

b值物理机制的再探讨*

吴小平

(齐齐哈尔轻工业学院)

摘 要

古登堡的地震大小与频次之间的关系式(后面简称为古登堡公式)是地震活动性研究中最有普适意义的规律之一。对古登堡公式的物理解释有两种学说被广泛接受:茂木的介质不均匀性决定理论及肖尔茨的应力水平决定理论。他们各自从概率推演式加上各自的逻辑推理建立了古登堡公式。然而实际的古登堡公式应当是既反映介质特征又反映应力水平的关系式。因此茂木和肖尔茨所建立的古登堡公式尽管形式上一致,其实质却是片面的。这就是为什么仍然有必要研究b值物理机制的一个出发点。

本文从实际大地介质出发,并结合断裂理论推演出了古登堡公式。所得的b值表达式与岩石微破裂实验的结果相符合,从而在理论上统一了茂木及肖尔茨的学说。

一、问题的提出

古登堡和李希特在研究地震活动性时发现,在一定的震级区域内,频度N与震级M之间有以下关系:

$$\text{Lg}N = a - bM. \quad (1)$$

此式是描述地震活动性最为普适的规律之一。该式中的b值反映了各级地震频次间的比例关系,其变化往往与大地震的发生密切相关。

古—李公式在很长时间内一直没能得到物理解释。六十年代,茂木及肖尔茨在各自岩石破裂实验基础上,分别提出了解释b值物理意义的唯象理论模型。茂木认为,b值反映了介质内部微观构造上的不均匀程度。在均匀加载的情况下,介质不均匀程度越高,断裂面的传播边界就越容易碰上低水平的应力点而停止。因而小破裂所占的比例极高,b值也大。肖尔茨认为:b值主要代表着介质内部应力水平的高低,b值随介质应力水平的提高而减小。介质应力值越高,在岩石断裂面的边界上处于高水平的应力点所占的比重越大,破裂前沿变得更容易推进,此时大破裂的比例也越大,b值越小。

尽管茂木的肖尔茨的出发点不同,但他们所使用的数学手段是相同的,其结果的形式也

*吴小平原为兰州地震研究所研究生,1989年获地球物理学硕士学位。本文为其毕业论文压缩稿,原稿约8万字。指导老师秦保燕。

大致相同。二人的分歧在于对方程式系数意义的解释上，并都有各自的实验结果来支持这种解释，但谁都无法取代或驳倒对方来摆脱片面性。事实上，茂木及肖尔茨各自建立的理论是同一问题的不同侧面。

近年来有些文章试图用b值图象的分维性来解释b值的物理意义。这实质上是从数学上变换古一李公式的表述形式而已，充其量是一个保信息变换，对古一李公式的物理机制却无从得知。要想揭示b值的物理意义，就要寻找该公式的物理背景。本文从实际大地介质出发，结合断裂理论推演出古一李公式，试图在理论上将茂木和肖尔茨两种学说统一起来。

二、古登堡—李希特理论公式的建立

1. 断裂理论与岩石应力场特征

断裂理论在处理理想脆性体的断裂问题时，取得了完全的成功。所谓理想脆性材料，即材料直到断裂前的整体上始终符合胡克定律。但实际介质并不是完整意义下的完全弹性体，大地介质正是如此，它在某种情况下表现出非弹性及不完整性，不管外界条件如何，大地介质始终是非均匀的，这是宏观及微观条件决定的。这种不均匀性将导致大大小小裂纹快速传播的止裂条件。宏观尺度上的不均匀性能导致大尺度范围上的应力不均匀。微观尺度上的不均匀性能导致局部应力的不均匀，但对宏观应力分布状态不会产生影响。

地震破裂发生的瞬时性表明，上地壳岩石介质可近似为弹性特征，因而断裂力学有关宏观及微观应力分布的某些特征仍适用于大地介质。地震断裂一般是滑移型错动，但在震源的端部地区，断裂力学理论中的张开型、滑移型及撕开型这三种断裂形式都可能存在。

(1) 岩石介质断裂前沿的塑性区及应力场

图1是张开型裂纹尖端附近应力屈服区图形。该图以裂纹尖端为极坐标原点，坐标以无量纲量 r/r_0 表示， r_0 为 $Q=0$ 时的塑性区的特征尺寸。

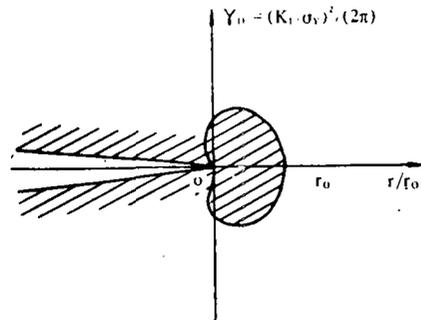


图 1

为节省篇幅，这里不再列出塑性区应力表达式，仅写出其裂纹尖端塑性区特征尺寸的表达式：

$$\left. \begin{aligned} \text{张开型: } r &= (K^2 I / 2 \pi \sigma_y^2) \cos^2 (\theta/2) [1 + 3 \sin^2 (\theta/2)], \\ \text{滑移型: } r_0 &= (K I / \sigma_y)^2 / 2 \pi, \\ \text{撕开型: } r_0 &= (K II / \sigma_y)^2 / 2 \pi. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

