

基于小波包变换的地震数据时频分析方法

刘希强¹, 周蕙兰¹, 李 红²

(1. 中国科学技术大学研究生院, 北京 100039; 2. 山东省地震局, 山东 济南 250014)

摘要:介绍了瞬时频率的概念和瞬态谱的小波包计算方法,并结合时间域模拟信号给出了其时频分布.结果表明,小波包变换可准确描述地震信号的时变特征,值得推广应用.

关键词:地震数据; 小波包变换; 瞬时频率; 时频分布

中图分类号: P315.63 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-0844(2000)02-0143-04

0 引言

频率是一个重要的物理量.对于周期性的信号来说,频率为信号周期的倒数,是恒定不变的.1936年 Armstrong 发现,在通信中对正弦信号进行频率调制可有效地抑制噪声^[1].人们随之进行了对调频信号中频率这一物理量的研究.1937年 Carson 推广了频率的定义,使之成为随时间变化的函数,提出了瞬时频率的概念,认为频率即是相位角在 t 时刻的变化率^[2].

地震信号是一种非稳态信号,其频率特性是时变的.目前我们对地震信号进行频率域分析的主要工具是傅立叶变换,而傅立叶变换不能解决何时会出现何频率的根本问题,实际问题中又常常需要这一点,如地震波在何时出现何震相等.

研究表明,大震前的地震波频率变化具有预报意义.随着我国前兆和测震数字化台网的建设,采用新技术和新方法开展对高精度地震数据的时频分析,对震源破裂过程、介质特性研究和地震预报都具有重要意义.

本文引入一种时频分析的有效工具即小波包变换方法,它在地学领域具有十分广阔的应用前景.

1 小波包变换理论简介

小波理论^[3-4]是近 10 a 来发展起来的进行时变信号处理的有效工具,是傅立叶分析这一学科半个世纪以来的工作结晶,已成功地应用于信号分析、图像处理及非线性研究等许许多多方面.

小波包是小波基的推广与发展.正交小波给 Hilbert 空间提供了一个正交分解,但在实际问题中这种正交分解显得不太精细.小波包的出现为 Hilbert 空间的更精细的正交分解提供了一种有效工具.

设滤波器 $\{h_k\}_{k \in Z}$ (Z 是整数集合, 以下同) 和 $\{g_k\}_{k \in Z}$ 是一组共轭镜像滤波器, 即

$$\sum_{n \in Z} h_{n-2k} \circ h_{n-2l} = \delta_{kl}, \quad \sum_{n \in Z} h_n = \sqrt{2} \tag{1}$$

$$g_k = (-1)^k h_{1-k} \tag{2}$$

定义一系列函数 $\{W_n(t)\}_{n \in N}$ (N 为非负整数, 以下同) 满足如下方程:

$$\begin{cases} W_{2n}(t) = 2 \sum_{k \in Z} h_k W_n(2t - k) \\ W_{2n+1}(t) = 2 \sum_{k \in Z} g_k W_n(2t - k) \end{cases} \tag{3}$$

每一个形如 $2^{k/2} W_n(2^k t - j)$, $j, k \in Z$ 的函数称作一个小波包函数, 其全体叫做一个小波包库.

信号 $f(t)$ 可按下面的标准正交小波包基函数展开^[3]:

$$f(t) = \sum_{\substack{l \in P \\ k \in Z}} c_{n,j}^k \circ 2^{k/2} W_n(2^k t - j) \tag{4}$$

其中 $c_{n,j}^k = 2^{k/2} \int_R f(t) W_n(2^k t - j) dt$, $I_{kn} = \{2^k n, 2^k n + 1, \dots, 2^k(n+1) - 1, n \in N, k \in Z\}$.

把整个非负整数 N 按 I_{kn} 的形式分割成两两不相交的形式, 把任意这样的划分记作 P , 则 $\{2^{k/2} W_n(2^k t - j); (k, n) \in P, j \in Z\}$ 构成了 Hilbert 空间的一个标准正交基. 系数 $c_{n,j}^k$ 被称作信号 $f(t)$ 的小波包变换. 由此可知, 小波包分解变换就是基函数族 $\{2^{k/2} W_n(2^k t - j)\}$ 的迭加.

