

垂向非均匀介质的走时反演

郑 需 要

(国家地震局地球物理勘探大队)

摘 要

本文提出了一种利用反射波走时曲线计算垂向非均匀介质速度和反射界面深度的方法。当在地球表面没有获得来自地下某一深度范围内介质的任何信息时,可以认为这一深度范围内的地震波速度具有连续性。利用来自其底部反射界面的反射波走时曲线,可以计算出该深度范围的地震波速度结构。

对三种模型进行了理论计算,所得反演解与真实值较为一致,其中计算出的反射界面深度最为精确。利用本文提出的方法可以计算两个相邻反射面之间的垂向非均匀速度结构,如低速层等。

一、引言

利用人工地震资料对地壳及上地幔进行解释,首先需要计算出一维模型。一维模型设计得好坏,对二维反演至关重要。在计算一维模型时,传统的 x^2-t^2 方法⁽¹⁾存在着两个缺陷:一是它只能给出介质的平均速度,二是它计算出的反射界面深度有较大的误差。1983年丁韞玉提出了用体波走时反演地壳结构的方法⁽²⁾,但没有解决如何确定任意两个相邻反射面之间速度结构中是否存在低速层(或高速层)的问题。

大多数浅源地震发生在中、下地壳中,地震孕育与地壳结构密切相关。在研究地震的孕育环境时常常涉及到地壳中是否存在低速层(或高速层)的问题。但是,大多数人工地震测深资料由于接收点间距过稀,不能从回折波走时曲线上发现低速层(或高速层)的直接证据。所以,我们提出了利用反射波走时曲线确定低速层(或高速层)存在的方法。

二、基本公式和方法

我们对较复杂的垂向非均匀介质进行了研究,其中介质的特性可以由若干个速度随深度

变化的函数表示出来。在上部地壳中常有回折波，用盖 - 维公式可以得到相应的速度结构。当在地表没有接收到来自地下某一深度范围内的任何信息时，该深度范围内的地震波速度将被认为是连续的。在获得可靠的反射波走时曲线之后，可以求出反射界面之上的介质的速度结构和界面的深度。

我们引入笛卡尔坐标系 (x, z) ， z 轴垂直于地球表面向下， x 轴沿地球表面通过震源和接收器，地震波的源位于坐标原点，在地球表面的接收点的坐标为 $(x, 0)$ 。假定介质为垂向非均匀的，即 $v = v(z)$ ，并且存在若干个一级速度间断面。

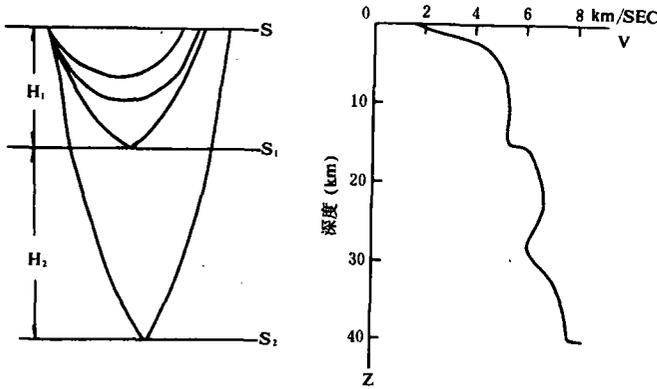


图 1

图 1 为一地壳模型， S 为地球表面， S_1 和 S_2 分别为两个反射界面，在 S 和 S_1 以及 S_1 和 S_2 之间的地震波速度分布具有分段多项式形式。利用射线追踪方法，对该模型进行正演计算，可以得到 S 和 S_1 间的回折波以及 S_1 、 S_2 两界面的反射波的走时曲线。反过来，对回折波和 S_1 界面的反射波进行走时

反演，可以得到 S 和 S_1 两界面间的速度分布和厚度。假定 S_1 和 S_2 两界面之间的速度结构是由 M 个分段光滑的函数构成，并且其相应的厚度分别为 h_1, h_2, \dots, h_M ，如果每个函数都具有 N 次多项式的形式，那么有

$$v = (z) \begin{cases} v_{10}(1 + \beta_{11}z + \beta_{12}z^2 + \dots + \beta_{1N}z^N), & H_1 < z < H_1 + h_1 ; \\ v_{20}(1 + \beta_{21}z + \beta_{22}z^2 + \dots + \beta_{2N}z^N), & H_1 + h_1 < z < H_1 + \sum_1^2 h_i ; \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ v_{M0}(1 + \beta_{M1}z + \beta_{M2}z^2 + \dots + \beta_{MN}z^N), & H_1 + \sum_1^{M-1} h_i < z < H_1 + \sum_1^M h_i . \end{cases} \quad (1)$$

