

# 随机场地条件对土层地震 反应分析的影响\*

申爱国

(国家地震局兰州地震研究所)

## 摘 要

本文以宝鸡市和西安市地震小区划工作中获得的大量实测资料为基础,建立了一维随机土层结构模型,应用随机振动的理论和摄动法,就随机场地条件对土层地震反应分析的影响进行了初步的研究和讨论。结果表明,土壤力学参量的随机性对于土层地震反应分析的影响是不可忽略的,一般情况下,可造成土层地震反应分析的方差发生20%左右的变化,也可使土层结构的自振频率发生15%—40%左右的变化。因此,人们应当对土壤力学参量的随机性给予足够的重视。

## 一、前 言

人们在大量的现场及实验室内的测试工作中早已认识到,土壤的力学性质具有很大的随机性。同一类土质,即使其成因和环境及其内部结构和组成发生很小变化,也往往会对其力学性质产生很大影响。在以往的地震小区划工作中,由于受到资金和人力限制,对土壤力学性质的随机性的影响未能给予充分的重视和研究。场地土的力学参量主要是依靠有限控制点上的钻孔资料获得,而小区划的工作是要对很大范围内的场地土进行地震荷载作用下的评价和划分,因此,其中的不确定性的主要原因也包括地震荷载本身的随机性的影响。本文以宝鸡市和西安市地震小区划工作中获得的大量资料为基础,建立了一维随机土层结构模型,应用随机振动理论和摄动法,对随机场地条件对于土层地震反应分析的影响进行了初步研究和讨论。

## 二、随机土层结构模型

本文的全部研究工作都是在一维条件下完成的。图1为本文所采用的一维土层结构的力学模型。

由于土壤力学性质的随机性,图1当中所标出的各个力学参量(K、C、M)均应视为随机量,因此,可用正态分布函数近似描述这些随机量。对于这些随机量中的任何一个来说,

\*本文为作者1987年研究生硕士论文。

影响其随机性的因素很多，且很难确定哪一个是最主要因素。因此，在这种情况下，用正态分布的随机量来描述它们是合适的。为此，可分别将它们表示为如下形式：

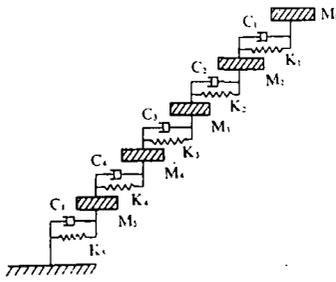


图 1 一维土层结构的力学模型  
Fig. 1 One-dimensional model of layer soil

在公式 (1) 中， $K_{i_0}$ 、 $M_{i_0}$  和  $C_{i_0}$  分别为  $K_i$ 、 $M_i$  和  $C_i$  的期望值。因此， $\Delta K_i$ 、 $\Delta C_i$  和  $\Delta M_i$  均为期望值为零，且方差分别为  $\sigma_{K_i}$ 、 $\sigma_{M_i}$  和  $\sigma_{C_i}$  的正态分布型随机变量。这里假设在通常情况下  $\sigma_{K_i}$ 、 $\sigma_{M_i}$  和  $\sigma_{C_i}$  较  $K_{i_0}$ 、 $M_{i_0}$  和  $C_{i_0}$  要小得多。

当一次地震动由基岩向图 1 所示的一维体系内输入时，将引起该体系内各质点  $M_i$  产生水平位移  $y_i(t)$ 。这时整个质点体系的位移响应满足如下运动方程：

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = -[M]\{\ddot{x}_g\} \quad (3)$$

式中  $\{y\}^T = \{y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)\}$ ，  
 $\{x_g\}^T = \{1, 1, \dots, 1\}x_g(t)$ 。

其中  $x_g(t)$  是基岩输入的地震动时程。

方程 (3) 从形式上看与确定性结构的动力反应方程没有什么区别，但由于其中的矩阵元素由随机变量构成，因此，对方程的求解不能再按照常规方法进行。

随机结构体系的无阻尼自由振动方程为：

$$[M]\{\ddot{y}\} + [K]\{y\} = 0,$$

若令  $\{y\} = \{\phi\}e^{i\omega t}$ ，代入上式得：

$$[K]\{\phi\} - \omega^2[M]\{\phi\} = 0. \quad (4)$$

(4) 式是一个随机特征方程，从中可清楚看到，由于土壤力学参量的随机性，使得随机特征方程中的自振频率和振型都成为随机变量。因此，在一般情况下，可以将自振频率和振型写成如下形式：

$$\left. \begin{aligned} \omega_i &= \omega_{i_0} + \Delta\omega_i; \\ \{\phi_i\} &= \{\phi_{i_0}\} + \{\Delta\phi_i\}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