Wickerhauser(1992)提出了 $c_{n,j}^k$ 的离散小波包变换公式(也称快速递推算法)^[5]. 先定义以下两个算子 F_0, F_1 :

$$\begin{cases} F_0\{S_k\}(j) = \sum_{k \in Z} S_k h_{k-2j} \\ F_1\{S_k\}(j) = \sum_{k \in Z} S_k g_{k-2j} \end{cases} \tag{5}$$

(5)式中的 $\{h_m\}_{m \in Z}, \{g_m\}_{m \in Z}$ 分别称作低通和高通滤波器. 离散小波包变换可写成如下形式:

$$\begin{cases} c_{2n}^{k+1} = F_0(c_n^k) \\ c_{2n+1}^{k+1} = F_1(c_n^k) \end{cases} \tag{6}$$

(6)式中的 $c_n^k = \{c_{n,j}^k\}_{j \in Z}, c_{2n}^{k+1} = \{c_{2n,j}^{k+1}\}_{j \in Z}, c_{2n+1}^{k+1} = \{c_{2n+1,j}^{k+1}\}_{j \in Z}$.

原始信号可看作是尺度为零时的分解变换 c_0^0 , 即 $\{c_{0,p}^0\}_{p \in n}$. 由(6)式对 c_0^0 所进行的小波包变换包含了低通滤波和高通滤波两部分, 由此计算出尺度为 1 的两个结点系数 c_0^1 和 c_1^1 , 它们分别包含了原始信号的低频和低频分量. 依次类推, 计算出尺度为 k 的结点系数 $c_0^k, c_1^k, \dots, c_{2^k-1}^k$. 每一次分解意味着将频带进一步分割变细. 信号的小波包塔式分解过程可以与生成一个完全二叉树的过程对应起来(图 1). 所以说小波包变换具有将随尺度增长而变宽的频谱窗口进一步分割变细的优良性质.

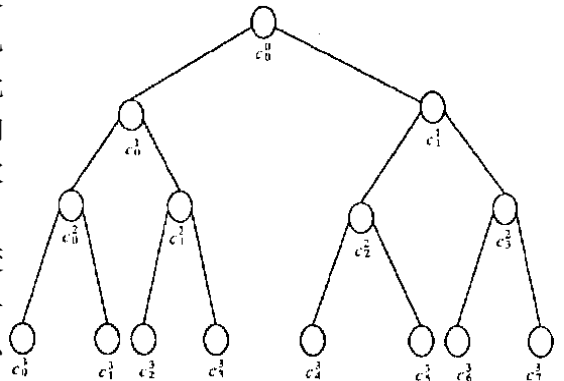


图 1 小波包分解对应的二叉树

Fig. 1 A bitree corresponding to wave packet decomposition.

小波包分解变换 $c_{n,j}^k$ 即是把信号看成是基本单元 $\{2^{k/2} W_n(2^k t - j)\}$ 的迭加, 就象傅立叶分解把信号看成是正弦波或余弦波的迭加一样, 每一个小波包基函数 $2^{k/2} W_n(2^k t - j)$ 是通过 $W_n(t)$ 进行二进伸缩和平移得到的. $W_n(t)$ 所对应的窗口中心为 (t_n, ω_n) , 时窗和频窗宽度分别为 Δt_n 和 $\Delta \omega_n$, 可以证明小波包基函数所对应的窗口为 $[2^k(t_n - \Delta t_n + j), 2^k(t_n + \Delta t_n + j)] \times [2^{-k}(\omega_n - \Delta \omega_n), 2^{-k}(\omega_n + \Delta \omega_n)]$ ^[6]. 小波包分解变换反映了其在面积为 $4\Delta \omega_n \cdot \Delta t_n$ 的窗口内能量的大小. 随着尺度参数 k 的变化, 窗口面积不变, 但其时窗长度和频窗高度却在不断发生调整性变化. 当尺度参数 j 变大时, 时窗变窄, 即时间上的分辨率提高. 这一特性非常适合于描述由于新震相产生而导致地震信号突变或渐变的局部特性.

2 模拟信号的时频分析

2.1 模拟信号

设有 5 个正弦波具有 $\sin \frac{\pi}{10}(t - t_{01}) \circ s \circ H(t - t_{01}), \sin \frac{\pi}{2}(t - t_{02}) \circ s \circ H(t - t_{02})$ 的表示形式, 其振幅都为 5, 衰减因子为 $e^{-i \cdot 80}$ (i 表示采样点数), 离散后的数据长度为 512 个点, 采样率 $s = 40$ 点/s, H 为阶跃函数, $t_{01} = 1.25$ s, $t_{02} = 5.00$ s. 上述正弦波的先后迭加形成了所用的渐变模拟信号.

