

水平形变资料系统误差分析方法*

江在森

(国家地震局第二测量大队)

一、引言

高精度物理测距仪的发展,为我们获取地壳水平运动微量信息提供了可能,但观测资料中存在着干扰因素的严重影响,其量级有时甚至比偶然观测误差大几倍。因而许多学者研究了针对干扰源通过改进观测方案、仪器等来削弱干扰因素影响的方法。这方面的研究目前在国内尚未完全达到实用的程度。为了适应分析预报工作的需要以及对以往资料的使用,本文探讨了根据整体资料所反映的误差特性,应用统计检验等方法分析判别水平形变测边资料中系统误差的显著性,在水平形变分析中定量顾及系统误差影响的具体方法。

根据干扰源分析可知,测距资料中主要的系统误差分为由仪器及大气条件等产生的尺度比系统误差和测距仪加常数不准引起的常数系统误差两类。下面分别进行讨论。

二、尺度比系统误差的分析判别

当复测资料之间存在尺度比差(即尺度比系统误差)时,将导致全网性较均匀的压缩或伸张的伪形变,改变了形变全貌。可以用一元线性回归与相关分析来判别尺度比差的显著性,其方法如下:

1. 用一元线性回归求解尺度比差

设尺度比差为 K , 常数差为 y , 则回归方程为:

$$\Delta \hat{D} = \hat{y} + \hat{K} D^0 \quad (1)$$

式中 $\Delta D_i = D_{i1} - D_{i2}$ 为两期边长观测值的变化量, D^0 为边长近似值。以 ΔD_i 为 $\Delta \hat{D}$ 的观测值, 由 $[\varepsilon\varepsilon] = \min(\varepsilon_i = \Delta D_i - \hat{y} - \hat{K} D_i^0)$ 可求得估值 $\hat{K}$ 和 $\hat{y}$ 及其中误差 S_K 和 S_y , 并求出 ΔD 与 D 的相关系数 ρ 。

2. ΔD 与 D 相关系数是否为零的检验

原假设 $H_0: \rho = 0$, 备选假设 $H_1: \rho \neq 0$, 以自由度 $n-2$ (n 为观测边数)为引数, 在一定的显著水平 α 下, 从《相关系数检验法临界值表》查取相关系数临界值 ρ_α 。当 $|\rho| > \rho_\alpha$ 时, 拒绝 H_0 , 接受 H_1 , 认为 ΔD 与 D 相关性显著, 尺度比差不可忽略。相反, 则接受原假设 H_0 , 认为尺度比差可以忽略。

3. 尺度比差是否为零的检验

原假设 $H_0: K = 0$, 备选假设 $H_1: K \neq 0$, 统计量

$$t = \frac{\hat{K}}{S\sqrt{Q_{kk}}} = \frac{\hat{K}}{S_k}, \quad (2)$$

以自由度 $n-2$ 为引数, 从“t分布表”中查取临界值 $t_{\frac{\alpha}{2}}$, 若 $|t| > t_{\frac{\alpha}{2}}$, 则拒绝 H_0 . 接受 H_1 , 认为 K 的期望值不等于零, 尺度比差显著. 相反, 则接受 H_0 . 当边数大于 30 时, 还可作 F 检验[1].

三、常数系统误差的分析判别

测距资料中存在着常数系统误差时, 不仅可引起全网性的压缩或伸张的伪形变, 而且影响图形条件的闭合, 即影响平差精度. 若按统一约定来取图形闭合差的符号, 将出现同号趋势[4、5].

1. 根据图形闭合差分析常数系统误差显著性

(1) 常数差对图形闭合差的影响

可以由单三角形中边长变动与角度变动的关系, 导出常数差 y 引起图形闭合差改变 Δw 的关系式 (公式推导从略), 即

$$\Delta w = f y. \quad (3)$$

其中

$$f = \begin{cases} \sum_i f_i & (\text{中点多边形}), \\ f_1 + f_2 - f_3 & (\text{大地四边形}). \end{cases}$$

$$f_i = \left(\frac{1}{D_{2i}} - \frac{1}{D_{2i+1}} \right) \text{ctg} \beta_{2i} + \left(-\frac{1}{D_{2i}} - \frac{1}{D_{2i+1}} \right) \text{ctg} \beta_{2i+1}.$$

式中 f 值是由具体图形决定的一个常数.

