

13

72-77

位移观测值协方差矩阵模拟及其在整体
解算地壳应变场中的应用*

p551

p315.7

张希, 江在森

(中国地震局第二地形变监测中心, 陕西 西安 710054)

摘要: 借助高斯型函数模拟分散分布的不同监测网点位移观测值的协方差矩阵, 并将其应用于广东新丰江地区地壳应变场的计算中. 结果表明: 本文的方法不仅计算简便, 模拟效果及计算稳定性较好, 而且对联系分散分布的单元有一定的意义.

关键词: 协方差矩阵; 高斯型函数; 应变场

中图分类号: P315.8; P315.1; O174; O212 文献标识码: A 文章编号: 1000-0844(1999)01-0072-06

位移观测值
地壳应变场

0 引言

利用多手段形变资料整体解算地壳应变场, 作者已进行了初步研究^[1,2](包括利用附加约束条件的间接平差法求单元内部均匀应变参量和借助最小二乘配置求地壳应变场动态图像). 其中一个主要问题是如何组成分散布设的不同网点相对位移观测值的协方差矩阵, 虽然可以由各个局部网、小图形等分别动态平差后获得的协方差矩阵来组成分块矩阵的形式, 但这种处理方法对分散布设、不同网的测点联系不够, 而且在许多情况下从形变资料中只能获得各网点位移的中误差. 本文在假设水平位移在空间连续分布的条件下, 利用各个点的位移中误差值, 借助高斯型函数模拟相对位移观测值的协方差矩阵, 以联系分散分布的资料单元应变参量.

1 方法模型

1.1 经验协方差函数

组成分散布设的不同网点相对位移观测值的模拟协方差矩阵, 关键是确定经验协方差函数. 有关研究^{①,②}表明, 高斯型函数较适合于拟合位移或位移速率. 藤井阳一郎^{①,②}在假设2点间协方差为距离的连续函数的条件下, 只利用水平或垂直位移观测值做出了关于2点距离的符合高斯型曲线特征的协方差图形. 以水准监测资料为例, 设 l_i 和 l_j 为任意2点 i, j 的地壳垂直运动速率观测值 ($i, j = 1, 2, \dots, k_0$), d_{ij} 为点 i 与点 j 间水平距离, d 为点距, 用下式计算样本数据的方差与协方差^{①,②}:

收稿日期: 1998-01-04

* 本文是中国地震局“九五”攻关项目 95-04-04-01-01 的部分成果.

第一作者简介: 张希, 女, 1967年3月生, 工程师, 现主要从事地震预报方法研究及数据处理软件设计工作.

① Yoichiro Fuji. Estimation of continuous distribution of earth's strain in the Kanto-Tokai district, central Japan with the aid of least square prediction. An advanced lecture on geodesy in China, 1994. Xi'an.

② Yoichiro Fuji. Estimation of continuous distribution of rate of vertical crustal movement in the Tokai district with the aid of least square prediction. An advanced lecture on geodesy in China, 1994. Xi'an.

$$C_L(0) = \frac{1}{k_0} \sum_{i=1}^{k_0} l_i^2, \quad C_L(d) = \frac{1}{\sum_{i < j, d_{ij}=d} 1} \sum_{i < j, d_{ij}=d} l_i l_j \quad (1)$$

由此可得到由不同距离和相应协方差估计值所构成的一组点, 即协方差图形. 式(1)是在假设观测向量呈中心分布的情况下得出的. 若观测向量不呈中心分布, 也可将式(1)中相应观测值用观测值减去其平均值来替代. 显然, 因无法已知观测向量的真实值, 仅由观测值根据式(1)估计方差和协方差不够准确, 若测点很多且分布较均匀, 效果会好一些^{①, ②}. 但中国大陆地区布设的水平监测网, 其测点少且分布不均匀, 因此直接利用位移观测值对协方差进行估计, 所得出的协方差图形的效果较差, 再借助内插或曲线拟合确定经验协方差函数, 其可靠性难以保证.