由于塑性区的存在，它将影响周围的应力分布，一般认为实际塑性区特征尺寸：

$$r = 2 r_0 = (K / \sigma_y)^2 / \pi \quad (K = K_I, K_{II}, K_{III}). \quad (2)$$

(2) 在大地物理条件下断裂前沿的实际塑性区及影响

为更详细的考查塑性区对应力分布的影响，可采用达格德尔的等效加载法。其基本思想是：由于塑性区的存在可以想象成裂纹的长度比原来加长了，并且在加长的裂纹那段边界上增加了一个使裂纹闭合的力，这个应力值在数值上等于屈服应力 σ_y 。通过计算可得：

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi(a + \rho)}。$$

式中a为裂缝的半长度, ρ 为裂缝顶端塑性区半径, $\rho = a\pi^2(\sigma/\sigma_Y)^2/8$, 代入上式后得

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi[1 + \pi^2(\sigma/\sigma_Y)^2/8]a}。 \quad (3)$$

但应注意到, 实际大地应力水平要比岩石的屈服应力小很多, 因而一般情况下断裂因子K可近似等于:

$$K_I \approx \sigma \sqrt{\pi a}。 \quad (4)$$

对于Ⅱ及Ⅲ型来说, 也具有与(3)式同样的特征, 实际地震中Ⅱ型断裂特征占支配地位而又以新断面突生占多数, 对于同一断层反复发生的地震来说, 由于断面压合及断层泥的限制, 塑性区可能会大大减小, 此时应力场特征更为接近理想弹性介质的应力场。(4)式的结果已与理想弹性断裂的结果相同。这就说明: 当屈服应力比背景应力值高很多时, 屈服区仅局限于断裂前沿部很小的区域内, 它对其附近较大(相对)范围内应力分布的影响是很小的。我们就可用线弹性断裂分析的一些结果来近似模拟岩石介质断裂前沿附近应力场的特征:

当 $r < r_0$ 时, 材料呈屈服状态, 裂纹尖端附近区域应力场贡献取决于两部分: (1)断裂因子K。这个因子与断裂面的尺度相关。它表明随着断裂的扩展, 断裂因子K增大。(2)位置参量 r 及 θ 。它仅取决于坐标而与背景应力及裂纹的尺度无关, 因此它并不是参与断裂扩展的动态参量。可见, 无论对于那一种断裂类型, 其断裂前沿的应力水平的动态特征仅取决于断裂因子 K_I 、 K_{II} 及 K_{III} 。

2. 大地介质条件

大地介质条件很复杂, 对于发生浅源大震的地壳上层来说, 其横向不均匀性尤为显著, 它们表现为粘滑断层, 完整介质区, 多液区, 高温区及存有一些蠕滑断层的破碎带等等。对于大地介质的这种不均匀性, 当构造运动速度比较慢时, 会显示出它们的个体特征, 当构造运动速度较快时, 介质的流性会降低并向弹性响应转化。当大地介质受突发力作用时, 某些有一定流变性的介质几乎完全呈现弹性。地震发生时弹性波的传播就基于此。

从本质上讲, 宏观的不均匀性产生于大地的构造运动, 而微观不均匀性则是大地介质内部机制所决定的, 它可体现在微观结构、应力分布及破裂缺陷上。微观的不均匀性直接参与破裂的传播, 因为破裂前沿只接触介质的局部。

假设一岩体内存在许多大小不等的微元结构, 微元V的应力是S, 诸V的S是不等的, 它的平均值就是断裂面上的应力水平 σ 。换言之, σ 是诸S的数学期望。W中有极大数目的V, 它所包含的诸S值是以 σ 为中心的对称起伏分布, 且离 σ 越远的出现的概率越小, 在这样合理的分析下, 我们可以用正态分布来描述岩石介质的应力不均匀状态:

即:

$$\phi(s) = e^{-\frac{(S-\sigma)^2}{2\theta}} / \sqrt{2\pi\theta}。 \quad (5)$$

式中 $\phi(s)$ 是断裂面上微元V的应力为S的出现频率, θ 是概率分布函数归一化所必然要求的。由方差的计算可得:

$$\Delta = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(s) (s-\sigma)^2 ds = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\theta}} e^{-\frac{(S-\sigma)^2}{2\theta}} (S-\sigma)^2 d\sigma = \theta。$$

对于离散型的分布, 我们有:

$$\theta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (S_i - \sigma)^2.$$

注意到 $(S_i - \sigma)^2$ 是微元应力起伏的平方, 而 $(S_i - \sigma)^2$ 展开后的诸项又都有能量的某种组合含意, 我们可定性地推出 $(S_i - \sigma)^2$ 的总和正比例于微元在断裂方向的贮能密度。符尔柯夫对此进行了深入的研究后认为: 均方差本身在配以弹性能量的量纲后就是弹性形变, 按能均分定理在其断裂方向上的能量密度为:

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (S_i - \sigma)^2 / (2E) = \mu / K.$$

因而方差 θ 可表示为:

$$\theta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (S_i - \sigma)^2 = 2Eu / K = mu \quad (m = 2E/K).$$

上式中的 K 为应力的相空间数, 在一般情况下 $K = 3$ 。根据断裂力学的基本公式可得微元上的应力分布为:

$$\phi(s) = e^{-\frac{(s-\sigma)^2}{2mu}} / \sqrt{2\pi mu}. \quad (6)$$

当岩石周围应力场增加时, w 中的 σ 及 u 都增加, 此外诸微元中的应力及其分布中心也都随之改变, 如图 2 所示。

以上讨论的是大地介质对加载方式的响应及大地介质微观上的不均匀性对微观应力分布的影响。

岩石介质的微破裂也是参与岩石宏观破裂的一个重要因素。岩石实验表明: 当给岩石样品加载时, 会出现大量的微破裂, 在应力水平较低的情况下 (相对于破裂应力来说), 微破裂的频次与应力没有显著的依赖关系, 当应力水平达到破裂应力的 $2/3$ 时, 则表现出明显的相关性。在岩石破裂过程中, 断裂前沿是高应力集中区, 微破裂频繁发生, 其影响已不能忽视。根据肖尔茨用完整介质所作的破裂实验 (图 3) 可以看到, 声发射在外加应力水平大于或小于破坏应力值的 $2/3$ 时的情形有着巨大的差异, 但在每个情形中又似乎有着共同的趋势。这种现象背后所隐含的本质, 可从两个方面来讨论。

(1) 微破裂的发生是受某种概率背景支配的结果 我们知道, 微破裂本身就是随机事件。从复杂性的角度来看, 岩石体本身由无数晶胞及比晶胞体积大许多的不均匀应力区

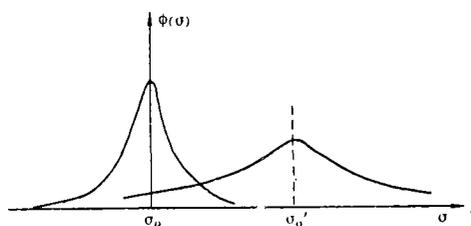


图 2 载荷改变后, 微元中应力分布曲线的变化

Fig. 2 Change of stress distribution curve in micro-element after load changes

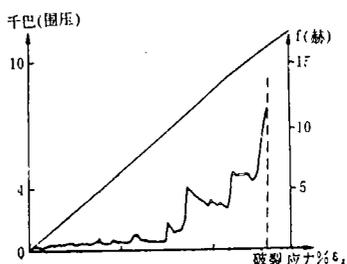


图 3 三轴压力下花岗岩微破裂的频率及应力与应变的关系 (围压 4 千巴)

Fig. 3 Frequency of micro-breaking, relationship between stress and strain in granite under triaxial compressive loads

组成。当岩石处在非线性阶段时,一旦某处微破裂突发,仅仅是这一微小的扰动就可能造成对周围介质历史的较大影响。一个随机过程触发或抑制其它的随机过程,而使得岩石介质声发射事件加强是一个完全的随机过程。但这个随机过程的概率背景要受外界条件支配,即受加载公式及力度的影响。

(2) 概率与涨落 在岩石破裂实验中,无论取多大的岩体来进行实验,其体积也远不及实际大地中的微震的震源。巨大的震源体可以看成是对数目巨大的实验岩体的累加(对岩石的声发射来说),对于概率事件来说,众多事件的累加能大大的消除涨落。这样我们就可以理解为什么肖尔茨岩石声发射实验中起伏很大。当我们确认了声发射是一种概率事件后,就不难找到其趋势性的因素。图4a是声发射实验中声发射频次的大致趋势,它表明声发射的曲线大多数都会落入其阴影区。图4b是声发射曲线的概率趋势,声发射频次以此曲线为轴而涨落。

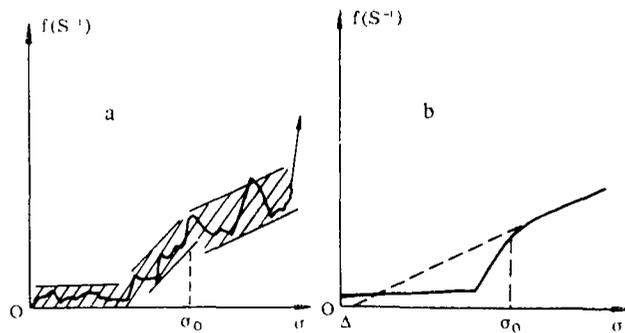


图 4

通过对图4b曲线的分析,可看出曲线的两个特征段:

1) 当 $\sigma < \sigma_0$ 时,声发射维持一个稳定的水平,在这一段中声发射的频次不取决于外加应力的大小,它肯定会由岩石性质的不同而不同,体现出介质微观是结构及性质的某些差异。

2) 当 $\sigma > \sigma_0$ 时,体现出较良好的线性度,甚至破裂前也如此,而且延长线基本与坐标原点重合。表明声发射的频率已不再与外加应力无关了,它的斜率本质上体现着介质的微观结构及特性,这个斜度肯定会与平直段的截距相关,而且是正相关。

对声发射实验结果的概率分析结果,我们可用如下数学公式表达:

1) 应力较高时: $f(\text{频次}) \propto \sigma$ 。 (7)

2) 应力较低时: $f(\text{频次})$ 与应力 σ 没有明显的关系,体现出一定的噪声水平。

3) 过渡阶段: 开始趋于与应力明显相关,很快过渡为线性相关。

3. 古一李公式的唯象建立

古一李公式的自身就具有唯象性质,因它适应于广泛的尺度。由于具体条件的限制,我们现阶段只能在实验室中对岩石样品进行各种实验,用以模拟真实的大地演化。尽管岩石样品与板块构造在尺度上相差悬殊,但各自所含的微观小构造(如晶胞及应力不均匀小区)其数量都很大,这就是它们对外载有相似反映的物理机制。这种对实验结果在合理的条件下进行外推,便是唯象方法的基本点。

综上所述,我们可以认为岩石的裂纹扩展能力取决于四种因素。

(1) 由岩体内的应力水平所决定的裂纹尖端的应力值 对于理想弹性体可用断裂因子或者是裂纹扩展力来作为失稳准则。对于理想介质而言, 裂纹扩展力是判断失稳及裂纹扩展能力的唯一指标, 裂纹尖端扩展的速率也取决于裂纹扩展力的大小。对于实际介质, 尽管存在着不均匀性, 但这种微观不均匀性不会影响岩体应力水平的宏观大趋势。我们有理由认为, 就平均应力水平而言, 理想弹性介质的结果仍能适用于岩石介质情况。

由前面的分析表明: 断裂前沿应力水平的动态特征仅取决于动态参量 K_I 、 K_{II} 或 K_{III} 。裂纹前沿的应力水平又决定着其扩展能力。我们用 β_1 来代替介质应力水平对断裂停止扩展能力(概率)的贡献, 则有:

$$\begin{aligned} \beta_1 &\propto 1/\sigma' \quad (\sigma' \text{ 表示裂纹前沿应力水平}), \\ \text{即} \quad \beta_1 &\propto 1/K_m \quad (m = I, II, III), \\ \text{即} \quad \beta_1 &\propto 1/\sigma \sqrt{\pi a} \propto 1/\sigma \sqrt{a}. \end{aligned} \quad (8)$$

(2) 岩石加载后的微破裂 声发射的产生有两种机制, 即新的微裂隙的产生; 旧有的两个距离比较近的微裂隙的连通。

新微裂隙的产生取决于加载及内部的不均匀性。加载提高了岩体整体的应力水平, 同时也提高了介质应力不均匀度, 而使得原来达不到破坏应力水平的点增加了破坏的可能, 并使微裂隙产生。

原有的两个微裂隙靠得较近, 由于加载使得在两个微裂隙之间的区域内产生一个高应力点, 当高应力点 A 发生破裂后就可能使两个微裂隙连通形成一个较大的微裂隙。这种情形有时也发生于高应力点与其附近某个微裂隙之间, 其结果表现为一个新微裂隙与一个旧有微裂隙的连通, 或是看成旧有微裂隙的扩展。

裂纹尖端是微裂隙发生率最高的区域, 新生微裂隙与裂纹扩展有如图 5 所示的几种形式:

- a. 靠近裂纹尖端较近的点, 在发生微破裂后与裂纹连通, 其结果使裂纹扩展。
- b. 在靠近裂纹尖端已存有一微裂隙 B。此时恰好在微裂隙与裂纹尖端之间产生一新的微破裂, 最后的结果使裂纹与微裂隙 B 连通, 使得裂纹扩展。
- c. 如果微破裂点发生离裂纹较远处, 尽管暂时对裂纹的扩展还没有直接的贡献, 但随着裂纹的不断扩展, 它的有效性会表现出来, 它可看成是裂纹扩展的储备能力, 或称之为滞后作用性。从逻辑上讲, 这种滞后作用性有着延续性, 即每一时刻都有前一时刻遗留下的微裂隙参与此时的作用, 如果在这短暂的瞬时物理条件相差无几时, 从等效角度上来看也可把这种滞后作用看成是即时作用。因而对离裂纹尖端较远处的新微裂隙来说, 也可看成是即时作用于岩体。

这就是说, 声发射频率对岩体的扩展过程也是一个重要的参与因素。这一点有别于理想弹性介质, 理想弹性介质裂纹扩展表现为均一性和突发性。这正是岩石介质复杂性的一种表现。