(2) 用符号检验法判别常数差是否显著

若测边网观测资料中有 n 个相互独立的图形条件, 其闭合差 w_i 的符号与 (3) 式中的 f 同号 (或异号) 的明显占少数, 其个数记为 x ($x < n-x$), 以 n 和 x 为引数, 由《符号检验法显著水平表》中查取显著水平 α , 当 α 小于预先取定的显著水平时, 认为常数差存在, 不可忽略, 否则认为常数差可以忽略.

(3) 简单估算常数差的方法

经上述符号检验后若认为常数差 y 显著存在, 可用下面方法简单估算 y 的大小及其精度. 首先计算出测边网中各图形闭合差 w_i 及相应的 f_i , 由

$$y_i = \frac{w_i}{f_i} \quad (4)$$

求得一组 y_i 值, 取其算术平均值

$$\bar{y} = \frac{[y]}{n} \quad (5)$$

作为常数差的近似值. 若认为 y 的精度是由测边偶然误差决定的, 由测距先验中误差可计算

w_i 的中误差 σ_{w_i} ，由 (4) 式可知

$$\sigma_{y_i} = \frac{1}{f_i} \sigma_{w_i} \quad (6)$$

$\bar{y}$ 的中误差估值为

$$\overline{S_y} = \frac{[\sigma_y]}{n} / \sqrt{n} \quad (7)$$

2. 在平差计算中求解常数差

可以在平差模型中增设系统参数 y [3]，由平差计算中求解常数差 y ，并检验其显著性。方法如下：

(1) 原平差模型 I：

$$E(1) = AX, D(1) = \bar{M}^2 I Q \quad (8)$$

增加了系统参数 y 后的平差模型 II：

$$E(1) = AX + By, D(1) = \bar{M}^2 I Q \quad (9)$$

分别用 I、II 两种平差模型进行计算，可求得两组平差结果。

(2) 若常数差 y 存在，则用模型 I 求得的 $V^T I P V_I$ 要比由模型 II 求得的 $V^T I P V_{II}$ 大，顾及到 II 的多余观测减少 1，当 $\hat{M}_I^2 > \hat{M}_{II}^2$ 时，宜采用模型 II 的平差结果。

(3) 检验常数差系统参数 y 的期望是否为零，作 t 检验。统计量 $t = \frac{\hat{y}}{M \sqrt{Q_y}}$ ，检验

方法与尺度比差相同。

以上所述的根据图形闭合差分析常数系统误差显著性的方法可以统一处理同一台仪器同一时期多个监测网资料，即不限于某一个测网。而在平差计算中求解常数差的方法是严密的，只限于处理有多个图形条件的同一测网的资料。

四、系统误差分析处理需注意的问题

本文前面提到了用相关系数检验、符号检验、 t 检验等假设检验，以此帮助决定是否需要对系统误差采取改正措施。但检验中显著水平的选取是人为的，而原假设的拒绝或接受，又是依一定的显著水平来决定的，因此合理选取显著水平是重要的。

显著水平的选取并无通用原则，只能根据具体的实际问题来考虑。虽然上述分析判别系统误差的方法并未针对具体的干扰源，但在处理实际资料时应尽可能地分析实际可能的干扰因素。可能造成系统误差的因素较多时，可以取较大的显著水平 α ，如取 α 为 0.05，反之取较小的，如取 α 为 0.01。例如，分析某一测边网复测资料尺度比差时，若网的面积小，不跨越活动构造，两期资料所用仪器相同，观测方案相同等，则 α 值应取小点，如取 0.01。这是因为同一构造单元在小范围内呈较均匀的压缩或膨胀的应变状况是很可能的。如果以上情况相反，则 α 值可取大些，如取 0.05。

用统计检验等方法分析处理水平形变资料的系统误差尚无实践经验。系统误差检验方法只是一个工具，本文中统计量的求取方法以及引用的检验方法是否完全合适还无定论，因此为谨慎从事，同一问题用多种方法检验时，一般取得一致拒绝原假设时，才可考虑采取改正措施。