假定水平位移在空间是连续分布的, 2 点间位移协方差应随其距离增大而减小, 当 2 点间距离超过某个值时, 协方差几乎为 0, 即在一定距离范围内的任意 2 点间位移是相关的, 超过这一范围则不相关. 本文构造 2 个模拟的各点均匀分布、网格状的等距测边网: I 是点距均为 1 km, 由 100 个点组成的面积为 81 km² 的测边网; II 是点距均为 100 km, 而点数、网形与 I 相同的测边网. 取随机的服从正态分布的观测误差, 经自由网平差可获得位移观测值的协方差矩阵. 对网中所有点距为某一距离值 d 的 2 点间协方差取平均值, 这样可得到由不同距离和其相应平均协方差值所构成的一组点, 光滑连接这些点, 即可得到由已知协方差矩阵做出的 2 个测边网 x 向位移与 x 向位移、 x 向位移与 y 向位移间的协方差图形 $f_{xx}(d)$ 和 $f_{xy}(d)$, 如图 1 所示. 由于 $f_{yy}(d)$ 与 $f_{xx}(d)$ 类似, 所以在图 1 中未示出. 由图 1 可以看出, 协方差 (或其绝对值) 随距离减小的趋势不仅存在且基本上表现出高斯型函数的分布特征, 在距离很远且趋近于零时可能会在正负间有所波动. 监测网大小不同, 协方差图形有所差异. 因此选择如下高斯型函数作为组成协方差矩阵的基本函数:

$$f(d) = f(0)e^{-k^2 d^2} \quad (2)$$

式中: 参数 k 则根据具体地区网形、测点分布情况并适当参考根据位移观测值所得的协方差图形来确定^[3], 这样得出的经验协方差函数要比内插或曲线拟合可靠性好.

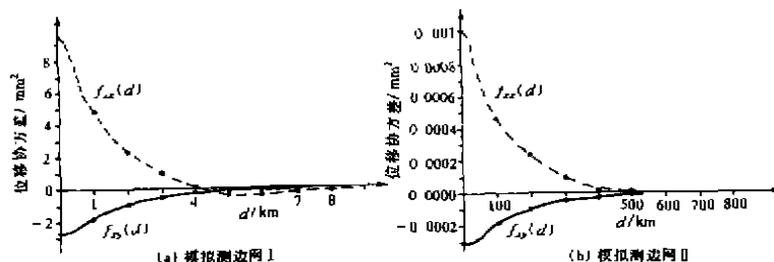


图 1 模拟测边网的自由网平差后所获得的协方差图形

Fig. 1 The covariance graph obtained by free adjustment of imitated nets.

1.2 模拟协方差矩阵的建立

通过间接平差法求单元内部均匀应变^[1, 2], 利用的是点间的相对位移, 因而与基准、坐标系无关, 可不限于整网资料. 设测区有 n 个测点, 每一点相对于其相应参考点 (一网一个参考点) 的 x 方向的相对位移和中误差分别为 x_i, mx_i ; y 方向相对位移和中误差分别为 y_i, my_i ; x 与 y 的互协方差为 mx_y , $i = 1, 2, \dots, n$. 令

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (3)$$

首先将整个区域看做一个观测点, 即将 $(x_1, x_2, \dots, x_n)^T, (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$ 分别作为此点 x 方向与 y 方向相对位移的观测样本, 进而可以对整个测区 x, y 方向位移的方差-协方差作如下估计(通常, \bar{x}, \bar{y} 的绝对值较小, 甚至接近于零):

$$C(X, X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (4)$$

$$C(X, Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (5)$$

$$C(Y, Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (6)$$

由此可得到 n 个测点相对位移观测值 $(x_1, y_1; x_2, y_2; \dots; x_n, y_n)^T$ 的方差-协方差矩阵 A . A 中各个元素以如下形式组成:

$$C(x_i, x_j) = m_{x_i} m_{x_j} e^{-k^2 d_{ij}^2} \quad (7)$$

$$C(x_i, y_j) = S_0 C_0 m_{x_i} m_{y_j} e^{-k^2 d_{ij}^2} \quad (8)$$

$$C(y_i, y_j) = m_{y_i} m_{y_j} e^{-k^2 d_{ij}^2} \quad (9)$$

式中: d_{ij} 为点 i 与点 j 间水平距离, 当 $i = j$ 时, $C(x_i, y_i) = m_{x_i} m_{y_i}$; 而

$$S_0 = \text{sign} |C(X, Y)| = \begin{cases} 1, & \text{如果 } C(X, Y) > 0 \\ 0, & \text{如果 } C(X, Y) = 0 \\ -1, & \text{如果 } C(X, Y) < 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$0 < C_0 \leq \min \left\{ \left| \frac{C(X, Y)}{\sqrt{C(X, X)C(Y, Y)}} \right|, 0.5 \right\} \quad (11)$$