如果以 β_2 代表岩石微破裂对断裂前沿扩展的停止能力(概率)贡献, 并考虑到断裂前沿处于较高的应力状态, 由(5)式有:

$$\begin{aligned} \beta_2 &\propto 1/f \propto 1/\sigma' \quad (\text{裂纹尖端应力值}), \\ \text{即} \quad \beta_2 &\propto 1/\sigma \sqrt{\pi a} \propto 1/\sigma \sqrt{a}. \end{aligned} \quad (9)$$

(3) 介质内部固有的不均匀性 微观结构的不均匀导致应力分布的不均匀, 这样,

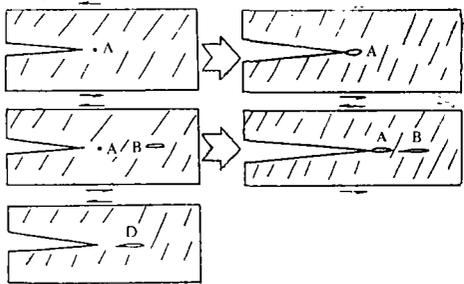


图 5 断裂前沿微破裂作用的几种形式
Fig. 5 Several kinds of micro-breaking distribution and propagation in front of fracture in rock

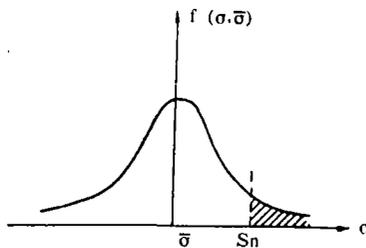


图 6

在一定的应力作用下总有一部分点的应力值超过了其强度。对于介质来说，存在一个固定的强度指标 S_n ，当 $\sigma > S_n$ 时的点称为易破裂点。如图 6 所示。图中 $f(\sigma, \bar{\sigma})$ 是表达介质不均匀程度的分布函数 ($\bar{\sigma}$ 是平均应力场，可能是正应力，也可能是剪应力)，阴影部分表示应力值超过强度的比重，我们可通过积分来求得这一比重。

$$P = \int_{S_n}^{\infty} f(\sigma, \bar{\sigma}) d\sigma。$$

应该注意的是，在此处应把 P 理解成岩石内某一点岩石达到其破裂强度以上的概率。这是一个概率分布，而不是空间分布，并要求 $f(\sigma, \bar{\sigma})$ 归一：

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\sigma, \bar{\sigma}) d\sigma = 1。$$

从另一个角度来看，断裂的停止的概率取决于“安全点”的比重 $(1 - P)$ ，如果以 β_3 代表介质不均匀性对断裂前沿停止传播，有：

$$\beta_3 \propto 1 - P。 \tag{10}$$

(4) 几何动态因素 当断裂面扩展时，其边界长度 l 也随之增大，这将意味着更长的断裂前沿参与破裂传播。如果用 β_4 来代表由几何因素所贡献的破裂传播停止概率因子，则有：

$$\begin{aligned} \beta_4 &\propto 1/l, \\ \text{而边界周长} \quad l &\propto \sqrt{A}, \\ \text{则} \quad \beta_4 &\propto 1/\sqrt{A}。 \end{aligned} \tag{11}$$

下面来建立古登堡公式的 b 值表达式。

设一组断裂中有许多不同的断面，它们的面积用 A 来表示， $n(A)$ 为断裂面中等于 A 的单位面积范围内的裂纹密度。则 $n(A)$ 表示裂纹面积在 A 到 $A + dA$ 之间的裂纹数目。因而面积大于给定面积 A 的裂纹总数目为：

$$N(A) = \int_A^{\infty} n(x) dx, \quad dN/dA = -n(A)。 \tag{12}$$

对 (11) 式两端同乘以 dA ，再同除以 $N(A)$ 后得：

$$dN/N = -n/N dA。 \tag{13}$$

(13) 式的直接意义是：面积在 A 到 $A + dA$ 之间的裂纹数占面积大于 A 的裂纹总数的比重。从概率的角度来看，裂纹扩展到 A 与 $A + dA$ 之间的面积后将有两种选择：1) 保留在 A 到 $A + dA$ 之间；2) 继续扩展超过 A 到 $A + dA$ 范围。因此概率的语言应是： dN/N 在数