其中 $v_{10}, v_{20}, \dots, v_{M0}$ 为相应于厚度 h_1, h_2, \dots, h_M 顶部的速度， β_i ($i=1, 2, \dots, M; j=1, 2, \dots, N$) 为常数。

为简单起见，我们只讨论多项式次数为 1 的情况，这时 (1) 式变为

$$v = (z) \begin{cases} v_1(1 + \beta_1 z) , & H_1 < z < H_1 + h_1 ; \\ v_2(1 + \beta_2 z) , & H_1 + h_1 < z < H_1 + \sum_1^2 h_i ; \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ v_M(1 + \beta_M z) , & H_1 + \sum_1^{M-1} h_i < z < H_1 + \sum_1^M h_i . \end{cases} \quad (2)$$

其中 v_1, v_2, \dots, v_M 为相应于厚度 h_1, h_2, \dots, h_M 顶部的速度, $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_M$ 为速度梯度。

由于除 S_1 和 S_2 两界面的反射波之外, 在地球表面没有接收到来自 S_1 和 S_2 两界面间的任何信息, 所以认为 S_1 和 S_2 两界面间的速度具有连续性, 即

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= v(H_1 + h_1 - 0) - v(H_1 + h_1 + 0) = 0 ; \\ f_2 &= v(H_1 + \sum_1^2 h_i - 0) - v(H_1 + \sum_1^2 h_i + 0) = 0 ; \\ &\vdots \\ &\vdots \\ f_{M-1} &= v(H_1 + \sum_1^{M-1} h_i - 0) - v(H_1 + \sum_1^{M-1} h_i + 0) = 0 . \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

f_i 为 v_i, β 和 h_i 的函数。连续性条件为反演 S_1 和 S_2 两界面之间的速度结构提供了一种约束。另一种约束为非负约束, 即

$$v(z) > 0 ; \quad h_i \geq 0 , \quad i=1, 2, \dots, M . \quad (4)$$

如果以射线参数 P 为自变量, S_2 界面反射波的理论走时和炮检距可以分别表示如下:

$$\begin{aligned} T^{th} &= 2 \sum_{i=1}^M \int_0^{h_i} \frac{dz}{v^2(z)[1-p^2v^2(z)]^{1/2}} + C_1(P) ; \\ X^{th} &= 2 \sum_{i=1}^M \int_0^{h_i} \frac{pv(z)dz}{[1-p^2v^2(z)]^{1/2}} + C_2(P) . \end{aligned} \quad (5)$$

当 P 取某一值时, $C_1(P), C_2(P)$ 均为常数, 它们与 S_1 界面以上的速度结构有关。 T^{th}, X^{th} 为 v_i, β 和 h_i ($i=1, 2, \dots, M$) 的非线性函数。

现有 N 组观测值 (X_k^{ob}, T_k^{ob}), 与它们对应的射线参数为 P_k ($k=1, 2, \dots, N$)。我们要求在最小二乘意义下确定参数 v_i, β 和 h_i 。

对给定的初值 $v_i^{(0)}, \beta^{(0)}$ 和 $h_i^{(0)}$ 有

$$\begin{aligned} v_i &= v_i^{(0)} + \Delta v_i ; \\ \beta_i &= \beta_i^{(0)} + \Delta \beta_i ; \\ h_i &= h_i^{(0)} + \Delta h_i . \end{aligned} \quad (6)$$

为方便起见, 我们用一个统一的参数 b_i 代替 v_i, β 和 h_i , 那么有

$$\begin{aligned} b_{3i-2} &= v_i ; \\ b_{3i-1} &= \beta_i ; \\ b_{3i} &= h_i . \end{aligned} \quad (7)$$

