

地震活动性的多重分维特征*

王裕仓

(国家地震局兰州地震研究所)

摘 要

本文根据多重分维的定义,研究了华北和西北地区地震的空间和时间分布的多重分维特征。结果表明,地震时空分布的多重分维特征能较好地描述地震时空分布的有序性。一般在地震活动性较强的阶段,多重分维 D_q ,尤其是高阶的 D_q 有明显的异常变化,其 D_q-q 曲线较陡;而 D_q-q 曲线变化较平缓的阶段,统计区内一般无大震发生。

关键词:多重分维;地震时空分布;华北;西北

一、多重分维理论简介

近年来,分形理论逐步被引入地震学领域内,已有越来越多的地震工作者开始了这方面的研究,并取得了一批初步的成果^[1-8]。但这些研究大多集中在简单分形上,对多重分维的研究较少。地震过程是复杂的、随着研究的深入,人们发现,单一的分形不足以全面描述地震的时空分形性质,而且线性无标度区范围一般很窄,在某些情况下,甚至得不到单一的分维值。当然样本的选取,时空范围的大小也会对计算结果有一定的影响。因此,有必要进行多重分形的研究,以揭示地震过程的复杂性,寻找有关地震的可能的前兆。

1. 多重分维理论简介

多重分形(multifractals)又称多标度分形,多分形或多重分形测度。自然界有不少复杂现象,虽具有分形结构,但却很难用一种分维来刻画,这类分形似乎是由大量维数不同的子集交错叠加而成的,即各个局部的分维值不同,这种现象称为多重分形。定量描述多分形特征一般有两种方法:

(1) 广义维数法(generalized demension)

从信息论角度,可以定义一个 q 次概率矩

$$X_q(\varepsilon) = \sum P_i(\varepsilon)^q, \quad (1)$$

* 本文为作者硕士学位论文的一部分

其中 ε 为覆盖分形体的网格尺度, 当 $\varepsilon \rightarrow 0$ 时有

$$X_q(\varepsilon) \propto \varepsilon^{(q-1) \cdot D_q} \quad (2)$$

其中 D_q 称为广义维数, 其定义为:

$$D_q = \begin{cases} \frac{1}{q-1} \cdot \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log[\sum_i P_i(\varepsilon)^q]}{\log \varepsilon} & (q \neq 1) \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\sum_i P_i(\varepsilon) \cdot \log P_i(\varepsilon)}{\log \varepsilon} & (q = 1) \end{cases} \quad (3)$$

(3)式中 $P_i(\varepsilon)$ 是分形体落入第 i 个尺度为 ε 的格子内的概率。理论上 q 可取从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 的任一实数(不必限于整数)。从(3)式可以看出:

当 $q=0$ 时, D_0 即容量维;

当 $q=1$ 时, D_1 即信息维;

当 $q=2$ 时, D_2 即关联维。

(2)多重分形谱法(spectrum of multifractals)

对于复杂的分形现象,如湍流、混沌及分形生长等,必须用多个维数才能全面刻画其特征。例如对于分形生长,其分形界面上每一点都有一个生长几率,且不同点的生长几率有时差别很大,这表明生长几率的分布具有层次结构。对此我们可将描述的对象分成尺度不同的小区域,并将属于生长几率的那些区域用特征标度指数 α_i 来表征,于是得到一个由不同的 α 所组成的集合,这个集合可以看作是由一个无限的序列构成的,这个序列即是一个谱。

具体办法如下:把所研究的多重分形客体 S 分为 N 个区域, $i=1, 2, \dots, N$ 。每个区域尺度为 ε_i , 对应测度(例如概率)为 P_i 。当这些区域足够小时,可以认为

$$P_i \approx \varepsilon_i^{\alpha_i} \quad (4)$$

其中 α_i 即为标度指数(又称奇异强度),一般因区域不同而异。

在许多 α_i 中有相同 α 值的区域数目 $N_i(\varepsilon)$ 与区域大小 ε_i 有关,即

$$N_i \propto \varepsilon_i^{-f(\alpha)} \quad (5)$$

式中的 $f(\alpha)$ 是 α 的连续函数,称为多重分形谱。 $f(\alpha) - \alpha$ 是描述多重分形局域特性的一套基本语言,在非线性动力学中较多采用。