值上应等于裂纹增长到A到A + dA之间后停止增长的概率。

$$\text{令 } f(A) = -n/N, \text{ 则 } dN/N = f(A) dA. \quad (14)$$

从(14)式可看出: 只要给出 $f(A)$ 和具体表达形式就可得出震级—频次间关系, 也能得出 b 值表达式。茂木及肖尔茨在建立(14)式后, 尽管有充分的理由显示出 $f(A)$ 与 A 反相关, 但得出 $f(A)$ 的具体表达形式的推理是不完善的。茂木和肖尔茨只强调断裂带周围的“易破损区”的面积或体积正比于断裂带自身的面积或体积, 但这一规律的由来却无从得出。事实上单一从任何一个因素(应力、不均匀性、微破裂及几何因素)来考虑“易破裂区”的范围都得出 $\Delta\phi \propto \phi$ 结论, 这一点只要稍做定量分析即可看出。也有人认为(14)式的量纲平衡可限制 $f(A)$ 的形式, 这是不正确的。本文第二部分已对此进行了详尽分析。本文认为 $f(A)$ 的确定应是上述几种因素共同作用的结果, 对于缺少非均匀性条件的理想材料而言古—李公式已不再成立。介质的不均匀性是古—李公式得已成立的决定性因素, 但不是决定 b 值的全部因素。

从数学角度上来看, 如果同一事件受多个独立的概率因素的影响, 其结果应是多个概率因素影响的乘积。本文中所讨论的四个因素从对破裂传播机理的贡献而言是相互独立的, 因而将之综合便能得出古登堡—李希特公式及 b 值表达式。由8、9、10及11式有:

$$f(A) = c\beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \beta_3 \cdot \beta_4,$$

$$\text{即 } f(A) = c(1-P)/(\sigma^2 a \sqrt{A}) \quad (c \text{ 为常数}).$$

$$\text{代入(14)式有: } dN/N = c \frac{1-P}{\sigma^2 a \sqrt{A}} dA. \quad (15)$$

考虑到 a 是裂纹的长度, 对于断裂面而言, 它相当于断裂面的线度, 因而与面积的关系应满足: $a \propto \sqrt{A}$ 。代入(15)式后有:

$$dN/N = c' \frac{1-P}{\sigma^2} \frac{dA}{A} \quad (c' \text{ 为常数}), \quad (16)$$

$$\text{即 } d \ln N = c' \frac{1-P}{\sigma^2} d \ln A.$$

$$\text{将上式积分得: } \ln N = c'(1-P) \ln A / \sigma^2 + D \quad (D \text{ 为积分常数}). \quad (17)$$

我们可经过下列代换:

$$\text{a) 裂纹面积 } A \text{ 与震源区体积的关系满足: } A \propto V^{2/3}.$$

$$\text{b) 在一般情况下, 震源区弹性能量与震源区体积的关系应满足: } E \propto V.$$

$$\text{综合上述两点有: } A \propto E^{2/3}. \quad (18)$$

将(18)式代入(17)式得:

$$\ln N = c''(1-P) \ln E / \sigma^2 + D \quad (c'' = 2c'/3). \quad (19)$$

$$\text{而 } \ln E \propto M, \text{ 代入(19)式有: } \ln N(M) = D + c''(1-P) M / \sigma^2.$$

$$\text{即 } \ln N(m) = a - bM. \quad (20)$$

$$\text{式中 } a = D, \quad b = -c''(1-P) / \sigma^2.$$

三、茂木及肖尔茨学说的统一

茂木和肖尔茨试图用唯象的方法来解释 b 值的物理意义。就方法本身而言是毫无疑问

的。从本质上讲，茂木及肖尔茨在建立古—李公式时只有唯一的一步起着决定性作用，其它的步骤都属数学逻辑或是物理客观性的引用。这一决定性步骤就是确立 $f(A)$ 的具体数学形式。我们前面已分析过，他们在推导 $f(A)$ 的表达形式时，理论上的跨度太大，结果丧失了许多细节，尽管形式与古—李公式相同，但b值的信息是不完备的，对b值的解释也增加了人为因素和随意性。

茂木及肖尔茨解释的共同点在于他们都把“易破裂点”看成断裂传播停止机制，但他们的理解是不同的。茂木把“易破裂点”理解为产自介质内部的机制（介质的不均匀性可用参杂浓度来控制）。对这种介质而言，微破裂参与断裂传播的机会已严重削弱了。从一定意义上讲，该介质在一定程度已偏离了实际大地介质。肖尔茨则强调介质应力水平参与和控制着“易破裂点”的比重，因而影响b值。肖尔茨做岩石介质微破裂实验并得出了b值随应力水平增大而降低的实验结果。尽管两人的解释都符合各自实验结果的大致趋势，但都不能与实验曲线进行定量化的拟合。从本文的分析来看，这一点是很自然的，因为他们都只强调了支配b值物理背景的一个角落。

本文综合分析了整个b值的物理背景在孕震区的应力条件下得出的b值表达式为：

$$b = -c''(1-P)/\sigma^2 \quad (21)$$

从上式可看出：b值正比于介质不均性指标， $(1-P)$ 反比于介质应力水平 σ^2 ，同时相关于介质的不均程度得应力水平。可见茂木及肖尔茨的学说是反映同一问题的不同侧面，实质上可归于同一理论。

四、实例验证解释

肖尔茨曾做了不同应力水平下岩石体的微破裂实验。其明显特征是b值与应力水平负相关，对任何岩石试样均如此，如图7所示。图7中纵坐标代表b值，横坐标代表破裂应力差百分数（差应力值相对于岩石破裂应力的百分比）。对于不同的试样，曲线变化的特征基本是一致的。在应力较低时表现为线性增长，在应力值接近于破裂应力时，b值的变化较显著。