这时 (6) 式变为

$$b_i = b_i^{(0)} + \Delta b_i \quad , \quad i=1, 2, \dots, 3M . \quad (8)$$

在初值附近对 T^{th}, X^{th} 和约束条件 f_j 作台劳级数展开, 并略去二次以上的项, 有

$$\begin{aligned} T^{th}(P_k, b_1, b_2, \dots, b_{3M}) &= T_k^{th} + \sum_{i=1}^{3M} \frac{\partial T_k^{th}}{\partial b_i} \Delta b_i ; \\ X^{th}(P_k, b_1, b_2, \dots, b_{3M}) &= X_k^{th} + \sum_{i=1}^{3M} \frac{\partial X_k^{th}}{\partial b_i} \Delta b_i ; \\ f_j(b_1, b_2, \dots, b_{3M}) &= f_{j0} + \sum_{i=1}^{3M} \frac{\partial f_{j0}}{\partial b_i} \Delta b_i , \\ j &= 1, 2, \dots, (M-1) . \end{aligned} \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} T_{ik}^0 &= T^{ik}(P_k, b_1^{(0)}, b_2^{(0)}, \dots, b_{3M}^{(0)}) ; \\ X_{ik}^0 &= X^{ik}(P_k, b_1^{(0)}, b_2^{(0)}, \dots, b_{3M}^{(0)}) ; \\ f_j^0 &= f_j(b_1^{(0)}, b_2^{(0)}, \dots, b_{3M}^{(0)}) . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{ik}^0}{\partial b_i} &= \frac{\partial T^{ik}(p, b_1, b_2, \dots, b_{3M})}{\partial b_i} & \left. \begin{array}{l} P = P_k \\ b_1 = b_1^{(0)} \\ \cdot \\ \cdot \\ b_{3M} = b_{3M}^{(0)} \end{array} \right\} \\ \frac{\partial X_{ik}^0}{\partial b_i} &= \frac{\partial X^{ik}(p, b_1, b_2, \dots, b_{3M})}{\partial b_i} & \left. \begin{array}{l} P = P_k \\ b_1 = b_1^{(0)} \\ \cdot \\ \cdot \\ b_{3M} = b_{3M}^{(0)} \end{array} \right\} \\ \frac{\partial f_j^0}{\partial b_i} &= \frac{\partial f_j(b_1, b_2, \dots, b_{3M})}{\partial b_i} & \left. \begin{array}{l} b_1 = b_1^{(0)} \\ \cdot \\ \cdot \\ b_{3M} = b_{3M}^{(0)} \end{array} \right\} \end{aligned}$$

满足约束条件 (3) 的最小二乘问题为

$$\begin{aligned} \text{Min } Q &= \sum_{i=1}^N [T_{ik}^0 - T^{ik}(P_k, b_1, b_2, \dots, b_{3M})]^2 \\ &+ \sum_{i=1}^N [X_{ik}^0 - X^{ik}(P_k, b_1, b_2, \dots, b_{3M})]^2 \\ &+ \sum_{j=1}^{M-1} [f_j(b_1, b_2, \dots, b_{3M})]^2 . \end{aligned} \quad (10)$$

求出 $\frac{\partial Q}{\partial b_i}$ ($i = 1, 2, \dots, 3M$), 并令 $\frac{\partial Q}{\partial b_i} = 0$, 可得到下列方程组:

$$\sum_{j=1}^{3M} a_{ij} \Delta b_j = a_w . \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} a_{ij} &= \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial T_{ik}^0}{\partial b_i} \cdot \frac{\partial T_{ik}^0}{\partial b_j} + \frac{\partial X_{ik}^0}{\partial b_i} \cdot \frac{\partial X_{ik}^0}{\partial b_j} \right) \\ &+ \sum_{i=1}^{M-1} \frac{\partial f_i}{\partial b_i} \cdot \frac{\partial f_i}{\partial b_j} ; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} a_w &= \sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial T_{ik}^0}{\partial b_i} (T_{ik}^0 - T_{ik}^0) + \frac{\partial X_{ik}^0}{\partial b_i} (X_{ik}^0 - X_{ik}^0) \right] \\ &- \sum_{i=1}^{M-1} \frac{\partial f_i}{\partial b_i} \cdot f_i . \end{aligned} \quad (13)$$

当初值 $b^{(0)}$ 及观测值给定后, 可由 (12) 及 (13) 式求出系数 a_{ij} 及右端项 a_w ; 由 (11) 式可求得 Δb_i , 由 (8) 式求得 b_i . 当 $|\Delta b_i|$ 值未满足精度要求时, 可用当前的 b_i 值代替原来的近似

值 $b_i^{(0)}$ 。重复上述计算,直到 $\text{MAX}_{1 \leq i \leq 3M} |\Delta b_i| < \epsilon$ (ϵ 为给定的允许误差)。

