

# 震级-频度关系的修改及其对部分地震区带的应用

成尔林

(江苏省盐城市地震办公室)

## 摘要

在本文中作者根据对实际资料的计算,提出将传统的震级-频度关系修改成  $\log N = b_1 + b_2 M + b_3 M^2$  的形式。用该公式对我国部分地震区带的地震资料进行了计算,结果表明,修改后的震级-频度关系的拟合精度显著提高,其残差比原关系式缩小。用修改后的公式可方便地求得地震区带的震级上限,只要有足够时间长度的观测资料,所求得的震级上限是比较合理的。

**关键词:**震级-频度关系;拟合精度;震级上限

表征地震群体特征的一个简单而实用的关系是著名的 Gutenberg-Richter 关系式,即通常所称的震级-频度关系式<sup>[1][2]</sup>:

$$\log N = a - bM \quad (1)$$

(1)式表明,地震发生次数的对数是震级的函数。如果把该式展开成泰勒级数,那么就相当于仅用震级的一次方来拟合地震发生次数的对数,其拟合的精度充其量仅仅是一级近似而已,这或许是当前众多作者对不同地区所求得的  $b$  值以及大震前  $b$  值的时空变化图象呈现较大差异的重要原因之一。为此,作者对该公式进行了改进,用改进的公式对我国几个地区的地震资料进行了计算,并与原公式进行了比较。

## 二、震级-频度关系的改进

根据作者对我国几个不同地震区、带的计算结果,如果将(1)式中的  $M$  取为  $M$  的平方项来拟合实际的观测资料,则可使残差比(1)式大大减小。但是如果在(1)式中加上震级  $M$  的更高次方项计算,所得结果的精度无显著改善,却使计算量呈数量级增加。因此,综合考虑拟合精度和计算量两方面的因素,作者建议将传统的震级-频度关系修改成

$$\log N = \beta_0 + \beta_1 M + \beta_2 M^2 \quad (2)$$

的形式。

令  $Y = \log N$ ,  $x_2 = M$ ,  $x_3 = M^2$ ,  $b_1 = \beta_0$ ,  $b_2 = \beta_1$ ,  $b_3 = \beta_2$ , 则(2)式可写成多元线性回归的标准形式:

$$Y = b_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 \quad (3)$$

若令  $y_i = Y_i - \bar{Y}$ ,  $x_{ij} = X_{ij} - X_j$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $j = 2, \dots, k$ , 则(3)式可用矩阵符号表示:

$$y = x \hat{b} + e \quad (4)$$

其中

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}; \quad x = \begin{bmatrix} x_{12} & x_{13} \\ x_{22} & x_{23} \\ \vdots & \vdots \\ x_{n2} & x_{n3} \end{bmatrix}; \quad \hat{b} = \begin{bmatrix} \hat{b}_2 \\ \hat{b}_3 \\ \vdots \\ \hat{b}_k \end{bmatrix}; \quad e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

这里的  $y$  和  $x$  都是均差形式, 并且单位列向量  $x_1$  不再出现在  $x$  中,  $e = Y - X\hat{b}$  为残差列向量。  $\hat{b}$  中只包含  $k-1$  个元素, 因为常数项截距  $\hat{b}_1$  在(4)式中不再出现。

(4)式的线性最小二乘解为

$$\hat{b} = (x'x)^{-1}x'y \quad (6)$$

$\hat{b}$  的方差和协方差矩阵用  $\text{cov}(\hat{b})$  表示, 则

$$\text{cov}(\hat{b}) = \hat{\sigma}_e^2 (x'x)^{-1}; \quad (7)$$

$$\hat{\sigma}_e^2 = \frac{1}{n-k} e'e = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (8)$$

### 三、两种公式计算结果的比较

为了便于比较, 本文利用(1)式和(2)式分别对我国几个地震区、带的地震资料进行了计算。所用资料取《中国地震简目》、《江苏地震志》及《江苏省地震目录》。

#### 1. 中国东部地区

中国东部指东经  $105^\circ$  以东的大陆部分, 资料的时间长度取为 1958—1986 年, 剔除其中的余震, 并且不考虑东北地区的深源地震。震级及频度统计结果见表 1。

表 1

震级	4.7	5.0	5.3	5.6	5.9	6.2	6.5	6.8	7.1	7.4	7.8
累积频度	287	165	83	48	24	17	9	7	5	2	1

根据表 1 的数据, 分别用(1)式和(2)式拟合得到:

$$\log N = 6.0115 - 0.7678M; \quad (9)$$

$$\log N = 6.8530 - 1.0445M + 0.0222M^2 \quad (10)$$

令上述两式等于零, 分别求得中国东部的震级上限为 7.8 级和 7.9 级。(1)式拟合结果的残差为 0.04542, (2)式拟合结果的残差为 0.04127。显然, 修改后的关系式的拟合精度高。

## 2. 云南省

资料的时间长度为1958—1986年,震级下限为4.7级。表2列出了震级和地震频度的统计数据。

表2

震级	4.7	5.0	5.3	5.6	5.9	6.2	6.5	6.8	7.1	7.4	7.7
累积频度	175	124	73	36	25	18	9	5	4	2	1

根据表2的数据,分别用(1)式和(2)式拟合得到:

$$\log N = 5.7492 - 0.7372M; \quad (11)$$

$$\log N = 4.7275 - 0.3998M - 0.0272M^2. \quad (12)$$

令上述两式等于零,分别求得震级上限为7.8级和7.7级。(1)式拟合的残差为0.02939,(2)式拟合的残差为0.02423。

## 3. 中国西部

中国西部是指东经105°以西的地区,资料的时间长度为1958—1986年。不考虑发生在新疆、西藏边界线附近的中源地震。表3列出了震级和地震频度的统计数据。

表3

震级	4.7	5.0	5.3	5.6	5.9	6.2	6.5	6.8	7.1	7.4	7.7
累积频度	1093	609	334	190	124	84	47	22	11	4	1