由于理论上的局限性，肖尔茨没能对所得曲线进行较为细致的解释。实际上，大地介质总是处在一定的应力水平（差应力百分比）的状态上。孕震过程的应力积累不是以应力水平等于0为起点的。从机理上讲，地震的突发过程最为接近于岩石破裂实验临近破裂前的状

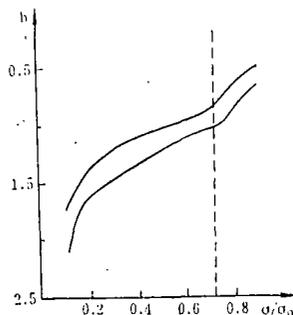


图 7

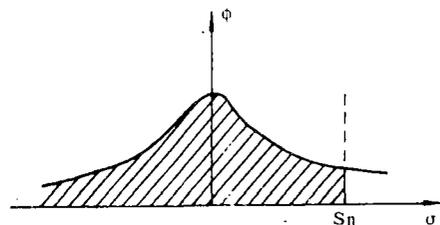


图 8

态,也就是非线性阶段,岩石的声发射也体现与低应力水平时不同的规律。秦保燕在《地震孕育过程的非线性阶段》一文中对此进行了详尽的分析。为运算方便,先对本文所得b值表达式进行数学处理。

如图8所示, S_a 代表介质的破碎极限应力值,图中的阴影部分代表介质中不易破裂点的比重。由(5)式有:

$$1 - P = \frac{1}{\sqrt{2\pi\mu u}} \int_{-\infty}^{S_a} e^{-\frac{(S-s)^2}{2\mu u}} dt. \quad (22)$$

积分变换后得:

$$1 - P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{S_a - \bar{\sigma}}{\sqrt{\mu u}}} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt.$$

为估算方便,我们可进行如下代换及近似处理:

$$\text{由式(6)有: } m = 2E/K, \text{ 则 } \mu u = 2Eu/K. \quad (23)$$

根据弹性力学理论,在应力水平单一的条件下,下述关系近似成立:

$$Eu \approx \bar{\sigma}^2/2. \quad (24)$$

将(23)、(24)两式代入(22)式,有:

$$1 - p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{S_a - \bar{\sigma}}{\sigma} \sqrt{K} - \frac{t^2}{2}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

上式中的K是应力相空间的维数,在三维空间中 $K = 3$, 我们有:

$$b = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{(S_a - \bar{\sigma})\sqrt{8}}{\sigma} - \frac{t^2}{2}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt}{(\sigma^\infty)^2} \\ = (D/S_a) \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{S_a - \bar{\sigma}}{\sigma} \sqrt{8} - \frac{1}{2}t^2} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt \right] / (\sigma^\infty)^2.$$

而 $\sigma_\infty \approx \bar{\sigma}$, 再令 $(D/S_a) = D'$; $\sigma^\infty/S_a = K$, 得:

$$b = \frac{D'}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\sqrt{8}(\frac{1}{K} - 1) - \frac{t^2}{2}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt}{K^2} \quad (0 < K < 1). \quad (25)$$

我们可看出,上式的分子已是标准误差函数的形式了。

表1是对外加应力大于70%破坏应力情况下所计算的b值。

从图9中可看出,当施加在岩石体上的差应力增大时,随机性也加大,涨落增强。但与围压没有什么明显的依赖关系。本文理论上的b值线可近似表示成肖尔茨实验结果的大致趋势。

表1

破坏应力百分比	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
b	0.770	0.710	0.660	0.618	0.578	0.529	0.500
b (令 $D' = 0.5$)	0.785	0.681	0.516	0.428	0.357	0.293	0.25

当差应力百分比小于70%时，此属于微破裂占主导地位的状态，以裂隙勾通及以大破裂突发形式的断裂不占显著地位，声发射的频次与外围应力差水平没有明显的依赖关系。此时大体上表现为与岩石性质有关的一个噪声水平。此时的破裂机制与本文前面所研究的情形差异较大：

a. 此时的微破裂占主导成分，破裂尺度已与岩石体微观构造相比较了。微观构造以主导地位约束着破裂，也决定着b值。

b. 声发射的频次与差应力水平已没有显著的依赖关系了。则可在一定的程度上表明差应力水平与微观构造相比已退居次要地位了。

c. 当把应力因子 σ^2 换成弱应力因子 σ^v 后能与肖尔茨的实验结果在低差应力水平端能较好的逼近。此时的b值表达式为：

$$b = c \frac{\int_{-\infty}^{\sqrt{8}(\frac{1}{K}-1) - \frac{1}{2}t^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt}{K^{1/3}} \quad (c \text{ 为常数}) \quad (26)$$

