

# 地震多重分形标度指数谱 $f(\alpha)$ 的研究

朱令人 周仕勇

(新疆维吾尔自治区地震局)

## 摘 要

本文简要介绍了描述多重分形的标度指数谱  $f(\alpha)$  的直接计算方法和简要推导过程. 应用该方法分析处理了渤海和唐山地震区地震时间序列资料, 结果表明, 用  $f(\alpha)$  谱能较好地全面描述地震时间分布这类不均匀分形. 根据  $f(\alpha)$  谱的异常形态, 可以对大震进行监测预报.

关键词: 多重分形 标度指数谱

## 一、引 言

自然界中存在着许多复杂的体系和现象, 非线性理论的发展和运用, 提供了对这些复杂体系和现象进行描述、分析的方法, 自相似现象的发现及分维理论的应用就是一例.

近年来, 对地震时空分布的分维研究取得了一定的进展. 但这些研究多局限于容量维  $D_0$ 、信息维  $D_1$  及关联维  $D_2$  等, 对一般分维  $D_q$  的研究很少. 然而描述地震时间或空间分布这类不均匀的分形结构, 单一的容量维或信息维是不足以描述其性质的. 例如, 在实际应用中发现, 在足够多的分形体中有一些具有同样的维数, 从而不能将它们区别开. 所以, 在相空间里非均匀的复杂分形结构要通过一个维数集  $\{D_q\}$  来表征. 也可以用另一套语言, 即标度指数谱  $f(\alpha)$  来表征.

在本文中, 我们试图使用标度指数谱  $f(\alpha)$  研究大震前后不同时段内地震时空分布的分形结构, 根据标度指数谱曲线  $f(\alpha) - \alpha$  的异常形态, 提取大震震源信息, 探讨预报大震的方法.

## 二、标度指数谱 $f(\alpha)$ 的计算<sup>[1]</sup>

设想将一个线度为  $L$  的分形体分为长度  $l$  的  $d$  维方格, 则  $P_i$  为第  $i$  个格子的静态概率, 显然有约束:

$$\sum_{i=1}^d P_i = 1 \quad (1)$$

令  $\epsilon = l/L$ , 对均匀分形, 在  $\epsilon \rightarrow 0$  时, 显然有

$$N(\epsilon) \sim \epsilon^{-D}$$

亦即

$$P_i(\epsilon) \sim \epsilon^p \quad (2)$$

设想对具有无穷多奇异性分布的非均匀分形也有如下一般形式:

$$P_i(\epsilon) \sim \epsilon^{\alpha_i} \quad (3)$$

$P_i(\epsilon)$  为某个子区域的静态概率。对于 (3) 式,  $\epsilon \ll 1$ , 且根据所给定的测量区域,  $\alpha$  可在一定范围内取值。非整数指数  $\alpha_i$  对应于测量对象某个子区域的奇异性强度。显然  $\alpha$  依赖于分形体上点的实际位置, 但通常有许多子区域具有同样的指数  $\alpha$ 。在标度  $\epsilon$  下, 具有指数  $\alpha$  的子区间数有下列关系:

$$x_\alpha(\epsilon) \sim \epsilon^{-f(\alpha)} \quad (4)$$

显然 (4) 式中  $f(\alpha)$  就是用  $\alpha$  指数所表征的子区域构成的子集的分维数, 称为标度指数谱。且有

$$\max_{\alpha} f(\alpha) = D \quad (5)$$

对均匀分形,  $f(\alpha) = \alpha = D_0$ ,  $f(\alpha)$  在  $f \sim \alpha$  平面上只是一个点。

又令 
$$x_q(\epsilon) = \sum_{i=1}^n P_i^q \quad (6)$$

当  $q=0$  时, 
$$x_0(\epsilon) = N(\epsilon) \sim \epsilon^{-D} \quad (7)$$

当  $q=1$  时, 由 (1) 式得 
$$x_1(\epsilon) = 1$$

又因 
$$D_q = \frac{1}{q-1} \cdot \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \lg \sum P_i^q / \lg \epsilon$$