2.2 时频分布

采用 Daubechies 小波^[3], 选取最大尺度等于 6. 图 2 给出了合成信号的原始波形和具体的时频特征分布. 从图 2(b) 中不同频率信号随时间的分布可以看出: ①合成信号由 2 Hz 和 10 Hz 两个主频信号组成; ②不同频段的信号到时分别在 1.25 s 和 5.00 s 左右出现; ③10 Hz 信号与 2 Hz 的尾波信号叠加时产生了一些高频成分, 这与理论是吻合的, 在没有噪声存在的情况下, 高频成分恰恰是我们判断是否有新信号出现的依据. 因此, 识别结果与实际信号包含的频率成分和初至时刻是吻合的.

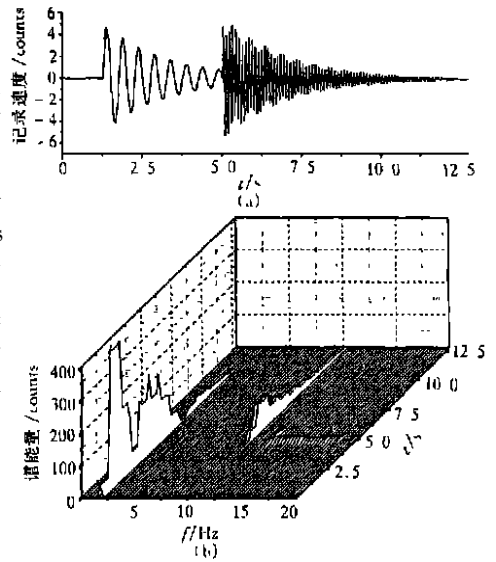


图 2 模拟信号(a)及其时频分布(b)

Fig. 2 The simulation signal (a) and its time frequency distribution (b).

3 实际地震信号的时频分析

选取兰州 CDSN 台记录的 1990 年青海 6.9 级地震, 采样率为 20 点/s, 仪器从 9 点 37 分 30.879 秒开始记录, 整个数据的记录时间近 20 min. 地震的具体参数见表 1.

表 1 地震基本参数

地震发生时刻	震中位置		深度 / km	震级 (USGS)	发震地点	方位角 / (°)	震中距 Δ / (°)
	$\varphi_N / (^\circ)$	$\lambda_E / (^\circ)$					
1990-04-26-09: 37: 18	36.0	100.2	33	6.9	青海共和	88.71	3.6411

本文对 P 波段进行了时频分析. 选取 P 波段 400 ~ 911 点共计 512 个采样点的数据作为分

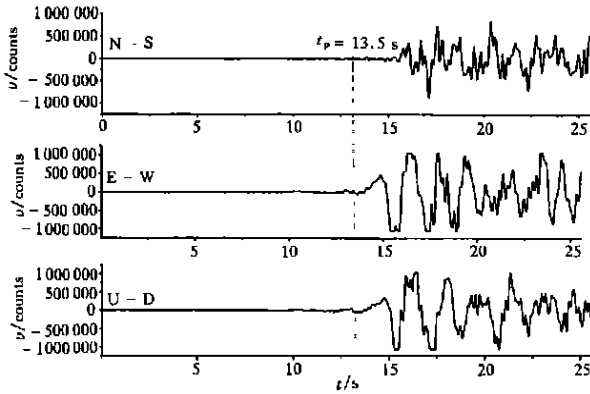


图 3 兰州台记录的 1990 年青海共和 6.9 级地震的三分向宽频带曲线

Fig. 3 Three directions data about the Gonghe $M_s 6.9$ earthquake recorded at Lanzhou station.

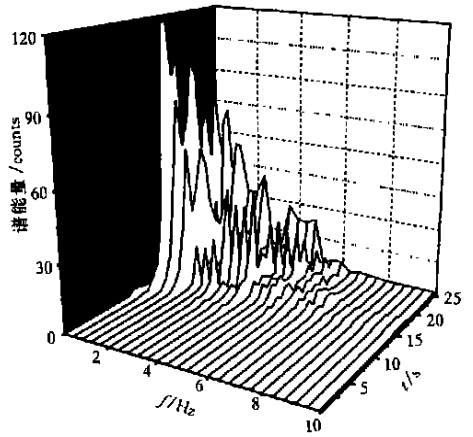


图 4 图 3 中信号的时频分布

Fig. 4 The time frequency distribution of signals in Fig. 3.

