

预报地震的一种模糊数学方法

杜兴信

(陕西省地震局)

摘 要

本文提出了一种预报地震的模糊数学方法。该方法包括：(1)从特征因素和预报指标二个论域进行多相模糊统计；(2)对所得的隶属函数进行直积运算，并用条件概率公式建立模糊关系矩阵；(3)通过模糊变换和最大隶属优势准则得出预报意见。对云南地区近期地震活动的预报试验表明，该方法是可行的。

一、前 言

地震预报是一个难度较大的课题，目前尚处于探索阶段。许多人利用模糊数学等不确定性理论进行地震预报研究^[1]，然而其中多着重于特征因素和预报指标间模糊关系的研究，而对它们本身的模糊性注意不够。本文从预报依据和预报指标都是模糊事件的事实出发，提出一种新的模糊数学方法，试图更科学地概括地震前兆信息，从而提高预报效率。

二、方 法

设 U 和 V 分别代表某一特征因素和某一预报指标的论域，给定多相模糊统计试验^[2]

$$P_{m_1} = \{ \tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_{m_1} \}, \tilde{A}_i \in \mathcal{F}(U), i = 1, \dots, m_1. \quad (1)$$

$$P_{m_2} = \{ \tilde{B}_1, \dots, \tilde{B}_{m_2} \}, \tilde{B}_j \in \mathcal{F}(V), j = 1, \dots, m_2. \quad (2)$$

使每一次试验，都能确定一个映射

$$e: U \rightarrow P_{m_1}. \quad (3)$$

$$e: V \rightarrow P_{m_2}. \quad (4)$$

这里视每一个样本的实现为一次实验。论域 U 和 V 上各相(模糊集)的隶属函数通过模糊统计给出，它们满足

$$\mu_{\tilde{A}_1}(u) + \mu_{\tilde{A}_2}(u) + \dots + \mu_{\tilde{A}_{m_1}}(u) = 1. \quad (5)$$

$$\mu_{\tilde{B}_1}(v) + \mu_{\tilde{B}_2}(v) + \dots + \mu_{\tilde{B}_{m_2}}(v) = 1. \quad (6)$$

本文将每年出现的 \tilde{U} 和 V 论域的一对值作为一次试验，取 N 年为学习样本，并根据 N 年的对应值分布情况和对应情况确定各隶属函数的函数表达形式或离散表达形式。这个表达形式还可在学习过程中进行修改，最后使所得到的表达形式能更好地反映 u 和 v 隶属于诸相的

关系。

利用统计得出的隶属函数表达式,对每一次试验赋予具体的隶属函数值,它们构成一对模糊向量:

$$\tilde{A} = (\mu_{A_1}(u), \mu_{A_2}(u), \dots, \mu_{A_{m_1}}(u)) \quad (7)$$

$$\tilde{B} = (\mu_{B_1}(v), \mu_{B_2}(v), \dots, \mu_{B_{m_2}}(v)) \quad (8)$$

组成的状态集 $\tilde{A} \times \tilde{B}$ 。将该状态集的第 ij 项元素定义为对应隶属函数的代数积 $\mu_{A_i} \mu_{B_j}$, $i = 1, 2, \dots, m_1$; $j = 1, 2, \dots, m_2$ 。在学习过程中,可将 N 次试验结果求和,其一般项 (ij) 为

$$\sum_{k=1}^n \mu_{A_i}(u_k) \mu_{B_j}(v_k),$$

$$\text{且有} \quad \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{m_2} \mu_{A_i}(u_k) \mu_{B_j}(v_k) + \dots + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{m_2} \mu_{A_{m_1}}(u_k) \mu_{B_j}(v_k) = n \quad (9)$$