事实上，由随机土壤力学参数构成的随机土层结构模型，其最显著的一个特点就是 (5) 式所揭示出的自振频率的随机性和自振振型函数的随机性。而这种自振特征的随机性，在土层地震反应分析中则表现为另一重要特点，这就是传递函数的随机性。

### 三、均值条件下的主部方程求解

由于土壤力学参量可以表示为一个确定性的期望值与一个小的随机变量之和，所以在求解随机结构模型的振动方程时，可以将振动方程分为两个部分，一部分称为方程的主部，它对应于一个确定性的结构在随机地震荷载作用下的运动方程，其力学参量为期望值构成；另

一部分为方程的随机部分，它与随机小量相对应。这样，就可以先求解方程的主部，然后将随机部分的影响作为一个扰动，对主部方程的解进行修正，从而对土壤力学参数随机性的影响给出一个定量的估计。

主部方程的求解方法很多，本文采用振型迭加法求解。若用 $\ddot{y}(t)$ 表示地表质点的相对加速度时程，则有

$$\ddot{y}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} Q(\omega_{i0}, \zeta_{i0}, \Omega) \cdot \ddot{x}_g(\Omega) e^{j\Omega t} \cdot d\Omega. \quad (6)$$

式中 $\ddot{X}_g(\Omega)$ 为基岩地震动输入时程的付氏谱， $Q(\omega_{i0}, \zeta_{i0}, \Omega)$ 为一维土层模型的总体加速度传递函数，它的具体形式为：

$$Q(\omega_{i0}, \zeta_{i0}, \Omega) = \sum \phi_{i1} \cdot \Omega^2 \cdot H_1(\omega_{i0}, \Omega). \quad (7)$$

其中 $\phi_{i1}$ 是第*i*个振型的地表分量， $H_1$ 为第*i*个振型的位移传递函数。

这时，可以将地表的绝对加速度时程表示为：

$$\begin{aligned} \ddot{Y}(t) &= \ddot{y}(t) + \ddot{x}(t) = \int_{+\infty}^{-\infty} (1.0 + Q(\omega_{i0}, \zeta_{i0}, \Omega)) \cdot \ddot{X}_g(\Omega) e^{j\Omega t} d\Omega \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} R(\omega_{i0}, \zeta_{i0}, \Omega) \ddot{X}_g(\Omega) e^{j\Omega t} \cdot d\Omega. \end{aligned} \quad (8)$$

由于基岩地震动输入时程为随机过程，所以由主部方程求解得到的地表绝对加速度时程 $\ddot{Y}(t)$ 也是随机时程。不过这时 $\ddot{Y}(t)$ 的随机性主要是由基岩地震动输入时程 $\ddot{X}(t)$ 的随机性所决定。

#### 四、关于地震动输入的随机性和土壤力学参量的随机性的不确定性分析

前面曾指出，基岩地震动输入的随机性是土层地震反应分析中主要的随机性来源。从人们的一般认识来看，土壤力学性质的随机性的影响相对于基岩地震动输入的随机性来说要次要一些，但究竟其影响程度能达到多大，却始终没有一个定量的认识。因此，本文下面将在分析地震动输入的随机性的影响的基础上，进一步讨论土壤力学参量的随机性所产生的附加影响。

公式(8)为在不考虑土壤力学性质随机性的影响的条件下，地表绝对加速度时程 $\ddot{Y}(t)$ 的计算公式。由于 $\ddot{Y}(t)$ 的期望值为零，所以 $\ddot{Y}(t)$ 的方差 $\sigma^2 \ddot{Y}$ 将是描述地表的绝对加速度时程强度的一个重要参量。根据随机振动的理论，可将方差 $\sigma^2 \ddot{Y}$ 表示为：

$$\sigma^2 \ddot{Y} = \int_{-\infty}^{+\infty} S_R(\omega_{i0}, \zeta_{i0}, \Omega) \cdot S \ddot{X}_g(\Omega) \cdot d\Omega. \quad (9)$$