析对象,三分向记录及其时频分布分别见图 3 和图 4. P 波初至为 13.5 s. 从时频分布图可以看出,信号的主周期为 2.0 s. 频率域中的信号起始时间与时间域中的 P 波初至吻合.

4 结论

谱分析是信号处理中的重要方面,通常采用的手段是对信号进行傅立叶变换、最大熵谱、Gabor 变换和 Wigner-Ville 分布分析等,傅立叶谱和最大熵谱分析方法是建立在稳态信号处理基础上的,仅能给出信号总体所包含的各种频率成分.Gabor 变换是在傅立叶变换基础上发展起来的,尽管它是一种时频分析方法,但其在时间域和频率域采用固定的分辨率,或对不同的频率成分,在时间域上的取样步长不变,且经常出现 Gibbs 现象.Wigner-Ville 分布也是一种局部化的时频分析方法,但它因交叉项的引入常常导致时频平面上的伪影现象.小波包变换克服了上述缺陷,是目前最好的时频分析方法.

[参考文献]

- [1] Amstrong E. A method of reducing distributes in radio signaling by a method of frequency-modulation[J]. Proc. IRE, 1936, 24: 669~740.
- [2] Carson J. et al. Variable frequency electric circuit theory with application to the theory of frequency modulation[J]. Bell System Tech. J., 1937, 16: 513~540.
- [3] Daubechies I. Orthonormal bases of compactly supported wavelet. Comm[J]. On Pure and Applied Mathematics, 1988, 41(7): 909~996.
- [4] Mallat S. Multifrequency channel decomposition of images and wavelet models, IEEE Trans[J]. Aconstic Speech Signal Processing, 1989, 37(12): 2091~2110.
- [5] Wicherhauser M V. Acoustic signal compression with wavelet packets[A]. In: Chui C. K. (ed), Wavelets-A Tutorial in Theory and Application[C]. San Diego, Calif.: Academic Press, 1992. 679~700.
- [6] 郑治真,沈萍,谢永. 从 Garbor 变换到小波分析[J]. 中国地震, 1996, 12(3): 237~242.

[参考文献]

- [1] 国家地震局. 重力台站观测规范[M]. 北京: 地震出版社, 1986.
- [2] 徐菊生, 苏乃秦, 唐九安. GS 型重力仪常数标定试验[J]. 地震, 1983, (5): 38.
- [3] 李瑞浩. 重力学引论[M]. 北京: 地震出版社, 1988.

THE STUDY ON SCALE VALUE CALIBRATION OF GS-GRAVIMETER

YU Xiao-li, SU Nai-qin, YANG You-ling, WANG Yun-shan

(*Seismological Bureau of Xinjiang Uygur Autonomous Region, Urumqi 830011, China*)

Abstract: Based on the systematical analyses calibration results of GS-15-216 gravimeter in base line field of gravity and the comparison between the results and the scale values provided by manufactory, it is shown that scale value of the gravimeter should be calibrated periodically because of its change with time, repairing instruments or changing work status would change the value and since scale value is a function of scale position, it must be calibrated one segment by one segment to fit a constant curve.

Key words: Gravimeter; Scale value; Base line field of gravity

(上接第 146 页)

THE TIME-FREQUENCY ANALYSIS METHOD ABOUT SEISMIC DATA BASED ON WAVELET PACKET TRANSFORM

LIU Xi-qiang¹, ZHOU Hui-lan¹, LI Hong²

(1. *Graduate School, University of Science and Technology of China, Beijing 100039, China*;

2. *Seismological Bureau of Shandong Province, Jinan 250014, China*)

Abstract: The conception of transient frequency and calculation method of wavelet packet are introduced, and time-frequency distribution about simulation and actual seismic signals is given. The results indicates that wavelet packet transform may be used to describe the characteristics of seismic signals at any moment and is worth applying to processing seismic signals.

Key words: Seismic data; Wavelet packet transform; Transient frequency; Time-frequency distribution