为了得到收敛、稳定的算法,我们在 (11) 式左边对角线元素上加一阻尼因子,阻尼因子取下面的形式:

$$d = c^a \cdot d^{(0)} \quad (a = -1, 0, 1, 2, \dots) \quad (14)$$

式中 $d^{(0)}$ 表示初值,取 $d^{(0)} = 0.01$, C 是一大于零的指定常数, $C=10$; a 值尽可能取得小些,只需能保证解出的 b_i 相应的残差平方和有所减少即可。

我们对上述算法编制了 FORTRAN77 程序。

三、数值计算及讨论

在图 1 中, S_1 界面的速度是可以事先得到的。如果 S_1 是地球表面,那么 S_1 界面的速度就是表层速度。如果 S_1 是地球内部的一个界面,那么 S_1 界面的速度 $v(H_1 + 0) = v(H_1 - 0) + \Delta v_{s1}$, Δv_{s1} 为 S_1 界面的速度跃变量。速度跃变量可由动力学反演求出。从理论上讲,在已知可靠的反射波走时曲线的情况下,利用约束条件,可以得到 S_1 和 S_2 两界面间速度结构的确定解。但实际情况并非如此,由于 (1) 实际地球介质存在着横向非均匀性; (2) 观测资料所提供的信息也是有限的并存在着种种误差; (3) 数值计算的精度有限,所以得到的一维反演解与真实值有一定的偏离。即使是理论计算,由于 (3) 的存在,也不可能得到与真实值完全一致的结果。但是,这种偏离随着残差平方和的减少而逐渐减小。下面我们计算几个具体的模型。

1、模型 1

该模型 (图 2) 是一个由两个一级速度间断面构成的地壳模型,在地球表面接收到的有 S_1

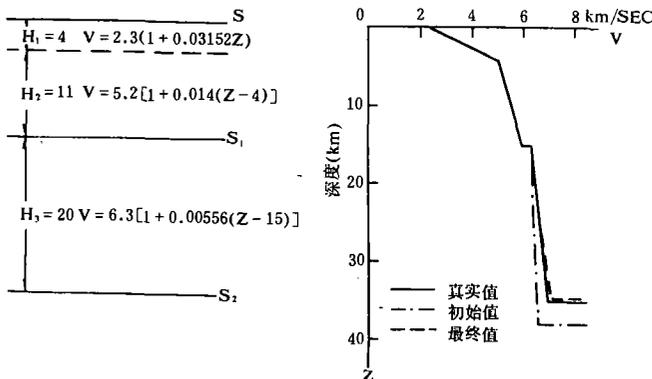


图 2

界面和 S_2 界面的反射波以及 S 和 S_1 两界面之间的回折波。利用回折波走时曲线和 S_1 界面的反射波走时曲线可以得到 S_1 界面以上的介质的速度结构和 S_1 界面的深度。现在,我们讨论如何利用 S_2 界面的反射波走时曲线计算 S_1 和 S_2 两界面之间的速度结构以及 S_2 界面的深度。

假定已经知道了 S_1 界面的速度跃变量 Δv , 那么有

$$v(H_1 + H_2 + 0) = v(H_1 + H_2 - 0) \Delta v \quad (15)$$

这也是一种约束。

取 $M=1$, $v_s^{(0)} = 6.300$, $\beta_s^{(0)} = 0.003$, $h_s^{(0)} = 23.000$, 反演得到的解为 $v_s = 6.300$, $\beta_s = 0.00556$, $h_s = 20.000$, 在要求的精度范围内,它与真实模型完全一致。

2、模型 2

该模型(图 3)是由一个一级速度间断面构成的地壳模型。在地球表面 S_1 接收到的有回折波和 S_2 界面的反射波。我们只利用 S_2 界面的反射波走时曲线来确定 S_1 和 S_2 之间的速度结构和 S_2 界面的深度。

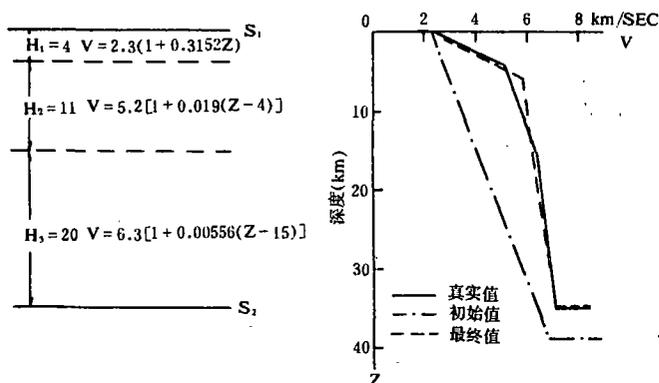


图 3

已知地表的速度 $v_1 = 2.3$, 取 $M = 3$, 初始模型为一恒速度梯度层, 经过迭代得到的最终值示于图 3 中, 从图 3 中可以看出, 反演解与真实值非常接近。