1.3 稳定性讨论

由数学中已知定理易知, $\left| \frac{C(X, Y)}{\sqrt{C(X, X)C(Y, Y)}} \right| \leq 1$, 且 $C(x, y)$ 通常很小甚至接近于 0. 此外, 由高斯型函数随距离增大呈指数递减至零的性质及式(11), 式(7)~(11)组成的协方差矩阵的每一行元素中, 对角元素不为 0 且恒正, 而非对角元素的绝对值的量值较小甚至为 0.

当所有 m_{x_i} 及 $m_{y_i} (i = 1, \dots, n)$ 数量级相同(即不超过 10 倍)时, 只要各个参数及 C_0 选择适当, 矩阵 A 中非对角元素的绝对值之和必小于对角线上元素, 该矩阵为严格对角占优矩阵, 所以必可逆. 又由于矩阵 A 为对称实矩阵, 因而它的全部特征值都是非零的实数. 设 λ 为该阵的任一特征值, 而 I 为单位矩阵, 若 $\lambda < 0$, 由于 A 的对角元素全为正, 则 $A - \lambda I$ 为一严格对角占优矩阵, 由此知 $A - \lambda I$ 非奇, 与 λ 为 A 的特征值矛盾, 故有 $\lambda > 0$, 即 A 为正定矩阵. 此外, 即使各点中误差数量级有较大差异, 由式(7)~(11), A 仍可以是拟对角占优矩阵(即存在一对角元素全为正的对角矩阵 V , 使 AV 成为严格对角占优矩阵), 因而具有可逆性.

由于直接由观测值估计协方差可靠性较差, 经内插或曲线拟合很难保证模拟协方差矩阵正定, 而高斯型函数的正定性及衰减性, 使所求得的协方差矩阵应用于已有的整体解算地壳应变场的计算^[1,2]中时, 其正定性一般可以得到保证, 因而稳定性较好. 同时对于区域中任意 2 点由同一经验协方差函数通过距离产生协方差值, 这对联系分散分布的不同网点的位移观测

量有积极作用,且计算过程简单.

2 算例

中国广东省河源市新丰江水库是世界上第一个发生 6 级以上地震(1962 年河源 6.1 级)的水库,其三角网即布设在河源、新港和罗坑所围限的区域内(东经 $114^{\circ}35' \sim 114^{\circ}41'$, 北纬 $23^{\circ}41' \sim 23^{\circ}47'$), 见图 2. 该测网跨河源及人字石两大贯穿整个区域的 NNE 向断裂带, 同时区域内有 NNW 及 EW 向的断裂密集分布, 因其数量多而长度较短, 图 2 中未示出. 本文选用该三角网 1983 年和 1987 年实际测边资料(不以研究此区应变分布情况为目的), 经网平差求得 1983~1987 年 18 个测点的位移值及相应位移协方差矩阵. 分别利用网平差所获实际位移协方差矩阵及 3 种模拟法分别构成的协方差矩阵, 采用 4 种方法来整体解算 12 个单元的应变张量值, 再借助最小二乘配置求得 1983~1987 年该区的最大剪应变与面膨胀分布图像. 所得结果见图 3~图 6.



图 2 新丰江地区主要构造及 1983~1987 年震中分布^[4]

Fig. 2 Basic structures and epicentre distribution (1983~1987) in Xinfengjiang area.