式中 $S_R(\omega_{i0}, \zeta_{i0}, \Omega) = |R(\omega_{i0}, \zeta_{i0}, \Omega)|^2$ ， $S \ddot{X}_g(\Omega)$ 是基岩地震动输入 $\ddot{X}_g(t)$ 的功率谱。由于 $\ddot{Y}(t)$ 的期望值为零，所以 $\sigma^2 \ddot{Y}$ 在一定程度上描述了地表绝对加速度时程 $\ddot{Y}(t)$ 的强度。因此，本文对于土壤力学性质的随机性的影响的讨论，就是围绕着对于方差 $\sigma^2 \ddot{Y}$ 的影响而进行的。

分析公式(9)可看到，这时影响 $\sigma^2 \ddot{Y}$ 的随机量为 $S \ddot{X}_g(\Omega)$ ，而有关土壤力学性质的传递函数 $S_R(\omega_{i0}, \zeta_{i0}, \Omega)$ 则为一个确定性的函数，它完全由土壤力学性质的期望值

所决定。如果考虑土壤力学性质的随机性, 这时土层传递函数 $S_R$ 就应该表为随机自振频率 $\omega_i$ 和随机阻尼系数 $\zeta_i$ 的函数, 即

$$S_R = S_R(\omega_i, \zeta_i, \Omega)。$$

$S_R(\omega_i, \zeta_i, \Omega)$ 应该与 $S_R(\omega_{i0}, \zeta_{i0}, \Omega)$ 具有相同的形式, 只不过前者不再是一个确定性的函数, 而是由随机变量 $\omega_i$ 和 $\zeta_i$ 所决定的随机传递函数。因此, 若以 $S_R(\omega_i, \zeta_i, \Omega)$ 取代公式(9)中的 $S_R(\omega_{i0}, \zeta_{i0}, \Omega)$ , 那么这时便可得到基岩地震动输入的随机性和土壤力学性质的随机性共同影响下的地表绝对加速度的方差 $\sigma^2 \ddot{Y}$ 。

$$\sigma^2 \ddot{Y} = \int_{-\infty}^{+\infty} S_R(\omega_i, \zeta_i, \Omega) \cdot \delta \ddot{X}_g(\Omega) d\Omega。 \quad (10)$$

这时的 $\sigma^2 \ddot{Y}$ 也是一个随机变量。公式(10)则是一个随机函数的积分。

下面讨论对(10)式的求解。由于随机自振频率 $\omega_i$ 和随机阻尼系数 $\zeta_i$ 均为围绕着各自的期望值附近变化的随机变量, 因此, 随机传递函数 $S_R(\omega_i, \zeta_i, \Omega)$ 也必然是围绕着 $S_R(\omega_{i0}, \zeta_{i0}, \Omega)$ 附近变化的随机函数。这时可以将 $S_R(\omega_i, \zeta_i, \Omega)$ 在 $S_R(\omega_{i0}, \zeta_{i0}, \Omega)$ 附近做泰勒展开。略去高阶小量之后得:

$$S_R(\omega_i, \zeta_i, \Omega) = S_R(\omega_{i0}, \zeta_{i0}, \Omega) + \sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial S_R}{\partial \omega_j} \right) \Delta \omega_j + \sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial S_R}{\partial \zeta_j} \right) \cdot \Delta \zeta_j。 \quad (11)$$

若令

$$\Delta S_R = \sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial S_R}{\partial \omega_j} \right) \Delta \omega_j + \sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial S_R}{\partial \zeta_j} \right) \cdot \Delta \zeta_j,$$

则有

$$S_R(\omega_i, \zeta_i, \Omega) = S_R(\omega_{i0}, \zeta_{i0}, \Omega) + \Delta S_R。$$

这时可将方差 $\sigma^2 \ddot{Y}$ 表示为

$$\begin{aligned} \sigma^2 \ddot{Y} &= \int_{-\infty}^{+\infty} S_R(\omega_{i0}, \zeta_{i0}, \Omega) \cdot S \ddot{X}_g(\Omega) \cdot d\Omega + \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta S_R \cdot S \ddot{X}_g(\Omega) d\Omega \\ &= \sigma \ddot{Y}_0 + \Delta \end{aligned} \quad (12)$$