仅依据整体资料用统计检验等方法分析处理系统误差,只是削弱系统误差影响的权宜之计。若纯从测量的角度考虑,地壳变动因素也是一种系统因素(当然,其特性不同于本文所考虑的系统误差)。为避免处理系统误差时歪曲了地壳运动信息,还可以根据实际问题,如考虑应变场与地质构造的联系、形变过程与机制等因素,比较加系统误差改正与不加系统误差改正的实际效果,从而作出合理的选择。

五、算 例

1. 尺度比系统误差的分析判别

表1列出了某一大地四边形测网1982年、1983年两期实测资料。

表1 边长观测值表

序号	D^I (m)	D^I (m)	ΔD (mm)
1	1357.52936	1357.53919	9.83
2	1771.11412	1771.12738	13.26
3	601.12512	601.13035	5.23
4	1120.18329	1120.19184	8.55
5	1640.73747	1640.74906	11.59
6	1645.01541	1645.02822	12.81

(1) 对 ΔD 与 D 作一元线性回归,求得

$$\hat{K} = \frac{[(D - \bar{D})(\Delta D - \bar{\Delta D})]}{[(D - \bar{D})^2]} = 6.82 \times 10^{-7},$$

$$\hat{y} = \bar{\Delta D} - \hat{K}\bar{D} = 0.97 \text{ mm}.$$

$$\bar{S} = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-2}} = \pm 0.48 \text{ mm},$$

$$S_K = \bar{S} \sqrt{Q_{KK}} = \pm 4.95 \times 10^{-7} \left(Q_{KK} = \frac{n}{n[DD] - [D][D]} \right).$$

(2) 相关系数是否为零的检验

$$\rho = \frac{[(D - \bar{D})(\Delta D - \bar{\Delta D})]}{\sqrt{[(D - \bar{D})^2][(\Delta D - \bar{\Delta D})^2]}} = +0.990,$$

以 $n-2$ 为4的自由度查表得 $\rho_{0.01} = 0.917$ 。

(3) 尺度比差是否为零的检验

$$t = \frac{\hat{K}}{S_K} = 13.777,$$

查表得 $t_{\frac{\alpha}{2}} (\alpha = 0.01)$ 为4.60。

此例中取 α 为0.01的显著水平下,相关系数 ρ 及尺度比差 K 为零的原假设均被拒绝,可认为尺度比系统误差显著存在。

2. 常数系统误差的分析判别

图1所示的测边网共26条边构成独立的9个图形条件。1984年用RM—II激光测距仪对

该网进行了 4 光段观测，现将改化到同平面的边长观测值列于表 2。

(1) 由图形闭合差分析常数差是否存在

各图形闭合差 W 及其中误差 σ_w 和相应的比例系数 f 和由此算得的各常数差 y 及其中误差 σ_y 列于表 3 中。

1) 用符号检验法判别常数差的显著性
 $n = 9$, W 与 f 异号的为 1, 即 $x = 1$,
 查表得 α 为 0.02。若预先确定显著水平为 0.05, 则认为常数差显著存在。

