{-u_1 h_1 - u_0 z'}$

根据 $\vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{\Pi}) + k^2 \vec{\Pi}$, 可写出各电场分量表达式:

$$\begin{aligned}E_{xx}^0 &= \cos \varphi \int_0^{\infty} -s f_{z0} u_0 e^{u_0(z-z')} J_1(s\rho) ds \\ E_{xx}^1 &= \cos \varphi \int_0^{\infty} (g_{z1} u_1 s e^{-u_1(z-z')} - f_{z1} u_1 s e^{u_1(z-z')}) J_1(s\rho) ds \\ E_{xx}^2 &= \cos \varphi \int_0^{\infty} (g_{z2} u_2 s e^{-u_2(z-z')} - cs^2 e^{u_2(z-z')} J_1(s\rho) ds \\ E_{xy}^0 &= \sin \varphi \int_0^{\infty} -s f_{z0} u_0 e^{u_0(z-z')} J_1(s\rho) ds \\ E_{xy}^1 &= \sin \varphi \int_0^{\infty} (g_{z1} u_1 s e^{-u_1(z-z')} - f_{z1} u_1 s e^{u_1(z-z')}) J_1(s\rho) ds \\ E_{xy}^2 &= \sin \varphi \int_0^{\infty} (g_{z2} u_2 s e^{-u_2(z-z')} - cs^2 e^{u_2(z-z')} J_1(s\rho) ds \\ E_{zz}^0 &= \int_0^{\infty} (f_{z0} u_0^2 + k_0^2 f_{z0}) e^{u_0(z-z')} J_0(s\rho) ds \\ E_{zz}^1 &= \int_0^{\infty} [f_{z1} (u_1^2 + k_1^2) e^{u_1(z-z')} + g_{z1} (u_1^2 + k_1^2) e^{-u_1(z-z')}] J_0(s\rho) ds \\ E_{zz}^2 &= \int_0^{\infty} \left[cs \left(u_2 + \frac{k_2^2}{u_2} \right) e^{u_2(z-z')} + g_{z2} (u_2^2 + k_2^2) e^{-u_2(z-z')} \right] J_0(s\rho) ds\end{aligned}$$

其中: E_{zz}^K 表示沿 z 向的偶极源在第 K 层所产生的电场的 z 向分量。

用同样的方法,反复使用层状介质模型的计算公式,则可算出格林张量的所有分量.要强调的是,当单位偶极源位于第一层介质时,层状介质模型赫兹矢量 $\vec{\Pi}$ 的特解部分在第一层场量中,即在 $\vec{\Pi}_1$ 中.

3 数值计算方法

不难看出,无论那种模型,其基础为层状介质模型的数值计算.由于计算公式均为含贝塞尔函数的无穷积分,所以在计算贝塞尔函数相邻零点间的积分时使用 16 分点高斯不等间距积分法,而各积分段之间使用振荡数据的欧拉变换法从有限区间积分转变为无穷积分.与文献[6]的半无限均匀介质偶极子电场的结果相比,几乎完全一致,表明本文的计算是可靠的.

此外,对有断层存在的层状介质模型进行数值计算时,还有以下 3 点需要说明:(1)如上所述,求取格林张量需先离散化断层体.本文取第一层介质的厚度 6 km,断层长度为 21 km,宽度为 3 km,倾角 $\tan \beta = 3$.断层体以长 3 km、宽 3 km、高 $\sqrt{10}$ km 的单元离散整个断层,例如当断层深度 $h_2 = 9$ km 时,共可离散为 21 个单元;(2)计算单位偶极子在本单元的格林张量值时,由于问题的奇异性,无法直接应用公式.本文采用类似于文献[17]的方法进行;(3)积分区域等单元离散后,本文设每个单元内的 k_a^2 和 $\vec{E}(\vec{r}')$ 为不变量,于是式(27)积分方程可数值化为:

$$E_{in} = E_{in}'' - \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^N \Gamma_{ijmn} K_m W_m E_{jm} \quad (28)$$

其中: E_{in} 是第 n 个单元电场的第 i 个分量; E_{in}'' 是无断层时 h_2 处偶极源 \vec{P} 在第 n 个单元产生电场的第 i 个分量; K_m 是第 m 个单元的 k_a^2 ; N 是异常体分成的单元总数; W_m 是第 m 个单元的积分权重; Γ_{ijmn} 是源点为 m ,场点为 n 的格林张量 Γ_{ij} .