代入 (6) 式有

$$x_q(\epsilon) \sim \epsilon^{-(q-1) \cdot D_q} \quad (8)$$

对于非均匀分形体, 各子区域的概率值及具有相同概率的子区域个数都是不均匀的。因而, 当  $\epsilon \rightarrow 0$  时, (6) 式求和的贡献主要来自某部分子区域, 这些子区域构成了一个具有分形维  $f_q$  的分形体,  $f_q$  依赖于  $q$  的具体取值。故有

$$N_q(\epsilon) \sim \epsilon^{-f_q} \quad (9)$$

(9) 式中的  $N_q(\epsilon)$  是在 (6) 式中起主要作用的子区域数目, 并且所有这些子区间具有相同的  $p_i = p_q$ , 用  $\alpha_q$  来描述具有概率  $p_q$  的子区域的奇异强度, 由 (3) 式得

$$P_q \sim \epsilon^{\alpha_q} \quad (10)$$

对于一个给定的  $q$ , 可以选定一个相应于  $\alpha_q$  的  $f_q$  维分形子集。因为, 当  $\epsilon \rightarrow 0$ , 一个子区域对 (6) 式求和贡献大小非常敏感地依赖于  $q$  和  $\alpha$ , (6) 式求和的主要部分来自那些乘积  $N(\alpha, \epsilon) \cdot P_i^q$  较大的子区域, 其中  $N(\alpha, \epsilon)$  是具有指数  $\alpha$  的子区域数目, 则有:

$$X_q(\epsilon) \approx N_q(\epsilon) \cdot P_q^q \quad (11)$$

即 
$$\epsilon^{(q-1) \cdot D_q} \approx \epsilon^{-f(\alpha)} \cdot \epsilon^{q \cdot \alpha}$$

故有 
$$(q-1) \cdot D_q = q \cdot \alpha - f(\alpha) \quad (12)$$

式中  $f(\alpha)$ 、 $\alpha$  依赖于  $q$  的取值。

又令 
$$\tau(q) = q \cdot \alpha - f(\alpha)$$

则 
$$\alpha = \frac{\partial \tau(q)}{\partial q} \approx \frac{\Delta \tau(\epsilon)}{\Delta q} = \frac{\Delta[(q-1)D_q]}{\Delta q}$$

将  $(q-1) \cdot Dq = \ln \sum_{i=1}^n p_i^q / \ln \varepsilon$  代入上式得

$$a(q) = \sum_{i=1}^n [\mu_i \cdot \ln P_i / \ln(l/L)] ; \quad (13)$$

$$f(\alpha) = \sum_{i=1}^n [\mu_i \cdot \ln \mu_i / \ln(l/L)] . \quad (14)$$

式中

$$\mu_i = P_i / \sum_{i=1}^n P_i^{q-1} ; \quad i \ll L .$$

显然当  $q=0$  时,

$$f(\alpha) = \max_{\alpha} f(\alpha) = D_0 ;$$

当  $q=1$  时,

$$\alpha = f(\alpha) = D_1 .$$

### 三、震例分析

利用 (13)、(14) 式, 我们对渤海、唐山两次 7 级强震前后地震时间分布的多重分形标度指数谱  $f(\alpha) - \alpha$  曲线进行了分析。在进行计算时, 为了能全面反映地震密集部分的分形性质 ( $q > 0$ ) 及稀疏部分的分形性质 ( $q < 0$ ), 我们确定参数  $q$  的取值范围为  $[-4, +4]$ 。理论分析及大量数值计算表明, 该范围内的  $f(\alpha) - \alpha$  曲线性质, 基本上反映出了  $q$  在  $(-\infty, +\infty)$  范围内取值的曲线性质。资料的具体选取情况详见表 1。

表 1 资料取用概况

地震区	纬度范围	经度范围	研究时段	起算震级	最大地震参数
渤海	34. 7°—41. 7°	115. 9°—122. 9°	1966 年 1 月— 1971 年 12 月	M <sub>s</sub> 3. 0	1969 年 7 月 18 日, M <sub>s</sub> 7. 4 震中位置 $\varphi$ N38. 2°, $\lambda$ E119. 4°
唐山	36. 0°—43. 2°	114. 6°—121. 8°	1973 年 1 月— 1980 年 12 月	M <sub>s</sub> 3. 0	1976 年 7 月 28 日, M <sub>s</sub> 7. 8 震中位置 $\varphi$ N39. 4°, $\lambda$ E118. 0

具体计算时, 考虑到即要保证有一定的样本数, 又应避免平均震源信息, 时间窗的长度取定为 512 天。用 1—4 月的步长滑动, 得到大震前后不同时段的一系列  $f(\alpha) - \alpha$  曲线。

为避免无标度区的确定误差对分析结果的影响, 本文采用文献 [2] 介绍的方法直接计算广义分维数。研究表明, 子时段长度在 1—16 天范围内任意取值, 由差分法得到的分维数对分析结果不会有影响。本文取子时段长度为 4 天。