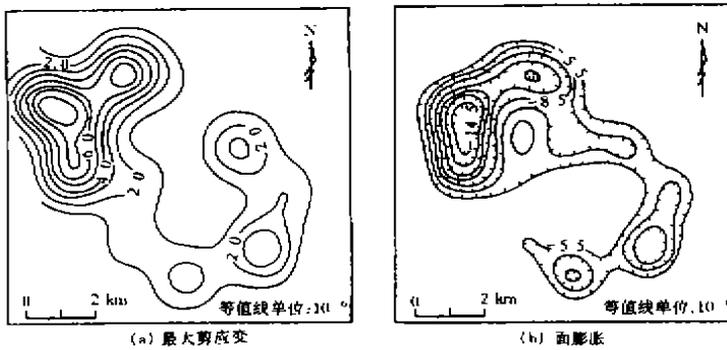


图 3 利用位移观测值协方差矩阵计算的新丰江测区应变分布等值线

Fig. 3 Isopleths of strain of Xinfengjiang net calculated by covariance matrix of displacement data.

由于协方差矩阵法所用的资料是符合应变计算要求的由同网实测资料所得的位移观测值, 因而无论何种模拟法, 越接近该方法的结果说明模拟效果越好. 本文将其余 3 种模拟方法所得单元最大剪应变、面膨胀值与协方差矩阵法相应结果之差的绝对值, 及各种方法所得应变量中误差值列于表 1. 由表 1 可以看出, 利用高斯型函数模拟法计算出的 12 个单元最大剪应变与面膨胀值与直接利用网平差

所获得的实际协方差矩阵所得结果最接近, 而相应中误差值的最大及平均值, 则比直接利用实际协方差矩阵所得中误差的最大及平均值略大. 另外, 本文对位移观测值作小的扰动, 来考察所得单元应变分量值的变化情况. 结果表明, 高斯型经验协方差函数模拟法稳定性稍好于分段线性内插及曲线拟合法, 而与利用实际协方差矩阵的稳定性相近.

表 1 4 种方法所得应变量结果比较

计算方法	最大剪应变/ 10^{-6}				面膨胀/ 10^{-6}			
	差值的绝对值		中误差		差值的绝对值		中误差	
	均值	最大值	均值	最大值	均值	最大值	均值	最大值
协方差矩阵法	—	—	2.92	4.75	—	—	2.42	3.73
高斯型函数模拟	0.65	2.07	3.00	5.50	0.50	1.17	2.81	5.02
分段线性内插经验协方差模拟	0.96	2.75	2.93	6.46	0.62	2.50	2.88	6.14
曲线拟合经验协方差模拟	1.33	3.18	2.95	5.47	1.33	3.75	2.89	5.21

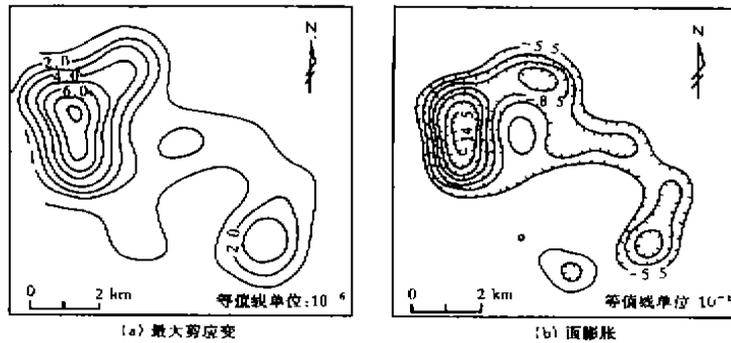


图 4 利用高斯型经验协方差函数模拟的新丰江测区应变分布等值线

Fig. 4 Isopleths of strain of Xinfengjiang net imitated by the Gauss-type empirical covariance functions.

此测区 1983 年 10 月~1987 年 9 月共发生 100 多次 $M_L \leq 4.5$ 地震. 从图 3~图 6 所示的应变场图像来看, 1983~1987 年, 该区应变值较高, 应变场表现为挤压的特征, 其中测区西北部人字石断裂附近为较高值区, 而 1987 年 9 月即在此高值区内发生了 $M_L 4.5$ 地震, 而且 1987 年资料恰为震后所测. 从图中还可以看出, 高斯型协方差模拟法的效果较好, 与直接利用实际协方差矩阵的结果非常相似. 而利用分段线性内插及曲线拟合模拟法所得出的图像效果均不如高斯型函数模拟法.