3、模型 3

该模型(图 4)同模型 1 的区别在于其内存在着低速层。对模型 3 进行正演计算, 得到了 S_1 界面和 S_2 界面的反射波以及 S 和 S_1 两界面之间的回折波。利用 S_1

界面的反射波走时曲线和 S 、 S_1 两界面间的回折波走时曲线可以得到 S_1 界面之上的速度结构。在对 S_2 界面的反射波走时曲线进行反演时, 我们仍假定知道 S_1 界面的速度跃变量为 Δv , 取 $M = 4$, 初始模型是一个恒速度梯度模型:

$v_1^{(0)} = 6.30$	$\beta_1^{(0)} = 0.0056$	$h_1^{(0)} = 5.00$
$v_2^{(0)} = 6.47$	$\beta_2^{(0)} = 0.0056$	$h_2^{(0)} = 5.00$
$v_3^{(0)} = 6.64$	$\beta_3^{(0)} = 0.0056$	$h_3^{(0)} = 5.00$
$v_4^{(0)} = 6.81$	$\beta_4^{(0)} = 0.0056$	$h_4^{(0)} = 5.00$

迭代得到的反演解示于图 4 中。

前面我们一直是利用 S_2 界面的反射波走时曲线反演计算 S_1 和 S_2 界面之间的速度结构的。如果在地球表面还接收到来自 S_1 和 S_2 两界面间的其它信息, 那么, 就可以利用这些信息对 S_1 和 S_2 两界面间的速度结构进行更详细的研究。数值计算表明: 三种模型计算出的反射界面深度与真实值比较一致。在给定的初值偏离真实值较远的情况下, 仍然得到了与真实值较为一致的速度结构, 说明我们的算法具有良好的收敛性和稳定性。如果初值给的更合理一点, 我们将会得到更好的结果。长期以来, 在地壳中是否存在低速层一直是一个有争议的问题。如果用层状均匀介质反演地壳结构, 低

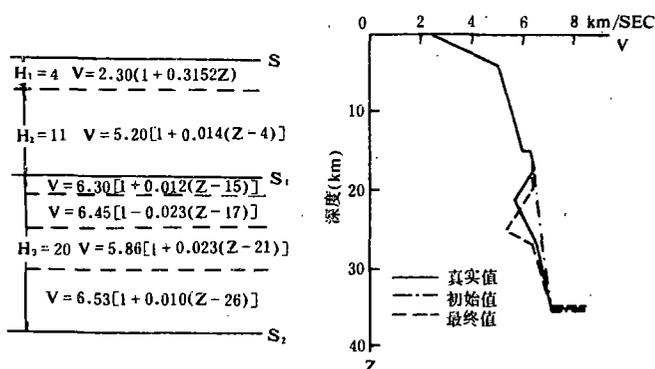


图 4

速层的位置是不能确定的。但是，在介质速度分布具有分段光滑和连续性的情况下，低速层的位置及低速层的结构都是确定的。仅从这一点看，我们对垂向非均匀介质所进行的这种计算是有一定意义的。三种模型计算出的残差平方和的最终值均小于 10^{-4} ，计算精度远远高于人工地震勘探的精度。因此，这一方法可直接应用到实际中去。

参考文献

- [1] (德) Giese, P. 等, 欧洲中部爆破地震研究, 国家地震局地球物理勘探大队译, 地震出版社, 1983.
- [2] 丁毓玉, 用体波走时反演地壳结构, 地球物理学报, Vol. 26, No. 1, 1983.

TRAVEL—TIME INVERSION OF THE VERTICALLY INHOMOGENEOUS MEDIUM

Zheng Xuyao

(*Geophysical Prospecting Brigade, SSB, Zhengzhou, China*)

Abstract

A method is presented, which makes it possible to calculate velocity and interface depth of the reflected wave in a vertically inhomogeneous medium. When no information from some depth range of the earth interior is received on the earth surface, the seismic wave velocity in this depth range is considered continuous and can be computed using the travel—time curve of the reflected wave of its bottom interface. Three models are studied and a good result is obtained, in which the reflected interface depth is satisfactory. As phase comparison cannot be done in most artificial seismic data, it is difficult to find the evidence for the existence of low velocity layers. The method presented here provides a solution to this problem.