如视 \tilde{A} 、 \tilde{B} 一次试验中 $\mu_{A_i} \mu_{B_j}$ 为 $A_i B_j$ 出现的频次,则 n 次试验得到的 $\sum_{k=1}^n \mu_{A_i}(u_k) \mu_{B_j}(v_k)$ 为 n 次试验中 $A_i B_j$ 出现的频次,由此按照条件概率公式

$$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \quad (10)$$

可得到 $\tilde{A} \rightarrow \tilde{B}$ 模糊关系 \tilde{R} 的一般项 $r_{ij} = \mu_{\tilde{R}}(A_i, B_j)$, 即

$$P(A_i B_j) = \frac{\sum_{k=1}^n \mu_{A_i}(u_k) \mu_{B_j}(v_k)}{n}, \quad (11)$$

$$P(A_i) = \frac{\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{m_2} \mu_{A_i}(u_k) \mu_{B_j}(v_k)}{n}, \quad (12)$$

$$P(B_j/A_i) = \frac{\sum_{k=1}^n \mu_{A_i}(u_k) \mu_{B_j}(v_k)}{\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{m_2} \mu_{A_i}(u_k) \mu_{B_j}(v_k)} = r_{ij} \quad (13)$$

式中 $i = 1, 2, \dots, m_1$, $j = 1, 2, \dots, m_2$ 。

设有一待测样本,已知其某一特征因素值,则由前面模糊统计得到的隶属函数表达式,可得到其属于各模糊集(类)的隶属函数值 $\mu_{A_1}, \mu_{A_2}, \dots, \mu_{A_{m_1}}$ 。将它们组成一个新的模糊向量 \tilde{A} , 并利用模糊变换 $\tilde{B} = \tilde{A} \circ \tilde{R}$, 可得样本属于各预报指标模糊集(类)的隶属函数值,从而得出预报意见。

由于预报因素往往不止一个,而且预报的意见往往不一致,因此需要有一种方法将各种意见科学地综合。本文使用最大隶属优势准则模式识别法^[3]。其主要步骤是:

(1) 根据样本 x 的第 x_i 项因素,选择其最大隶属函数所属的类为识别结果,并以其与

下一个隶属函数的差为局部隶属优势 $C\mu_{B_j}(x_j)$ 。

(2) 对各因素预报的相应类的局部隶属优势求和, 得出样本的整体隶属优势 $C\mu_{B_1}(x)$,

$$C\mu_{B_1}(x) = \sum_{j=1}^m C\mu_{B_j}(x_j), \quad j=1, 2, \dots, m_2. \quad (14)$$

式中 m 为因素个数, m_2 为预报指标分类个数。

(3) 样本隶属于 B_1 模糊子集(类)的判别式为

$$\mu_{B_1}(x) = \max \{ C\mu_{B_1}(x), \dots, C\mu_{B_{m_2}}(x) \}. \quad (15)$$

三、云南地区地震活动预报的检验

我们选用云南地区1963—1987年发生的 $M_s \geq 4.7$ 地震作预报检验。地震资料取自文献 [4] 和 1)。在舍取时去掉了明显的余震, 但保留了前震。1967年和1987年没有发生4.7级以上地震, 在统计时按4.5级地震处理。预报指标为年最大震级 M_{max} 。特征因素包括: 前一年的地震频次 N 和相对其前一年的变化 \bar{N} , 前一年和前二、三年地震频次均值差 \bar{N} , 前第二年的平均震级 \bar{M} 和平均震级变化 \bar{M} 。 N 、 \bar{M} 和 M_{max} 的变化如图 1 所示。诸特征因素和预报指标逐年值列于表 1 中。