一般 $f(\alpha) - \alpha$ 曲线为一条凸曲线,如图 1 所示。描述多重分形的两种方法是完全等价的⁽⁹⁾。

2. 多重分形的计算方法

常用的方法有以下几种:

(1)数盒子法(box-counting method)

P_i 的计算公式为 $p_i = n_i/n_0$ 。其中 n_i 为第 i 个网格内的地震个数, n_0 为总地震个数。

(2)固定半径法(fixed-radius method)

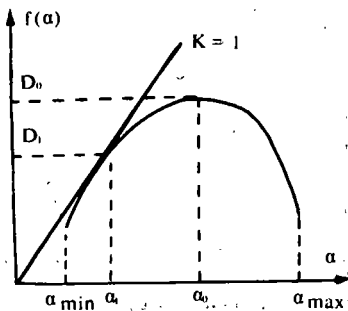


图1 $f(\alpha)-\alpha$ 曲线的形状
Fig. 1 The shape of the $f(\alpha)-\alpha$ curve

这是一种广义的相关方法。取定一个圆的半径为 r , 此圆内待测的量 $M(<r)$ 随着 r 的增加而增大。计算公式为

$$\log \langle M(r)^{q-1} \rangle = (q-1) \cdot D_q \cdot \log r \quad (6)$$

(6)式中 M 可以是地震震中或震源分布, 或能量。如将地震作为点事件, 每次地震的质量为 1。

$\langle M(r)^{q-1} \rangle$ 表示按圆心平均。实际计算时, 先按一定的规则(如等间距)设立若干基准点(即圆心), 取一 r 值, 得一系列 $\langle M(r)^{q-1} \rangle$ 值, 在 $\log \langle M(r)^{q-1} \rangle - \log r$ 双对数图上找出“无标度区”, 其斜率即 $(q-1)D_q$ 。

(3) 固定质量法 (fixed-mass method)

此法与固定半径法类似。所不同的是, 先固定一个“质量” M , 求出包含此质量 M 在内的最小半径 $R(M)$ 随 M 的增大而变化的情况。计算公式为:

$$\log \langle (M)^{-(q-1) \cdot D_q} \rangle = -(q-1) \log M \quad (7)$$

(4) 直接计算法

克哈伯特(A. chhabra)等^[10]提出了一种直接计算 $f(\alpha)$ 的方法。其基本思想与数盒子法类似, 即用尺度为 ϵ 的盒子去覆盖被研究的客体, 第 i 个盒子内的概率为 $P_i(\epsilon)$, 构造一个归一化的单参数概率测度簇 $\mu(q, \epsilon)$ 。

$$\mu(q, \epsilon) = \frac{[P_i(\epsilon)]^q}{\sum_j [P_j(\epsilon)]^q}$$

该测度簇的维数为: $f(q) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\sum \mu(q, \epsilon) \cdot \log[\mu(q, \epsilon)]}{\log \epsilon}$

由标度关系 $\alpha_i = \log P_i(\epsilon) / \log \epsilon$,

可得 α_i 均值为: $\bar{\alpha}(q) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\sum \mu(q, \epsilon) \cdot \log P_i(\epsilon)}{\log \epsilon}$