图 1 及图 2 分别展示了渤海、唐山大震前后不同时段  $f(\alpha) - \alpha$  曲线。分析图 1 和图 2 可以发现:

1. 在大震孕育的不同阶段, 标度指数谱  $f(\alpha) - \alpha$  曲线具有不同的形态。正常活动阶段,  $f(\alpha) - \alpha$  为曲率很大的凸状曲线,  $\alpha$  取值跨度较窄; 临近大震发生的阶段,  $f(\alpha) - \alpha$  曲线曲率明显变小,  $f(\alpha)$  的左端值显著下降 (降至正常活动阶段的 1/5—1/20),  $\alpha$  值跨度增大, 顶点右移; 余震活动阶段,  $f(\alpha) - \alpha$  曲线曲率进一步减小,  $f(\alpha)$  的左端和右端值均显著下降, 曲线跨度更大。

2. 大震前,  $f(\alpha) - \alpha$  曲线的左端值显著下降。说明大震前地震时间分布图象的异常

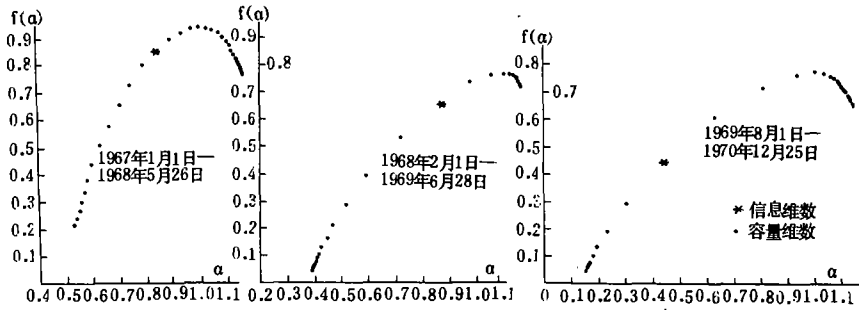


图1 渤海地震区不同时段  $f(\alpha) - \alpha$  曲线

Fig. 1 The curves of  $f(\alpha) - \alpha$  before and after the Bohai earthquake

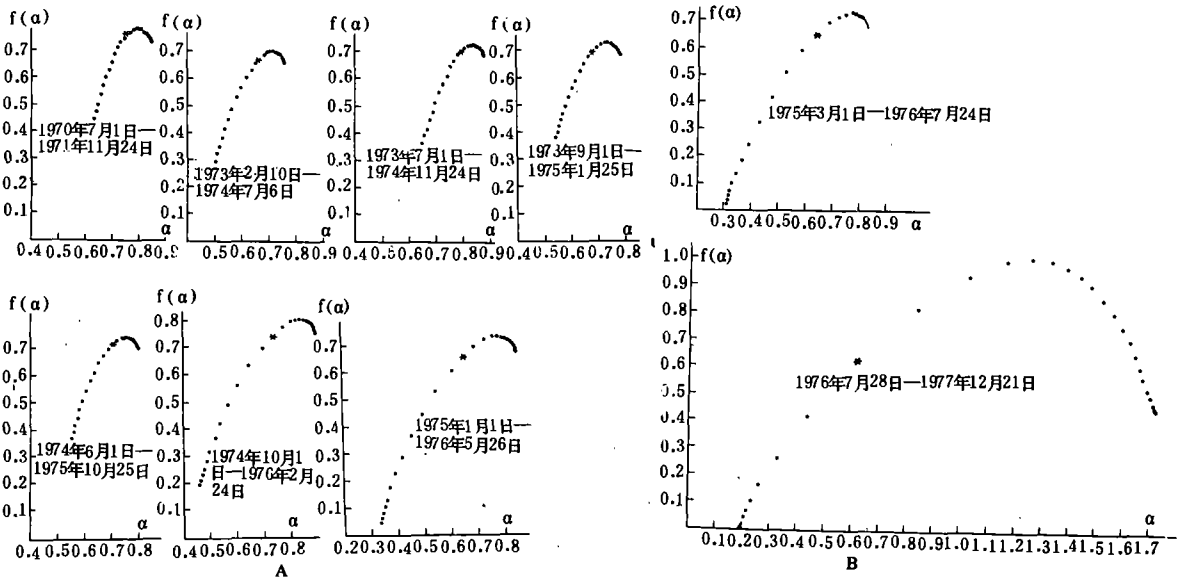


图2 唐山地震区不同时段  $f(\alpha) - \alpha$  曲线

Fig. 2 The curves of  $f(\alpha) - \alpha$  during different times in Tangshan seismic region