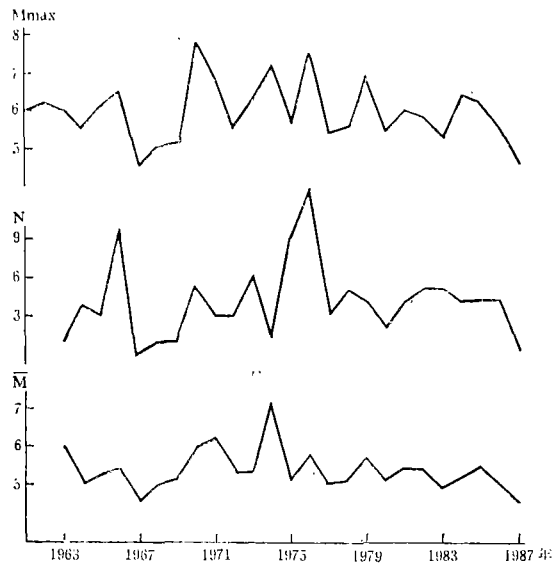


图 1 M_{max} 、 N 和 \bar{M} 变化图

Fig. 1 The changes of M_{max} , N and \bar{M}

将1966—1980年15年的资料作为学习样本。根据特征因素的变化和其与预报指标的对应情况, 将特征因素划分为3或4个模糊集, 分别表示量度的不同级别。预报指标分为 $\tilde{5}$ 、 $\tilde{6}$ 、

1) 云南省地震局南北带攻关组, 云南地震 ($M \geq 4.7$) 目录 (886—1982), 1983.

表 1

类别 年	N	N̄	N̄	M̄	M̄	M _{max}	μ_B			μ_B (预测)		
							5	6	7	5	6	7
1963	1			6.0		6.0						
1964	4	-3		5.0	-1	5.0						
1965	3	-1	0.5	5.3	0.3	6.1						
1966	10	7	6.5	5.4	0.1	6.5	0	0.7	0.3	0	0.932	0.368
1967		-1	-6.5		-0.9		1	0	0	0.831	0.060	0.109
1968	1	1	-4.0	5	0.5	5	1	0	0	0.832	0.168	0
1969	1	0	0.5	5.1	0.1	5.1	0.9	0.1	0	0.750	0.175	0.075
1970	5	4	4	6.0	0.9	7.7	0	0	1	0.454	0.546	0
1971	3	-2	0	6.2	0.2	6.7	0	0.4	0.6	0	0.016	0.984
1972	3	0	-1	5.3	-0.9	5.5	0.3	0.7	0	0.004	0.996	0
1973	6	3	3	5.3	0	6.3	0	0.8	0.2	0	1	0
1974	1	-5	-3.5	7.1	1.8	7.1	0	0	1	0	0.055	0.945
1975	9	8	5.5	5.1	-2.0	5.6	0.2	0.8	0	0.509	0.491	0
1976	13	4	8	5.7	0.6	7.4	0	0	1	0	0	1
1977	3	-10	-8	5.0	-0.7	5.3	0.7	0.3	0	0.851	0.006	0.143
1978	5	2	-3	5.1	0.1	5.5	0.3	0.7	0	0.135	0.865	0
1979	4	-1	0	5.6	0.5	6.8	0	0.3	0.7	0	0.187	0.813
1980	2	-2	-2.5	5.1	-0.5	5.4	0.5	0.5	0	0	1	0
1981	4	2	1	5.4	0.3	5.9	0	1	0	0.005	0.995	0
1982	5	1	2	5.4	0	5.7	0.2	0.8	0	0	0.907	0.093
1983	5	0	0.5	4.9	-0.5	5.2	0.8	0.2	0	0.006	0.994	0
1984	4	-1	-1	5.2	0.3	6.3	0	0.8	0.2	0	1	0
1985	4	0	-0.5	5.4	0.2	6.1	0	1	0	0.139	0.861	0
1986	4	0	0	5.0	-0.4	5.4	0.5	0.5	0	0.004	0.996	0
1987		-4	-4		-0.5		1	0	0	0	1	0

7 三类, 分别代表 5 级左右中等强度地震, 6 级左右中强地震和 7 级以上大震。它们基本上代表了当前人们对中强地震的模糊划分。从这些模糊集出发, 参照这些年观测值和其值域的分布, 给出各个模糊集的隶属函数如表 2 表示。