KWT 可构成 $3N \times 3N$ 的矩阵,记作 Ω . E 为 $3N$ 维矢量.所以式(28)又可写成:

$$E_{in} = E_{in}'' - \Omega E_{jm} \quad (29)$$

至此就可通过解式(29)的线性方程组,求得断层体区域内各单元的总电场 $\vec{E}(\vec{r}')$.

[参考文献]

- [1] 钱书清,任克新,吕智.伴随岩石破裂的 VLF, MF, HF, 和 VHF 电磁辐射特性的实验研究[J].地震学报,1996,18(3):346—351.
- [2] 钱书清,吕智,任克新.地震电磁辐射前兆不同步现象物理机制的实验研究[J].地震学报,1998,20(5):535—540.
- [3] 郭自强,郭子琪,钱书清,等.岩石破裂中的电声效应[J].地球物理学报,1999,42(1):74—83.
- [4] Ogawa T, Oike K. Electromagnetic radiation from rocks[J]. J Geophys Res, 1985, 90(D4):6245—6249.
- [5] Martell G, Smith P N, Woodward A J. Light, radio frequency emission and ionization effects associated with rock fracture[J]. Geophys J Int, 1989, 98:397—401.
- [6] Yoshimori Honkura and Yuri Kuwata. Estimation of electric fields in the conducting Earth's crust for oscillating electric current dipole sources and implications for anomalous electric fields associated with earthquakes[J]. Tectonophysics, 1993, 224:257—263.
- [7] Petiau G, Dupis A. Noise, temperature coefficient and long time stability of electrodes for telluric observation[J]. Geophys prospect, 1980, 28:792—804.
- [8] Christophe Maron, Gilles Bau-bron, Louis Herbreteau and Bernard Massinon. Experimental study of a VAN net work in the

- French Alps[J]. Tectonophysics, 1993, 224: 51—81.
- [9] 赵玉林, 钱复业. 唐山地震前后自然电场的周期变化[J]. 地震学报, 1982, 4(3): 264—269
- [10] 赵和云, 阮爱国, 杨荣, 等. 天祝地电场三年观测资料的分析与讨论[A]. 见: 石特临等. 地震地电学发展与展望[C]. 兰州: 兰州大学出版社, 1998. 123—150
- [11] 郝建国. 近地表大气电场异常与地震[J]. 地震学报, 1988, 10(2): 206—211.
- [12] Varotsos P, Alexopoulos K and Lazaridou M. Latest aspects of earthquake prediction in Greece based on seismic electric signals(II)[J]. Tectonophysics, 1993, 224: 1—37
- [13] Kawase T, Uyeda S, Uyeshima M and Kinoshita M. Possible correlation between geoelectric potential change in Lzu-Oshima Island and the earthquake swarm off the east Lzu Peninsula, Japan[J]. Tectonophysics, 1993, 224: 83—93.
- [14] Thanassoulas C and Tselentis G. Periodic variations in the earth's electric field as earthquake precursors: results from recent experiments in Greece[J]. Tectonophysics, 1993, 224: 103—111
- [15] Tselentis G A, Ifantis A. Geoelectric variations related to earthquakes observed during a 3-year independent investigation[J]. Geophys Res Lett, 1996, 23(11): 1445—1448.
- [16] 孙正江, 王华俊. 地电概论[M]. 北京: 地震出版社, 1984. 250—295.
- [17] Weidelt P. Electromagnetic induction in three-dimensional structures[J]. J Geophys, 1975, 41: 85—109.

THEORETICAL EQUATIONS AND CALCULATION METHOD OF GEOELECTRIC FIELD RESPONSE TO OSCILLATING DIPOLE SOURCE IN HETEROGENEOUS CRUST

HAN De-sheng¹, ZHAO He-yun²

(1. Institute of Geophysics of CSB, Beijing 100081, China)

(2. Lanzhou Institute of Seismology, Lanzhou 730000, China)

Abstract: The Helmholtz's equations and boundary conditions are set up for study on electrical field induced by oscillation dipole source in layered media from the Maxwell's equations and introducing the Hertz electric vector potential. The equations for calculation of electrical field on surface of the layered media are obtained. The integral equations for calculation of electric field on the surface of the layered media with a fault are derived from the Maxwell's equations and introducing the Green's tensor. The equations can be used in numerical simulation of geoelectric field change on earth surface.

Key words: Heterogeneous media; Layer model; Integral equation; Electric field on earth surface