以存在异常密集分布为主要特征。

3.  $f(\alpha) - \alpha$  曲线的顶点均是向右偏的。

#### 四、结果分析与讨论

为了进一步研究地震时间分形的特征,本文设计了几个数值模型进行分析(见图3)。由图3可见,对于不同的模型, $f(\alpha)$  谱的形态完全不同,其特点为稀疏型,顶点向左偏;密集型,顶点向右偏;复合型,顶点在中间附近。由此可知,标度指数谱  $f(\alpha)$  不仅能简便、有效地反应出地震时间分布的非均匀分形结构,根据其顶点的偏向还能判断出其异常区属于什么类型。由图1和图2可以看出,渤海、唐山大震前,地震具有异常密集分布的特征。

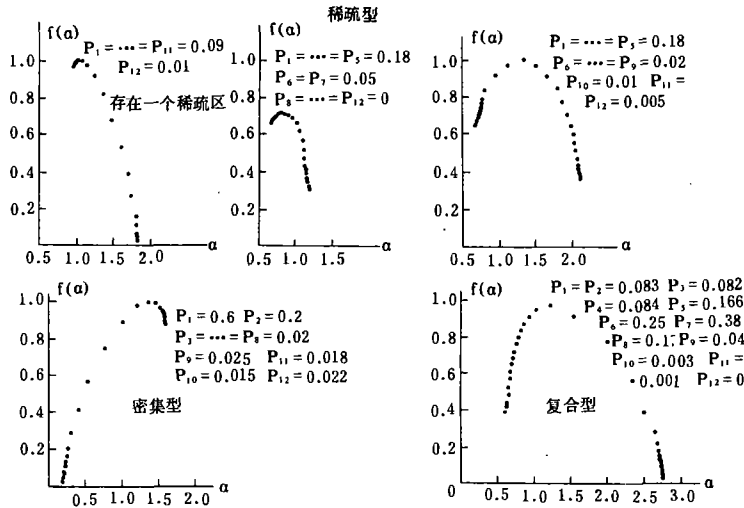


图3 几种数值模型的  $f(\alpha)$  谱

Fig. 3 The  $f(\alpha)$  spectra of some numerical models

描述不均匀分形除了  $f(\alpha)$  谱以外,还有  $D_q - q$  曲线。为了对比,本文还给出了唐山大震前后不同时间段的  $D_q - q$  曲线(图4)。由图4可见,对于不同时段的地震活动,该曲线形态也有不同表现,但不如  $f(\alpha) - \alpha$  曲线明显。

由一般分维  $D_q$  的定义可知,高  $q$  值的  $D_q$  应较低  $q$  值的  $D_q$  能更敏感地反应地震的分布变化。上述研究表明,唐山、渤海大震前地震的时间分布以密集型异常为主,因而较高  $q$  值的  $D_q$  动态曲线应能较敏感地反应大震前的异常过程。为了验证这一推测,我们作了一组不同  $q$  值的  $D_q$  动态曲线(图5)。由图5可以看出,上述推测是基本正确的。然而须说明的是,朱传镇、洪时中等在研究地震空间分形时指出,负  $q$  值的  $D_q$  主要描述稀疏集,可能更有预报意义<sup>(3,4)</sup>。这与本文上述研究结果不矛盾,因为对地震时间分布的异常图象,其异常特征可能与空间相反,应以检测其密集区为主。大震前地震时空分布的异常图象究