将 1965—1979 年逐年的地震频次值及 1966—1980 年逐年的最大震级值代入表 2, 得到: $n = 15$ 个模糊向量对 $A = [\mu_{A_1}(N), \mu_{A_2}(N), \mu_{A_3}(N), \mu_{A_4}(N)]$ 和 $B = [\mu_{B_1}(M_{max}), \mu_{B_2}(M_{max}), \mu_{B_3}(M_{max})]$ 。对其进行直积运算并求和, 得到如表 3 所示的结果。

经过如 (13) 式的运算, 求得地震频次、最大震级的模糊相关关系 R (表 4)。

表 2

μ_B \tilde{B} / M_{max}	≤ 5.0	5.3	5.5	5.8	6.0	6.3	6.5	6.8	≥ 7.0
$\tilde{5}$	1	0.7	0.3	0.1					
$\tilde{6}$		0.3	0.7	0.9	1	0.8	0.7	0.3	
$\tilde{7}$						0.2	0.3	0.7	1
μ_A \tilde{A} / N	≤ 1	2	3	4	5	6	7	8	≥ 10
I	1	0.5							
II		0.5	1	1	0.5	0.1			
III					0.5	0.9	1	1	
IV									1
μ_A \tilde{A} / \dot{N}	≤ -6	-5	-4	-3	-2	0	2	3	≥ 5
I	1	0.7	0.5	0.4	0.2				
II		0.3	0.5	0.6	0.8	1	0.4	0.3	
III							0.6	0.7	1
μ_A \tilde{A} / \ddot{N}	≤ -6	-4	-3	-2	0	1	2	4	≥ 6
I	1	0.7	0.4	0.3					
II		0.3	0.6	0.7	1	0.8	0.5		
III						0.2	0.5	1	
IV									1
μ_A \tilde{A} / \ddot{M}	≤ -0.9	-0.5	-0.2	0	0.1	0.2	0.3	0.5	≥ 1
I	1	0.5							
II		0.5	1	0.9	0.4	0.4			
III				0.1	0.6	0.6	1	1	
IV									1
μ_A \tilde{A} / \ddot{M}	≤ 4.5	4.7	4.9	5	5.3	5.5	6.7	6	≥ 6.5
I	1	0.9	0.8	0.4	0.3				
II		0.1	0.2	0.6	0.7	1	0.8	0.7	
III							0.2	0.3	1

表 3

$\tilde{A} \backslash \tilde{B}$	$\tilde{5}$	$\tilde{6}$	$\tilde{7}$	Σ
I	2.10	0.90	1.00	4.00
II	1.10	3.75	1.25	6.10
III	0	3.35	2.45	2.80
IV	1.70	0.30	0.10	2.10
Σ	4.90	5.30	4.80	15

表 4

$\mu_{\tilde{R}} \backslash M_{max}$	$\tilde{5}$	$\tilde{6}$	$\tilde{7}$
I	0.524	0.225	0.249
II	0.180	0.614	0.204
III	3.000	3.125	0.875
IV	0.809	0.142	0.047

表 5

$\mu_{\tilde{R}} \backslash M_{max}$	$\tilde{5}$	$\tilde{6}$	$\tilde{7}$	$\mu_{\tilde{R}} \backslash M_{max}$	$\tilde{5}$	$\tilde{6}$	$\tilde{7}$
I	0.534	0.381	0.084	I	0.333	0.279	0.387
II	0.191	0.504	0.303	II	0.288	0.540	0.170
III	0	0.167	0.832	III	0.387	0.384	0.227
IV	0.739	0.130	0.130	IV	0	0	1.000
$\mu_{\tilde{R}} \backslash M_{max}$	$\tilde{5}$	$\tilde{6}$	$\tilde{7}$	$\mu_{\tilde{R}} \backslash M_{max}$	$\tilde{5}$	$\tilde{6}$	$\tilde{7}$
I	0.500	3.490	0.009	I	0.431	0.271	0.297
II	0.236	0.444	0.319	II	0.315	0.410	0.274
III	0.341	3.149	0.509	III	0.093	0.268	0.637