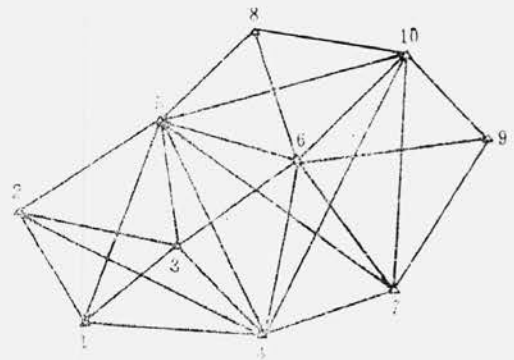


图 1

表 2 边 长 观 测 值 表

序 号	起至点号	边 长	序 号	起至点号	边 长	序 号	起至点号	边 长
1	1—2	3160.6368	10	3—6	3380.0906	19	6—7	3752.7786
2	1—5	4986.1329	11	4—5	5686.3294	20	6—8	3435.2402
3	1—3	2841.0150	12	4—6	3977.9141	21	6—10	3608.4343
4	1—4	4308.0842	13	4—10	7351.4705	22	6—9	4817.4399
5	2—5	4061.9360	14	4—7	3308.4096	23	7—10	5680.2877
6	2—3	4131.4638	15	5—8	3035.9294	24	7—9	4388.3745
7	2—4	6771.0851	16	5—10	5976.2064	25	8—10	3561.3665
8	3—4	2934.7638	17	5—6	3617.2206	26	9—10	3154.5699
9	3—5	3003.8922	18	5—7	7074.0917			

表 3 图形闭合差与常数差计算表

序 号	$W (")$	$\sigma_w (")$	$f ("/mm)$	$y (mm)$	$\sigma_y (mm)$
1	1.62	± 1.10	0.1056	15.35	± 10.41
2	-0.31	± 1.61	0.1521	-2.05	± 10.60
3	1.32	± 1.80	0.1894	6.98	± 9.51
4	2.54	± 1.85	0.1692	14.99	± 10.93
5	0.04	± 1.66	0.1516	0.28	± 10.94
6	1.04	± 0.90	0.0785	13.29	± 11.48
7	1.94	± 1.14	0.1094	17.72	± 10.45
8	-2.74	± 2.26	-0.2978	9.19	± 7.60
9	-3.52	± 2.53	-0.3686	9.54	± 6.86

2) 估算常数差大小

$$\bar{y} = \frac{[y]}{n} = 9.48 \text{ mm}$$

$$S_y = \frac{[\sigma_y]}{n} / \sqrt{n} = \pm 3.28$$

2. 在平差计算中求解常数差

用一般自由网平差模型 I 和附加常数差 y 系统参数的自由网平差模型 II 分别进行平差计算, 有关平差结果列于表 4 中。

表 4

	$[pvv]$	$M(mm)$	平均边长相对中 误差 ms/S	$y(mm)$	$Sy(mm)$
I	109.841	± 3.49	1.26×10^{-6}	—	—
II	46.729	± 2.42	0.87×10^{-6}	10.05	± 3.60

(1) 由表中可见, $M^2_I > M^2_{II}$, 说明采用模型 II 的平差结果较合适。

(2) 检验常数差 y 的期望是否为零, 统计量

$$t = \frac{\hat{y}}{M_{II} \sqrt{Q_{yy}}} = 3.28,$$

以显著水平 α 为 0.05、自由度为 8, 查表得 $t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.31$ 。可认为该测边网资料中常数差显著。

六、结 束 语

应用统计检验方法, 根据整体资料所反映的误差特性, 可以定量顾及水平形变资料中系统误差的影响。通过系统误差显著性检验等, 至少对可引起形变全貌改变的系统误差, 能做到心中有数。以上两个实例说明, 对系统误差影响严重的资料, 作系统误差处理后可能更能客观地反映地壳运动过程。本文所介绍的方法是简便易行的。笔者还设计了相配套的计算程序, 便于推广应用。

在本文写作过程中, 顾国华、张祖胜、朱运海高级工程师曾提出过指导意见, 赵启高、刘文义同志提供了资料, 侯海涛同志参加了有关工作, 在此表示衷心的感谢。

参 考 文 献

- [1] 李庆海、陶本藻, 概率统计原理在测量平差中的应用, 测绘出版社, 1982.
- [2] 武汉测绘学院大地系地震教研组, 大地形变测量学(下册), 地震出版社, 1980.
- [3] 陶本藻, 附加系统参数的平差模型, 测绘学报, Vol. 15, No. 4, 1986.
- [4] 陶镒万, 测距网图形条件闭合差限差规定初探, 地震学刊, No. 2, 1985.
- [5] 刘文义, 西北地区测距网系统误差分析, 内陆地震, Vol. 1, No. 4, 1987.

SYSTEMATIC ERROR ANALYSIS METHOD OF HORIZONTAL DEFORMATION SURVEYING DATA

Jiang Zaisen

(Second Seismo-geodetic Brigade, SSB, Xi'an, China)