

# 余震序列分维特征的初步探讨

范增节 牛志仁

(陕西省地震局)

## 摘 要

本文应用关联维数计算方法,分别计算了雷波5.4级地震、康定5.2级、5.8级地震和大邑6 $\frac{1}{4}$ 级地震的余震序列的关联维数 $D_2$ ,并给出了相应的离差和相关系数。它们的关联维数分别为2.26982、1.93915、2.28738和1.5367。在这4个地震序列中,发生强余震的序列的 $D_2$ 大于无强余震的序列。

B.B.Mandelbrot在1973年首先提出了分数维几何学的概念,从而在科学上开辟了一个新的领域。自然界中普遍存在的自相似现象都可用分形来描述<sup>[1-4], 1)</sup>。本文拟通过对4次地震的余震序列的分维计算,来探索分维在地震学领域中的应用。

## 一、计算方法

对于一个数据序列 $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots$ ,由于我们不知道其实际的相空间维数的大小,因此先用这些数据支起一个 $P$ 维的空间。取 $x_1, x_2, \dots, x_p$ 作为 $P$ 维空间的第一个矢量 $y_1$ ,然后右移一步,把 $x_2, x_3, \dots, x_{p+1}$ 作为 $P$ 维空间的第二个矢量 $y_2$ (当然,也可以右移任意步)。依次类推,就构造出一批矢量,即 $y_1, y_2, \dots, y_k$ 。任意给定一个数 $\varepsilon$ ,然后计算有多少点对 $(y_i, y_j)$ 之间的距离小于 $\varepsilon$ 。把距离小于 $\varepsilon$ 的“点对” $N_\varepsilon$ 在全部“点对” $N$ 中所占的比例记作 $C(\varepsilon)$ 。计算时适当缩小 $\varepsilon$ ,则可能在 $\varepsilon$ 区间内有 $C(\varepsilon) = \varepsilon^\gamma$ 。参照分维的定义, $\gamma$ 也是一种维数,实际上 $\gamma$ 是对“关联维数” $D_2$ 的很好逼近。由此可得到 $D_2$ 的表达式为:

$$D_2 = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln C(\varepsilon)}{\ln \varepsilon}$$

计算时如果 $\varepsilon$ 取得太大,则所有“点对”的距离都不会超过 $\varepsilon$ ,那么, $C(\varepsilon) = N_\varepsilon/N = 1$ ,取对数后, $\ln C(\varepsilon) = 0$ 。这样 $\varepsilon$ 不能反映系统内部的性质。如果 $\varepsilon$ 取得太小,会造成干扰太多,也就无从测量分维。

## 二、4次地震的余震序列的分维

采用上述方法,作者分别计算了1970年2月24日大邑6 $\frac{1}{4}$ 级地震、1973年7月31日雷波

1) 牛志仁,分形几何学的研究,1989.

5.4级地震、1972年4月8日康定5.2级地震和9月27日康定5.8级地震的余震序列中各次地震震级间的关联维数。以上地震序列各参数选自《四川地震目录》。计算时选取地震震级的起点为1.0 ( $M_L$ )。在计算中采用最小二乘法对  $\ln C(\epsilon) \sim \ln \epsilon$  曲线中的无标度区进行拟合。

图 1 是雷波5.4级地震的余震序列的  $\ln C(\epsilon) \sim \ln \epsilon$  的曲线，图中的每条曲线对应于不同的P值。从图中可以看出，当P增大到一定值后，各条曲线的斜率近似相等。根据图中无标度区间计算出关联维数  $D_2 = 2.26982$ ，计算离差  $S = 7.735 \times 10^{-2}$ ，相关系数  $R = 0.998$ 。

图 2 是康定5.2级地震的余震序列  $\ln \epsilon \sim \ln C(\epsilon)$  关系曲线。由于图 2 b 中各曲线间的斜率渐渐趋于一致，在  $\ln \epsilon$  比较小时斜率基本相同，所以，可以只对  $P = 5$  的曲线（图 2 a）进行计算。图 2 a 中 BC 段为无标度区间，由此算出其关联维数  $D_2 = 1.93915$ ，计算离差  $S = 0.10125$ ，相关系数  $R = 0.993$ 。