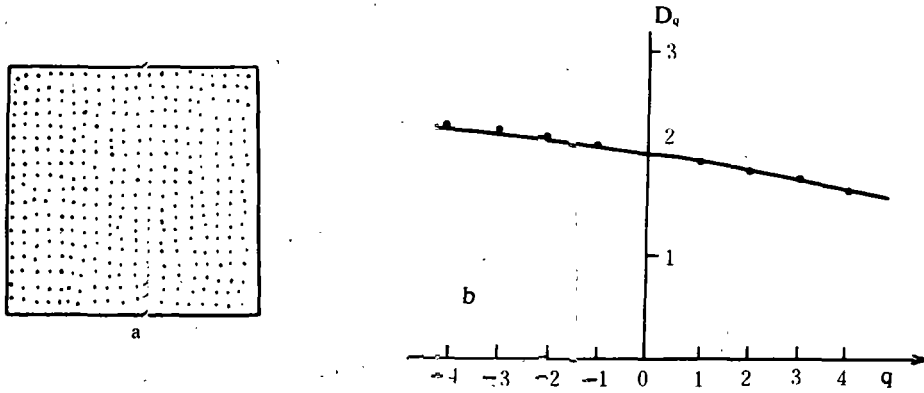
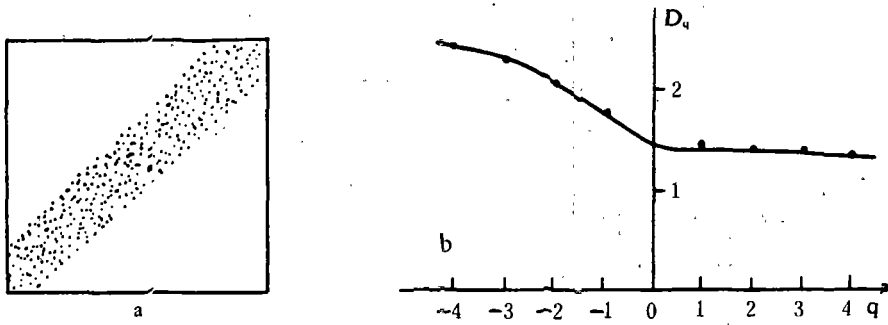
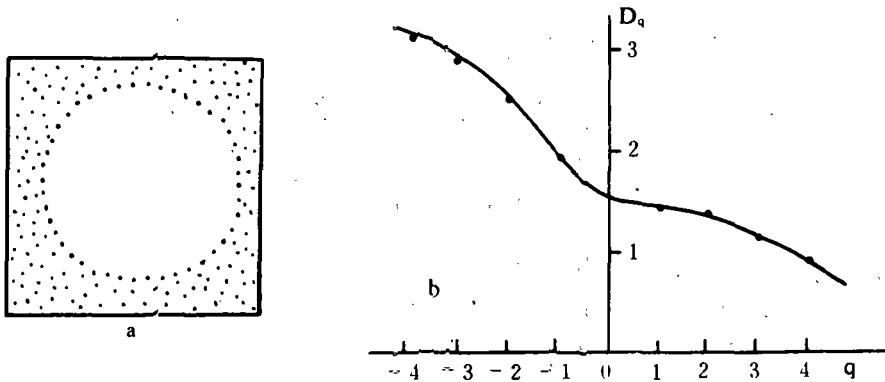
这样, 对于每个给定的 q 值, 可求得 $f(\alpha)$ 和 α , 从而作出 $f(\alpha)-\alpha$ 曲线。

二、一些典型地震分布的分维特征

前人的研究表明, 在大震或中强地震前, 中小地震的分布往往呈现出一定的特点, 如围空、条带、密集及稀疏等。为了研究分维的物理意义及其与地震活动的关系, 本文给出了几种典型的地震空间分布, 即均匀型、条带型、空区型、集中型和疏密型(图2-图6)的 D_q-q 曲线。由于计算量及精确度所限, 仅计算到 $q = \pm 4$ 。

从图2-6可以看出:

(1) 对于均匀型的地震分布, 其 D_0 较大, 接近于 2, 且其 D_q-q 曲线较平缓。

图2 均匀型地震分布的 D_q - q 曲线a. 均匀型地震分布; b. D_q - q 曲线Fig. 2 The D_q - q curve of the earthquake distribution of uniform type图3 条带型地震分布的 D_q - q 曲线a. 地震分布; b. D_q - q 曲线Fig. 3 The D_q - q curve of earthquake distribution of belt type图4 空区型地震分布的 D_q - q 曲线a. 地震分布; b. D_q - q 曲线Fig. 4 The D_q - q curve of earthquake distribution of gap type