式中 $\Delta = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta S_R \cdot S \ddot{X}_g(\Omega) \cdot d\Omega$ 。因为 $\Delta S_R$ 和 $\Delta \omega_j$ 为 $\Delta \zeta_j$ 的线性函数, 所以 $\Delta$ 也是 $\Delta \omega_j$ 和

$\Delta \zeta_j$ 的线性函数, 是由多个随机变量线性组合成的新的随机变量。由公式(12)可看出, 这时由于土壤力学参数的随机性所造成的方差 $\sigma^2 \ddot{Y}$ 的随机性完全表现为 $\Delta$ 的随机性。若用 $\sigma_\Delta$ 表示随机变量 $\Delta$ 的方差, 由公式(12)可得到下式:

$$\sigma \ddot{Y} = \sigma \ddot{Y}_0 + n \sigma_\Delta^2 / 2 \sigma \ddot{Y}_0。 \quad (13)$$

公式(13)右边第二项明确地反应出了由于土壤力学参量的随机性的影响, 而对地表地震加速度反应的方差 $\sigma \ddot{Y}$ 的修正, 其中 $n$ 的取值对应于不同的可信水平。

为了能更方便地反映出土壤力学参量随机性的影响, 定义如下一个相对量

$$\gamma = (n \sigma_\Delta^2 / 2 \sigma \ddot{Y}_0) / \sigma \ddot{Y}_0 = \frac{n}{2} \cdot \frac{\sigma_\Delta^2}{\sigma^2 \ddot{Y}_0}。 \quad (14)$$

本文通过计算各种情况下的 $\gamma$ 值, 对土壤力学参量随机性影响进行了粗略的计算。

## 五、主要计算结果与讨论

作者利用前面所述的理论和公式, 编制了计算程序Random, 利用大量的实测资料计算

了各种情况下的 $\gamma$ 值。计算结果表明,取 $n=1$ 即可信度为70%左右时, $\gamma$ 值在0.1左右变动;取 $n=2$ ,这时的可信度达95%, $\gamma$ 值则为0.2左右。土壤力学参量随机性的影响所达到的这样一个比例是应该引起人们注意的,有必要在这一方面做进一步的研究,以完善土层地震反应分析工作。作者在计算当中还发现,当土层越薄时, $\gamma$ 的值相对大一些,当土层中有明显的软夹层时, $\gamma$ 值也趋于增大。

计算结果还表明,由于土壤力学参量随机性的影响,可使随机土层结构的前几阶自振频率的方差达到自振频率期望值的15%~40%。这也从另一个侧面反映出,在进行土层地震反应分析时,考虑土壤力学性质的随机性确实有一定的实际意义。

作者在这方面所做的工作还只是初步的,数学推导也显得有些粗糙,并且目前的研究工作还仅限于一维模型,因此这项研究工作还有待于进一步深入。

作者的全部研究工作得到了陈丙午研究员的指导和帮助,在此表示衷心的感谢。

### 参 考 文 献

- [1] 星谷胜, 随机振动分析, 常宝琦译, 地震出版社, 1977.  
 [2] R.W. 克拉夫, 结构动力学, 王光远等译, 科学出版社, 1981.  
 [3] N.C. 尼格姆, 随机振动概论, 上海交通大学出版社, 1985.

## THE EFFECT OF RANDOM SITE CONDITION ON THE EARTHQUAKE RESPONSE ANALYSIS OF SOIL LAYER

Shen Aiguo

(*Earthquake Research Institute of Lanzhou, SSB, Gansu, China*)

### Abstract

Based on practical data obtained in microzonation of Baoji City and Xi'an City, a random 1-D model for soil layer is set up in this paper. Using the theory of random vibration and the method of perturbation, the effect of random site condition on the earthquake response analysis of soil layer has been studied preliminarily. The results show that the randomness of soil mechanical parameters usually can make the variance of earthquake response on the surface of soil layer has a change of 20% around its mean value, and it also can make the free frequency of soil layer has a change between 15%~40%. So that, it should be paid more attention to the randomness of soil mechanical parameters on the earthquake response analysis of soil layer.