图 3 是康定5.8级地震的余震序列的  $\ln \epsilon \sim \ln C(\epsilon)$  曲线。从图 3 可以看出，随着P的增大，曲线越来越趋于平行。我们取  $P = 5$  时的  $\ln \epsilon \sim \ln C(\epsilon)$  曲线中的无标度区进行计算，得出  $D_2 = 2.28738$ ，离差  $S = 9.288 \times 10^{-2}$ ，相关系数  $R = 0.9886$ 。

图 4 是大邑6 $\frac{1}{4}$ 级地震的余震序列的  $\ln C(\epsilon) \sim \ln \epsilon$  关系曲线。由图 4 a 可以看出，当  $P \geq 5$  以后，各曲线渐趋平行，因此利用  $P = 15$  的曲线（图 4 b）中无标度区间（BC段）计算出关联维数  $D_2 = 1.5367$ ，计算离差  $S = 2.052 \times 10^{-2}$ ，相关系数  $R = 0.998$ 。

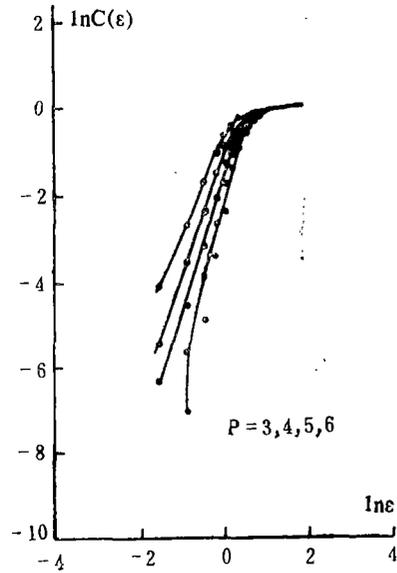


图 1 雷波 5.4 级地震余震序列的分维曲线  
Fig. 1 Fractal curve of aftershock sequence of the Leipo earthquake ( $M_s = 5.4$ )

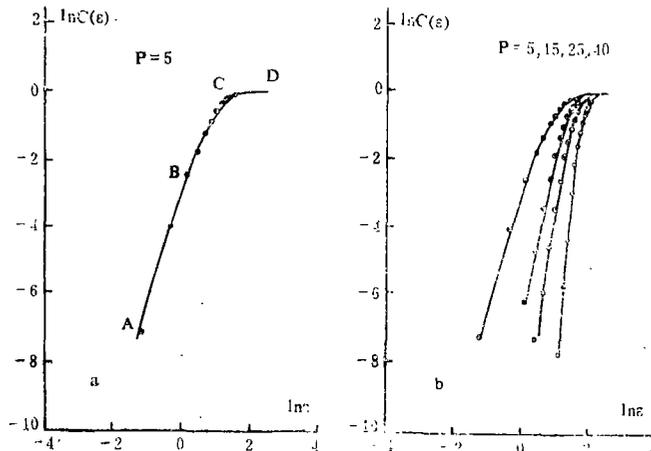


图 2 康定 5.2 级地震余震序列的分维曲线  
Fig. 2 Fractal curve of aftershock sequence of the Kangding earthquake ( $M_s = 5.2$ )

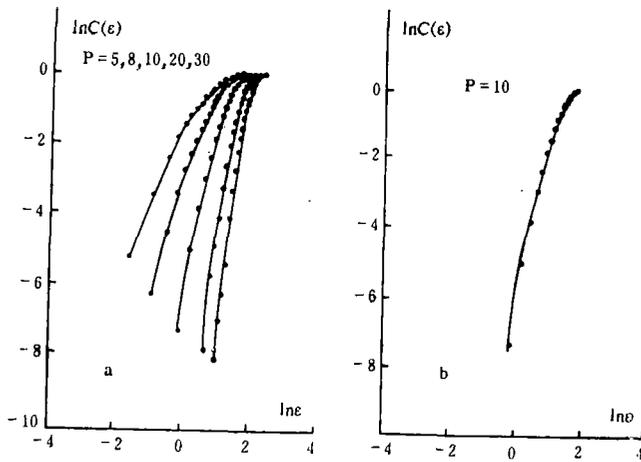


图3 康定5.8级地震余震序列的分维曲线

Fig. 8 Fractal curve of aftershock sequence of the Kangding earthquake ( $M_s=5.8$ )