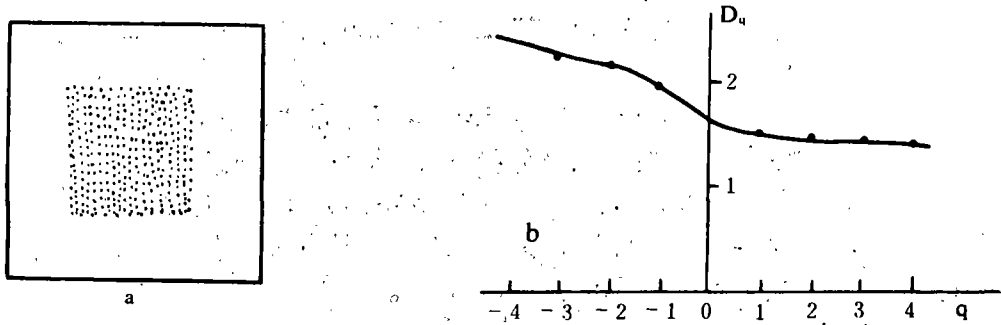


图5 集中型地震分布的 D_q-q 曲线

a. 地震分布; b. D_q-q 曲线

Fig. 5 The D_q-q curve of earthquake distribution of centralized type

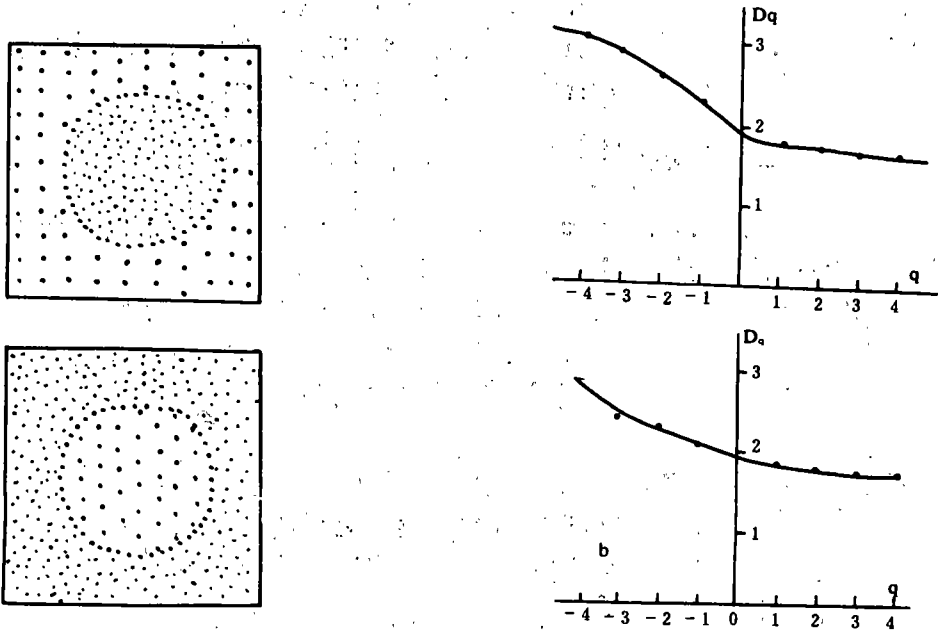


图6 疏密型地震分布的 D_q-q 曲线

a. 地震分布; b. D_q-q 曲线

Fig. 6 The D_q-q curve of earthquake distribution of condensation rarefaction type

(2)对于不均匀的地震分布,即条带型、空区型、集中型和疏密型的地震分布,它们的 D_0 较小, D_q-q 曲线较陡,即对应于 $-q$ 的 D_q 较大,对应于 $+q$ 的 D_q 较小。

(3)几种不均匀的地震分布的 D_0 值都很接近(大致都在 1.5-1.6 左右)。由此可知,

D_0 只是一个描述地震分布的比较粗略的量,根据 D_0 的大小,仅能大体推测地震分布的均匀或有序程度,而不能了解地震分布的更具体、更详细形态。这同时也说明了研究地震分布多重分维的必要性。

(4)从 D_0-q 曲线还可以看到,几种不均匀的地震分布的 D_0-q 曲线有一定的区别。例如,条带型的地震分布其 D_0 在 $-q$ 区间变化较陡,而在 $+q$ 区间变化较平缓,集中型地震分布的 D_0-q 曲线与此类似。但空区型地震分布的 D_0-q 曲线则差别较大,在 $-q$ 区间,其 D_0 变化更陡。如在 $q=-4$ 时, D_0 为 3.1,比上述两种类型的 D_0 均高 0.7 左右;在 $+q$ 区间,其 D_0 随 q 增长呈缓慢下降,但在 $q=+3, +4$ 时,其 D_0 又比其它几种类型的低 0.3-0.4 左右,在 $q=0, -1$ 处, D_0-q 曲线有明显转折。疏密型地震分布的 D_0 在 $-q$ 区间其变化与空区型基本一致,但在 $+q$ 区间 D_0 变化平稳,与空区型不一致,这可能是疏密型地震分布含有较均匀的背景的原因(疏密型分布可认为是在均匀型地震分布的基础上叠加一个空区或集中型的地震分布)。利用这些区别,可对地震活动的分布特征作比较详细的描述。