同理可得 \tilde{N} 、 \bar{N} 、 \bar{M} 、 \bar{M} 与 M_{max} 的模糊相关关系 (表 5)。

将利用隶属函数定义得到的逐年、逐因素的特征因素模糊向量 \tilde{A} 和相应的模糊关系 \tilde{R} 进行模糊变换, 并利用最大隶属优势准则法进行综合判断。为便于比较, 将判断结果列于表 1 后三栏中。和前三栏实际 M_{max} 的从属函数比较, 除 1970 年和 1975 年外, 学习样本都划于同一最大隶属函数类中, 准确率可达 87%。

同样将 1981—1987 年各因素的值得代入上述隶属函数表达式, 得到模糊向量 \tilde{A} , 并进行模糊变换和利用最大隶属优势准则进行综合判断, 作外推预报试验, 结果见表 1。从表 1 中可见, 7 次预报中有 5 次报对, 准确率为 71%。

四、结论和讨论

1. 在实际地震预报中, 预报因素所含的信息、预报指标的含义以及它们的关系往往都是模糊的, 本文据此提出了一种模糊数学方法。首先将预报因素和预报指标进行模糊划分, 通过模糊多相统计给定隶属函数, 然后将观测的隶属函数乘积视为模糊向量进行直积运算, 将所得结果按条件概率公式变换成模糊关系元素, 最后由模糊变换和按照最大隶属优势准则给出预报意见。该方法将地震预报看成一种多重或高阶模糊过程, 较好地体现了地震预报的特点。在数学的处理上, 在建立模糊关系时将模糊子集视为模糊向量的论域, 将隶属函数的乘积视为模糊集出现的频次, 这对模糊数学方法既是一种简化, 也是一种推广。

2. 从对云南地区近期地震活动的预报检验可以看出, 地震频次与地震震级有较好的对应关系, 且有频次越高震级越大的现象。一般大震前地震活动增强, 但是5级左右地震前既有地震频次低的现象也有高的现象(表4), 反映了这类地震发生的随机性。

3. 模糊统计和任何别的统计一样, 都是通过概括过去, 预测未来, 因此要求资料足够长, 复盖面足够广。另外, 特征的因素也要选得合理。在对云南地区地震活动的预报检验中, 1970年7.7级地震和1987年4.5级地震都没有报出, 这可能与特大地震的前兆特征的特殊性和80年代处于地震活动水平下降的总趋势有关(图1)。

此外, 本文的目的主要在于探讨一种新的用模糊数学预报地震的方法。其中特征因素的选取、预报指标的模糊划分等等都有进一步研究的必要。本文所介绍的方法也适用于一般的统计分析。

(本文1988年5月14日收到)

参 考 文 献

- [1] 冯德益等, 模糊数学方法与应用, 地震出版社, 1985.
- [2] 汪培庄, 模糊集合论及其应用, 上海科学技术出版社, 1983.
- [3] 章鸿, 一种模糊模式识别新方法及其在脑电图信号识别中的应用, 数学的认识与实践, No. 3, 1987.
- [4] 国家地震局分析预报中心, 中国4级以上地震目录(1980—1987年), 教育科学出版社, 1988.
- [5] 水本雅晴, 模糊数学及其应用, 刘凤璞等译, 科学出版社, 1986.

A FUZZY METHOD OF EARTHQUAKE PREDICTION

Du Xingxin

(*Seismological Bureau of Shaanxi Province, Xi'an, China*)

Abstract

In this paper, a proper fuzzy method has proposed for earthquake prediction. The method includes: (1) Carry on fuzzy statistics of varied phases in two fields of characteristic factor and prediction target; (2) Make multiplication for membership obtained and set up fuzzy relation matrix using condition probability formula; (3) Predict using fuzzy transition and maximum subordinate preference criterion. The test of earthquake prediction in Yunnan region indicates that the method is feasible.