3 结语

本文给出了利用模拟等距测边网平差所获得的协方差图形, 图中显示了在一定范围内位移协方差随距离减小, 而超过这一范围则为 0 的趋势. 通过假设位移协方差在空间连续分布, 利用高斯型函数模拟位移观测值的协方差矩阵, 并计算了新丰江测区的最大剪应变与面膨胀变化. 当用以模拟分散布设的不同网点相对位移的协方差矩阵时, 本文方法不仅计算简便, 而且对联系分散分布的单元有一定

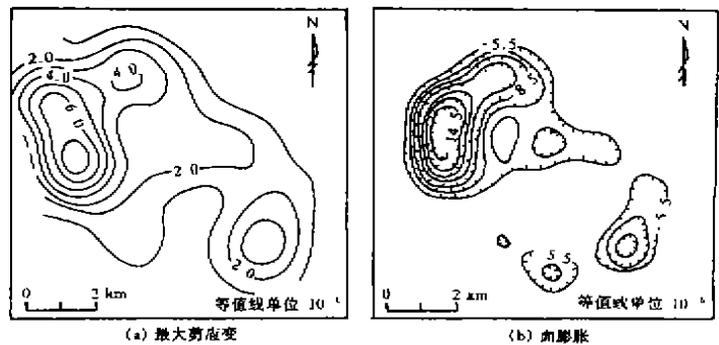


图 5 利用分段线性内插经验协方差函数方法得出的新丰江测区应变分布等值线

Fig. 5 Isopleths of strain of Xinfengjiang net formed by piecewise linear interpolation empirical covariance functions.

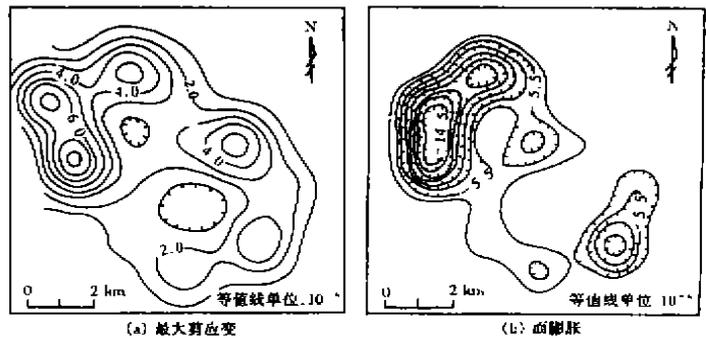


图 6 利用曲线拟合经验协方差函数法得到的新丰江测区应变分布等值线

Fig. 6 Isopleths of strain of Xinfengjiang net formed by curve fitting empirical covariance functions.

的意义,并可应用于其它计算用途的位移协方差模拟,因而也具有推广意义.

参考文献

- [1] 张国民,石耀霖,李丽. 动力动态图像地震预报的初步理论探索[C]. 中国地震学会第6届学术年会论文集. 北京:地震出版社,1996.79.
- [2] 张希,江在森,张四新. 借助最小二乘配置整体解算地壳应变场[J]. 地壳形变与地震,1998,18(2):57-62.
- [3] 张希,江在森. 最小二乘配置在地壳应变场动态图像研究中的一些进展[J]. 中国地震学会第七次学术大会论文摘要集. 北京:地震出版社,1998.206.
- [4] 魏柏林,陈庞龙,李富光,等. 新丰江地震震源机制解及构造应力场[J]. 地震学报,1991,13(4):462-470.

IMITATING COVARIANCE MATRIX OF DISPLACEMENT DATA AND ITS APPLICATION IN CALCULATION OF CRUSTAL STRAIN FIELD AS A WHOLE

ZHANG Xi, JIANG Zai-sen

(*Second Crustal Deformation Monitoring Center, CSB, Xi'an Shaanxi 710054*)

Abstract

Using the Gauss-type function, covariance matrix of displacement data of different monitoring nets which have a scattered distribution is imitated. Moreover, the method is applied in calculation of crustal strain field of Xinfengjiang area, Guangdong province. The results show that the method not only is simple, effective and stable, but also has a certain meaning in relating the scattered elements.

Key words: Covariance matrix; Gauss-type function; Strain field