在自然界中,实际地震分布是很复杂的,一般不可能单纯是上述的某一种,但可以看作是几种形态的组合,有时当某一种特征占主要地位时,其对应的 D_0-q 曲线特征就会很明显,所以我们认为这些特征在地震预报中是可以应用和参考的指标。

三、实际地震时空分布的多重分维特征

本文选择我国华北和西北两个地区,对其地震时空分布的多重分维进行计算。所用地震资料选自《中国西部地震目录》和国家地震局编的《中国弱震目录》。为保证统计结果具有意义,要求有足够多的样本数目,但是样本数目也不宜过大,因为提高样本数目,事实上就是降低起始震级、延长时段和增大研究区域,而这样又有可能改变其物理过程和物理背景。为此,本文取 $N_0=400$ 。另外,尺度变换时,取 $e_{\min} \geq 0.2$ 度(约 22km,为地震定位精度)。

关于信度检验,采用常用的最小二乘法回归计算均应通过 $\alpha < 0.01$ 的相关性检验。

对于华北地区,研究时段取 1970-1988 年;对于西北地区,研究时段取 1970-1986 年。研究区域面积取 $10^\circ \times 10^\circ$ 。震级下限取 $M_{\min}=2.0$ 。计算时采用 $N_0=400$ 的等地震个数滑动,滑动间隔为 200 个。

1. 地震空间分布的多重分形特征

图 7、图 9 是华北地区和西北地区地震分布的 D_0 随时间变化情况,图 8 和图 10 分别是两个地区各个时段的 D_0-q 图。

分析图 7-图 10,可以得到如下结论:

(1) D_0 值的大幅度下降或上升与统计区内的大震或其异常前兆有一定的对应关系。如唐山地震前 $q=-3, -4$ 时 D_0-q 曲线表现的异常特别显著,当 $q=-4$ 时, D_0 达 3.9,这表明统计区内地震分布很不均匀。又如在西北地区,1973 年 2 月 6 日四川炉霍 7.6 级地震,1974 年 5 月 11 日云南永善、大关 7.1 级地震(统计区外缘)和 1976 年 8 月 16 日、

23日松潘两次7.2级地震前, D_q-q 曲线变化很陡, 即在 $+q$ 区间内 D_q 值很低, 在 $-q$ 区间内 D_q 值很高(图 10b-f)。当 D_q 起伏幅度较小且较零散时, 一般无大震发生。

(2) 低 $|q|$ 值所对应的 D_q 的变化与地震的对应关系不如对应于高 $|q|$ 值的 D_q 明显。因此, 与高 $|q|$ 值对应的 D_q 变化对地震空间分布的不均匀性能起到一定的“放大”作用, 因而是值得今后进一步研究的预报指标。