将上式b值计算结果列于表2中。

表 2

K	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40
	1.00	1.00	1.00	1.00	0.999	0.995
b (c取0.905)	1.72	1.56	1.45	1.36	1.29	1.22

续表 2

K	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70
	0.983	0.958	0.921	0.875	0.823	0.770
b (c取0.905)	1.17	1.10	1.02	0.940	0.860	0.785

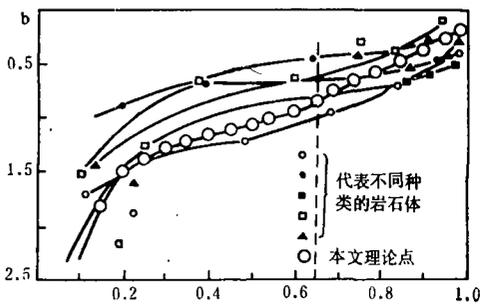


图 9

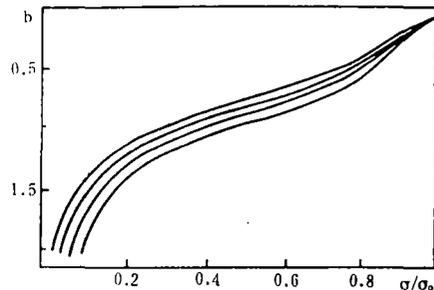


图 10

在应力水平较低的情况下，岩石微破裂实验 b 值理论曲线如图 9 所示。在 (25)、(26) 两式中，常数 D' 及 C 是取决于介质特性和实验状态的参量。如果改变参量 D' 及 C 就相当于改变岩石的性质。图10是改变岩石性质参量后所得的一系列曲线。由图10可以看出，这些曲线的变化特征与肖尔茨的岩石力学实验结果相符，曲线簇所扫过的范围体现了实验点

的概率背景。

当应力水平达到破坏应力的 $2/3$ 时, b 值曲线的规律发生突变。这一点与微破裂实验中的突变迹象大致吻合。秦保燕在《震源系统非线性阶段》一文中指出, 当差应力水平达到破裂应力的 $2/3$ 附近时体系将进入非线性状态, 体系的自组织将加强。因而此点可以认为是一个特征点, 它区分着体系的状态及机制。图10基本反映了肖尔茨 b 值实验曲线在低差应力水平端的大致趋势。

本文是在秦保燕老师指导下经反复修改完成的。无论指导思想还是理论基础, 秦老师都提出了许多宝贵建议, 有些甚至是决定性的。教育科张京州也为论文的完成做了大量辅助性工作。在此表示诚挚的谢意。

参 考 文 献

- [1] 郭增建、秦保燕, 震源物理, 地震出版社, 1979.
- [2] 尹祥础, 固体力学, 地震出版社, 1985.
- [3] 徐小荷、余静, 岩石破碎学, 煤炭工业出版社, 1984.
- [4] 郝柏林等, 地震频度—震级关系的时空扫描, 地震出版社, 1979.
- [5] C. H. Scholz, The frequency-magnitude relation of microfracturing in rock and its relation to earthquakes, B.S.S.A., Vol. 53, 399—415, 1968.
- [6] K. Mogi, Study of the elastic shocks caused by the fracture of heterogeneous materials and the relation to earthquake phenomena, Bull Earthq. Res. Inst., Vol. 40, 125—173, 1962.
- [7] 国家地震局《一九七六年唐山大地震》编辑组, 一九七六年唐山大地震, 地震出版社, 1982.
- [8] 虞雪君等, 孕震过程中地震活动时空不均匀性的研究, 西北地震学报, Vol. 11, No. 1, 1989.
- [9] 徐秉业, 弹性与塑性力学, 机械工业出版社, 1981.
- [10] 秦保燕, 大震前复杂震源系统的非线性阶段和大震预报(一), 西北地震学报, Vol. 8, No. 1, 1986.
- [11] 徐静等, 岩石破碎学, 煤炭工业出版社, 1982.

A REAPPROACHING ON PHYSICAL MECHANISM OF b VALUE

Wu Xiaoping

(*Qiqixaer Light Industry College, Heilongjiang Province*)

Abstract

The Gutenberg-Richter earthquake frequency-magnitude relation is one of the most universal laws in the seismicity. Explaining B. Gutenberg formula in physics, two theories have been accepted extensively. One is the theory caused by medium heterogeneity which was proposed by K. Mogi, the other is the theory caused by stress level which was proposed by C. H. Scholz. They individually built B. Gutenberg formula from probability calculating formula along with individual reasoning. However, actual Gutenberg-Richter formula shall be relation which reflects both medium character and stress level. So two forms which were built individually by K. Mogi and C. H. Scholz are very alike in appearance, but they are essentially unilateral. This is the reason why it is necessary to study physical mechanism of b value in this paper. Starting from real geo-medium and using fracture theory, Gutenberg-Richter formula is calculated. Our result of b value expression accords with result obtained from rock breaking experiment. So K. Mogi and C. H. Scholz theory is unified in theory.