根据表3的数据,分别用(1)式和(2)式拟合得到:

$$\log N = 7.5159 - 0.9292M; \quad (13)$$

$$\log N = 1.4248 + 1.0824M - 0.1622M^2. \quad (14)$$

令上述两式等于零,分别求得震级上限为8.1和7.8。(1)式拟合的残差为0.2637,(2)式拟合的残差为0.0809。

值得注意的是,在(14)式中, $M$ 一次方项前面系数的符号为正, $M^2$ 项前面系数的符号为负。为此对该式中的回归系数进行 $t$ 检验,选取显著性水平 $\alpha=0.05$ ,自由度 $f=n-k=11-3=8$ ,查 $t$ 分布表,得出 $t_{b1}$ 、 $t_{b2}$ 均不能通过检验,只有 $t_{b3}$ 能通过检验。表明对中国西部地区, $\log N$ 与震级平方项的关系是显著的。

## 4. 台湾地区

资料的时间长度为1958—1986年,仅考虑浅源地震,震级下限取为4.7级。表4列出了震级和频度的统计数据。

表4

震级	4.7	5.0	5.3	5.6	5.9	6.2	6.5	6.8	7.1	7.4	7.7	8.0
累积频度	594	384	234	150	88	52	27	15	6	3	2	1

根据表4的数据,分别用(1)式和(2)式拟合,得到

$$\log N = 6.9455 - 0.8611M \quad (15)$$

$$\log N = 4.3885 - 0.0346M - 0.065M^2. \quad (16)$$

令两式等于零,分别求得震级上限为8.1和8.0。(1)式拟合的残差为0.0687,(2)式拟合的残差为0.02267。

对(16)式中的回归系数进行t检验,结果表明,在显著性水平 $\alpha=0.05$ 上,震级M一次项前面的系数不能通过检验,而常数项和M平方项前面的系数通过检验。这表明,对台湾浅源地震, $\log N$ 主要与 $M^2$ 项相关。

此外,对于江苏地区及邻近海域以及四川地区,分别用(1)式和(2)式对震级和频度关系进行拟合,结果均表明,(2)式拟合的残差均比(1)式的小。

#### 四、几点结论

1. 利用修改的震级-频度关系,对我国部分地震区带的计算结果表明,修改后的震级-频度关系的残差比修改前都减小了,最大减小5.5倍。说明对于震级和频度关系,用曲线拟合的精度比用直线拟合的精度高。

2. 利用修改后的震级-频度关系可以方便地求得地震区带的震级上限,所得结果与实际观测资料相当吻合。

3. 对某些地震区、带, $\log N$ 可能与 $M^2$ 项显著相关,并且M一次项前面的系数可出现正号,这与传统的震级-频度关系不一样。但不管M一次项前面的符号是正号还是负号,地震频度随震级的增加总是在减小。故震级-频度关系的实质可理解为,地震频度随震级的增加而减小,而不管在半对数坐标中是用直线拟合还是用曲线拟合。

4. 用本文提出的震级-频度关系研究强震前 $b_2$ 和 $b_3$ 的时空变化,将比仅研究原来的震级-频度关系中的b值时空变化可能更为有效。

(本文1991年12月24日收到)

#### 参考文献

- [1] B. Gutenberg and C. F. Richter, Frequency of earthquake in California, B. S. S. A, Vol. 34, 185—188, 1944.
- [2] B. Gutenberg and C. F. Richter, Seismicity of the earth and associated phenomena, Princeton University Press, Princeton New Jersey, 1954.

## MODIFIED MAGNITUDE-FREQUENCY RELATIONSHIP AND ITS APPLICATION TO SOME SEISMIC ZONES

Cheng Erlin

*(Seismological Office of Yancheng City, Jiangsu Province)*

### Abstract

In this paper,  $b$  values of some seismic zones were calculated by means of modified magnitude-frequency relationship  $\log N = b_1 + b_2M + b_3M^2$ . The results show that modified magnitude-frequency relationship improved likelihood precision remarkably. The residual of modified magnitude-frequency relationship was reduced 5.5 times maximally as against traditional G-R relationship. Upper magnitude of seismic zone was obtained conveniently. If there are enough time-length data, obtained upper magnitude will be rather satisfactory.

**Key Words:** Magnitude-frequency Relationship; Likelihood Precision; Upper Magnitude

---

(上接 32 页)

## FRACTAL OF SEISMIC FRACTURE SYSTEM AND ITS APPLYING IN EARTHQUAKE PREDICTION

Yao Lixun, Yu Xuejun

*(Seismological Bureau of Zhejiang Province, Hangzhou, China)*

### Abstract

The fault systems of earthquake are non regular whether in laboratory test scale or in geologic scale, which have self similar structure. After a earthquake, the slip function of seismic fault reached the largest value in the middle segment of fault and reduced to the smallest value in two ends of it. The remainder strain caused by the mainshock was gradually adjusted by the faults of aftershock, which have different scales and different directions. The seismic fracture system formed by the mainshock and aftershocks has shown the fractal character.

Two structure models of foreshock and aftershock system have reported in this paper. Based on this result the non-balanced degree of seismic moment in a seismic fracture system has been defined. It is found that before some strong earthquakes the fractal dimension and the non-balanced degree of seismic moment show temporal and spatial changes. The applying of fractal dimension and non-balanced degree of seismic moment in earthquake prediction are discussed.

**Key Words:** Non-balanced Degree of Seismic Moment; Fractal; Earthquake Fault