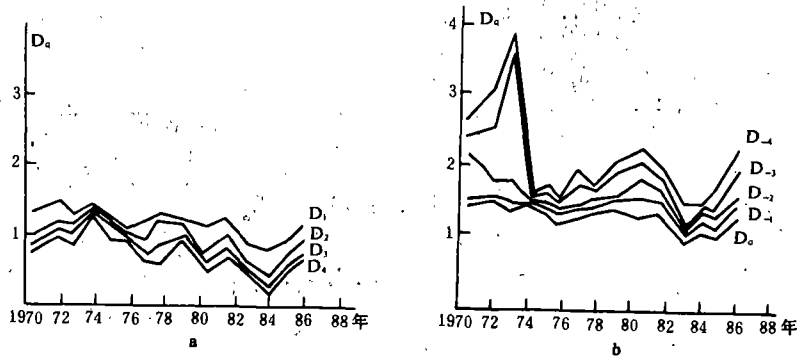


图7 华北地区 D_q-T 图

a. $q > 0$, b. $q < 0$

Fig. 7 D_q-T diagram in North China

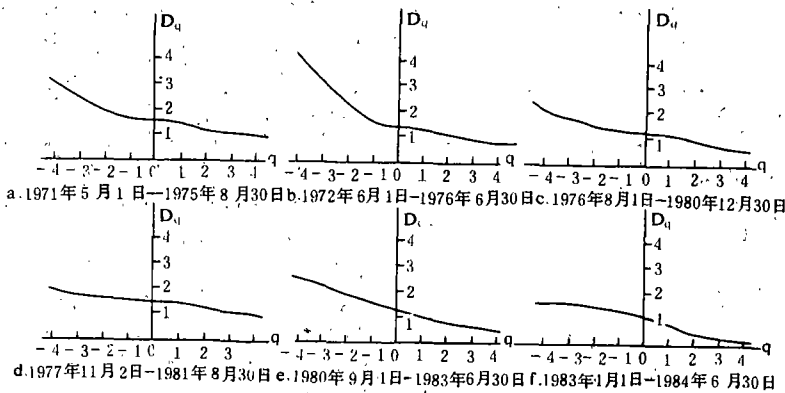


图8 华北地区各时段 D_q-q 图

Fig. 8 D_q-q curves of different periods in North China

2. 地震时间分布的多重分维特征

地震在时间域上的分布, 一般也会出现密集区、稀疏区和均匀分布, 它们的 D_q-q 曲线特征和空间域的相类似。本文仅对西北地区的 D_q-q 曲线及 $f(\alpha)-\alpha$ 谱进行计算, 所取参数与空间域的计算相同。

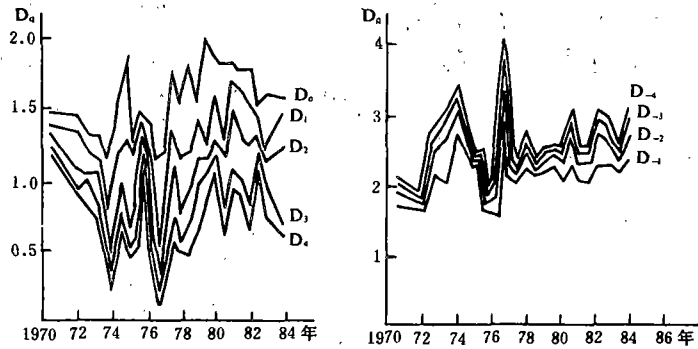


图9 西北地区 D_q-T 图

a. $q < 0$ b. $q < 0$

Fig. 9 D_q-T diagram in Northwest China

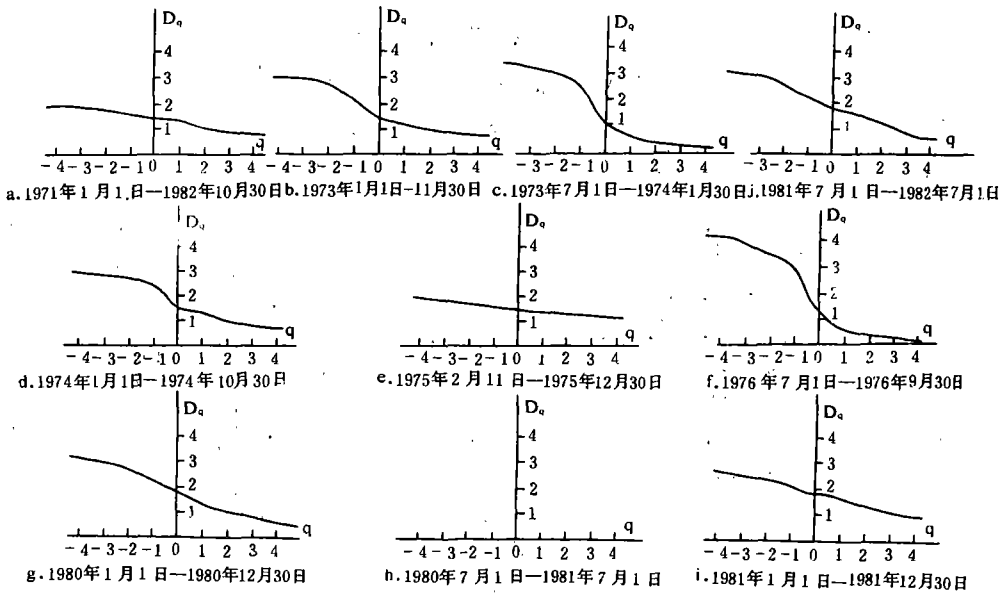


图10 西北地区各时段 D_q-q 图

Fig. 10 D_q-q curves of different periods in Northwest China

图11是西北地区多重分维谱图,左边是 D_q-q 曲线、右边是其相应的 $f(\alpha)-\alpha$ 谱线,该谱线由直接算法求出。分析图11可以得到如下结论:

(1)在地震时序较均匀的几个阶段,其 D_q-q 曲线较缓,而 $f(\alpha)-\alpha$ 谱曲线显示 α 跨度很窄,两端点 f 值大。

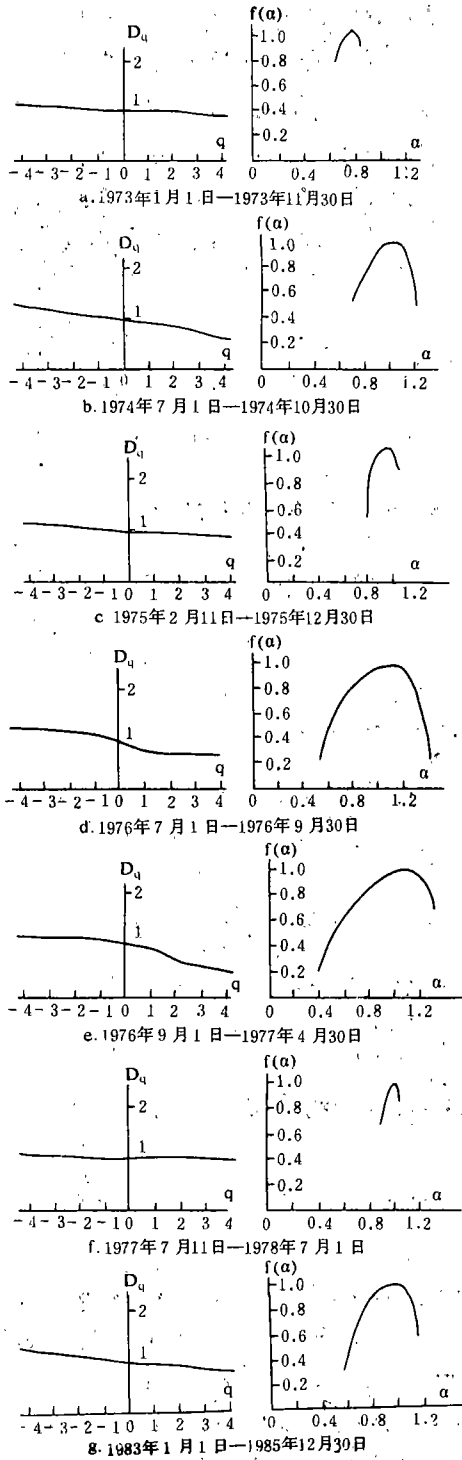


图 11 西北地区各时段时间分维谱图

Fig. 11 The spectrum diagrams of multifractal of different periods in Northwest China

(2) 在地震时序不太均匀的几个阶段, D_q-q 曲线较陡, $f(\alpha)-\alpha$ 谱曲线显示 α 跨度很大, 两端点 f 值较小。

(3) $f(\alpha)-\alpha$ 谱曲线和 D_q-q 曲线反映的物理含义是相同的, 现说明如下:

由公式 (4)、(5) 可知, 由于 ϵ_i 一般小于 1, 故 α_i 大, 其对应的 P_i 较小; α_i 小, 其对应 p_i 大, 故 α 跨度较大 (即 α_{\min} 小、 α_{\max} 大) 说明 P 的跨度也较大, 此即时间分布不均匀。 $N_i(\epsilon)$ 代表有相同 α_i (即相同 P_i) 的区域数目。由于 ϵ 小于 1, 故 $f(\alpha_i)$ 越大, $N_i(\epsilon)$ 也越大, 意味着具有密度为 P_i (与该 α_i 相对应) 的区域数目越多。因此, 当密度 P 跨度不大, 且各密度数目也很接近时, 地震在时间域内的分布是比较均匀的。反之, 当密度 P 跨度大 (即有很小的密度又有较大密度), 且各密度的数目差别也很明显时, 地震在时间域内的分布是不均匀的。与在空间域内的地震分布的分维特征相比, 时间域内的地震分布的 D_q-q 曲线变化不太明显, 这是因为空间域是二维而时间域是一维的缘故, 而时间域的 $f(\alpha)-\alpha$ 谱则能比较敏感地反映地震分布的不均匀性。