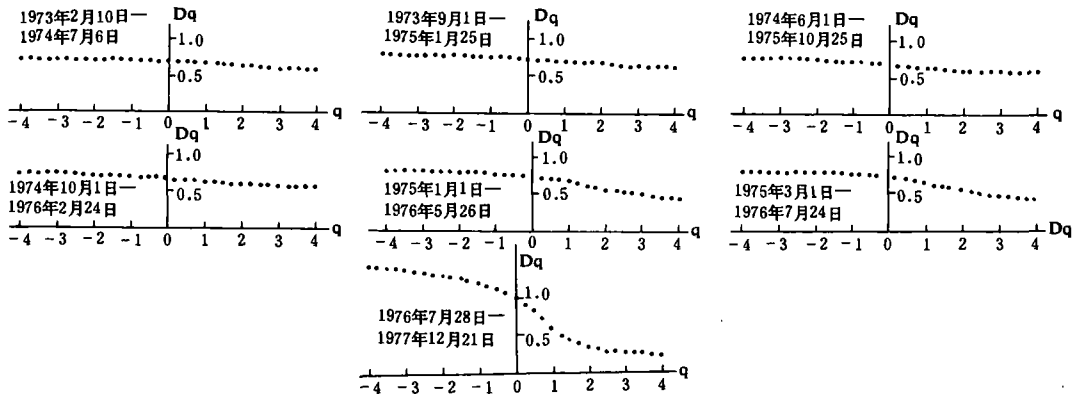


图 4 唐山地震区不同时段  $D_q-q$  曲线

Fig. 4 Some curves of  $D_q-q$  during different time in Tangshan seismic region

竟是“密集型”抑或“稀疏型”，可能与地震孕育环境有关，所以对  $q$  值宜取较宽的范围，但不应超出相变点。

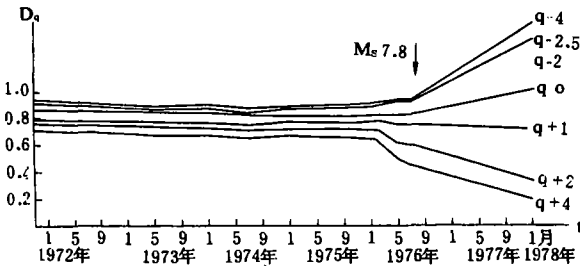


图 5 唐山地区一组不同  $Q$  值的动态曲线

Fig. 5 Dynamic curves of several generalized fractal dimensions

### 五、结论

综上所述，可以得到如下认识：

1. 用标度指数谱  $f(\alpha)$  表征地震随时间的分布是一种实用、简便、有效的方法。用该方法可以较完全地描述地震分布的复杂形态，因而可能成为一种及时发现大震前各种地震异常活动图象的普适性方法。

2. 在大震孕育过程的不同阶段， $f(\alpha)$  谱形态不同，端点值的急剧下跌（图 1、图 2）可能是一种很有预报意义的前兆现象。

关于地震多重分形的研究工作还不多见，本文仅进行了探索性的尝试，还有许多问题需要进一步研究。

（本文 1991 年 7 月 20 日收到）

### 参考文献

[1] Tamas Vicsek, Fractal Growth Phenomena, World Scientific, Singapore, 48-55, 1989.  
 [2] 王海涛、朱令人, 地震广义分维研究, 内陆地震, No. 2, 1991.  
 [3] 洪时中、黄登仕, 多重分形与地震, 四川地震, No. 2, 1991.  
 [4] 朱传镇, 对地震分形特征的几点认识, 国际地震动态, No. 3, 1991.

（下转 71 页）

## EARTHQUAKE RISK ANALYSIS IN CHENGDU CITY

Zeng Yong

(*Seismological Bureau of Sichuan, Chengdu, China*)

### Abstract

In this paper, a new method, which considers random occurrence and time—space nonuniformity of earthquakes, and different intensity declining shapes, is used to estimate the seismic intensity that Chengdu City will suffer in coming 50 years. First, the potential sources with different upper magnitudes are zoned by combining the pattern—recognition with subjective judgement according to the features of seismology, geophysics and seismicity. Second, the  $b$  value, and seismic frequency in potential zones, and nonuniform parameters of earthquake distribution are determined by seismicity analysis in history. Third, the equivalent round, ellipse, long ellipse and fault—rupture intensity declining models which are available in western Sichuan are set up in consideration of earthquake tectonics and isoseismal shapes. At last, a simplified method for calculating probability, which considers earthquake time—space nonuniformity, is suggested to estimate the possibility of intensity from IV to IX. The assessment will provide scientific basis for earthquake resistant project in the City.

(上接35页)

## STUDY ON THE CROWDING INDEX SPECTRUM $F(\alpha)$ OF SEISMIC MULTI—FRACTAL

Zhu Lingren , Zhou Shiyong

(*Seismological Bureau of Xinjiang Uygur Autonomous Region, Urumqi, China*)

### Abstract

This paper simply introduces the method of directly calculating the crowding index  $\alpha$  and crowding index spectrum  $f(\alpha)$  which can describe the complex fractal. Using  $f(\alpha) - \alpha$  it also analyses the seismic temporal sequence data in Tangshan seismic region. The results show that using the index spectrum  $f(\alpha)$  to study the multi-fractal is simple and available, and uneven fractal as the temporal distribution of earthquakes can be described better and completely. Based on the anomalous shape of the index spectrum  $f(\alpha)$ , it is possible to monitor and predict large earthquakes.