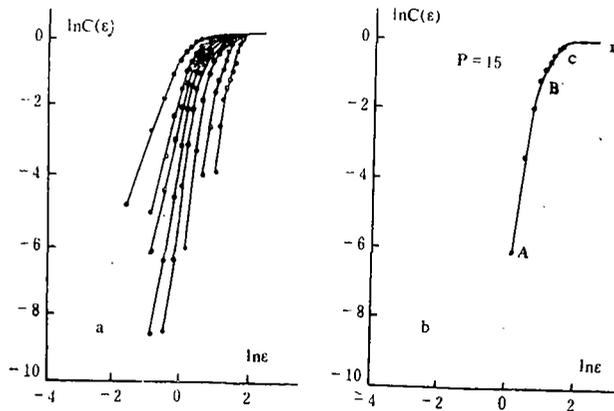


图4 大邑6¼级地震的余震序列的分维曲线

Fig. 4 Fractal curve of aftershock sequence of the Dayi earthquake ( $M_s=6 \frac{1}{4}$ )

### 三、结论与讨论

从以上计算结果可看出, 关联维数 $D_2$ 值介于零和3之间, 这和D.L.Turcotte<sup>[5]</sup>的结果是一致的。

在4个地震序列中, 其中大邑6¼级地震和康定5.2级地震后所发生的余震的震级幅度变化不大, 没有强余震发生; 而雷波5.4级地震和康定5.8级地震后有较强余震发生( $M_s=5.8$ )。从我们的计算结果可以看到, 大邑6¼级地震序列和康定5.2级地震序列的关联维数 $D_2$ 分别为1.5367和1.93915。而雷波5.4级地震和康定5.8级地震的余震序列的关联维数分别是2.26982和2.28738。即有强余震发生的余震序列的关联维数要大于无强余震序列的关联维数。这个结果是否具有普遍意义, 还需要进一步验证。

本文的研究仅仅是初步的，由于计算时使用计算机耗时量很大，所以本文只计算了4次地震余震序列。要找出普遍的规律，还需做大量的计算和研究。

(本文1989年12月19日收到)

### 参 考 文 献

- [1] B.B. Mandelbrot, *Fractals: Form, Chance and Dimension*, W.H. Freeman, 1977.
- [2] 郝柏林, 分形与分维, 科学杂志, Vol. 38, No. 1, 1985.
- [3] 洪时中、洪时明, 地学领域中的分维研究: 水系、地震及其它, 大自然探索, Vol. 7, No. 24, 1988.
- [4] 洪时中、洪时明, 分维数及其在地震科学中的应用前景, 四川地震, No. 1, 1987.
- [5] D.L. Turcotte, A fractal model for crustal deformation, *Tectonophysics*, 132, 1986.

## PRELIMINARY STUDY ON FRACTAL FEATURES OF AFTERSHOCK SEQUENCE

Fan Zengjie, Niu Zhiren

(*Seismological Bureau of Shaanxi Province, Xi'an, China*)

### Abstract

This paper introduces a method calculating the relative fractal factor and has calculated the relative fractal factors ( $D_2$ ) of aftershock sequences of the Leipo earthquake ( $M_s=5.4$ ), two Kangding earthquakes ( $M_s=5.2, 5.8$ ) and the Dayi earthquake ( $M_s=6\frac{1}{4}$ ), using this method. The  $D_2$  factors, for above mentioned four earthquakes, are 2.26982, 1.93915, 2.28738 and 1.5367 respectively. Relative coefficient and related departure of every  $D_2$  are calculated and given. The  $D_2$  factor of aftershock sequence in which the strong aftershock occurred is larger than that of aftershock sequence in which the strong aftershock did not occur.