四、结论与讨论

分形理论是研究地震活动性的强有力工具之一, 直接测定复杂系统的分数维, 可以避开许多棘手的理论问题, 这对于机理尚不清楚的地震预报研究显得尤为重要。

本文的工作只是初步尝试。作者认为, 不同时段的地震空间和时间分

布的多重分维特征可以较好地描述地震时空分布的不均匀特性。但还有一些问题仍有待深入研究。例如目前人们在进行这方面的研究时,都假定地震分布具有分维结构,但实际地震的时空分布是很复杂的,在以后工作中应给出一个具体的判别的标准。在本文研究中样本数目、资料选取、时空域的选取及尺度变换都会对计算结果有一定的影响,尤其是在双对数图上求斜率时,人为的误差也是存在的,这在以后的工作中应加以讨论。

本文是在秦保燕老师的精心指导下完成的,郭增建老师和洪时中老师审阅了全文,并提出了宝贵意见,在此一并致谢

参考文献

- [1]Kagan, Y. Y., and Knopoff, L., Spatial distribution of earthquake: the two-point correlation function, *J. Geophys. Res.*, Vol. 62, 303—320, 1980.
- [2]Sudovskiy, M. A., Characteristic dimensions of rock and hierarchical properties of seismicity, *Earth phys.* Vol. 20, 87—96, 1984.
- [3]Kagan, Y. Y., and Knopoff, L., Statistical study of the occurrence of shallow earthquakes, *J. Roy. Astr. Soc.*, Vol. 55, 67—86, 1987.
- [4]Kagan, Y. Y., and Knopoff, L., Stochastic Synthesis of earthquake catalog, *J. Geophys. Res.*, Vol. 86, 2853—2862, 1981.
- [5]李海华等, 门源 6.4 级强震前地震活动的时间分维结构, *西北地震学报*, Vol. 9, No. 4, 1987.
- [6]洪时中、洪时明, 分维及其在地震科学中的若干最新进展, *国际地震动态*, No. 12, 3—7, 1988.
- [7]安镇文等, 大震前后地震活动的分维特征, *地震学报*, Vol. 11, No. 3, 1989.
- [8]蒋海昆、刁守中, 海城、唐山地震序列时间分布的分维特征, *中国地震*, Vol. 6, No. 2, 1990.
- [9]Halsey, T. C., et al., Fractal measure and their singularities; the characterizations of strange sets *Phys. Rev. A.*, Vol. 33, No. 2, 1141—1151, 1986.
- [10]Chhabra, A. et al., Direct Determination of the $f(\alpha)$, singularity spectrum, *phys. Rev.*, Vol. 62, No. 12, 1327—1330, 1989.
- [11]洪时中、洪时明, 多重分形与地震, *四川地震*, 1991.
- [12]蒋海昆、刁守中, 海城、唐山大震前后空间分布信息维数 D 的特征, *地震*, 1991.
- [13]朱传镇, 对地震分形特征的几点认识, *地震研究*, Vol. 14, No. 2, 1991.

CHARACTERISTICS OF MULTIFRACTAL DIMENSIONS OF SEISMIC ACTIVITY

Wang Yucang

(*Earthquake Research Institute of Lanzhou, SSB, China*)

Abstract

The multifractal dimensions of spatial and temporal distribution of earthquakes in North China area and Northwest China area are calculated in this paper according to the definition of multifractal dimensions. The results show that the multifractal dimensions of seismic space and time distribution can describe the orderliness of spatial and temporal distribution of earthquakes satisfactorily. Generally, obviously anomalous changes of multifractal dimension D_q , especially of high order, are found, and the curve $D_q - q$ is very steep during the process when the seismic activity is strong. But very few stronger earthquakes took place in the statistical region when the curve of $D_q - q$ is flat.