

## 华北地区压屈形变场的数值模拟

麻水岐 王 莉  
(陕西省地震局)

其中

### 一、前 言

地震由地壳的构造变形所引起。因此，探讨发震区域的构造形变特征和形变过程，是中长期地震预报的重要问题之一。

华北地区的强震在空间分布上具有明显的特征（如条带性<sup>[2]</sup>）。在地貌上华北地区也显示了沉降和隆起相间分布的特征。这种强震的时空分布与地貌特征在机理上有什么联系呢？有关地壳屈曲的讨论<sup>[3]</sup>指出，较大区域地块在激烈运动并发生了较大地震过程中，首先将发生失稳的结构破坏，即大范围出现不同层次的地壳屈曲。本文将用地壳屈曲方法寻找它们之间的联系。模拟计算表明，这样不仅可行而且得到一些有趣的结果。

### 二、基本思路和方法

本文采用有限元方法来模拟计算华北地区在水平挤压力作用下的变形场。以地震活动为线索，建立动力边界条件。印度洋板块以位移场作用于华北地块的西南部位，太平洋和菲律宾板块以动力加载于华北的东部和东南部。华北地块的厚度大体分为两部分，西部44公里，东部35公里<sup>[4]</sup>，鄂尔多斯地块弹性模量E取为 $8.9 \times 10^5$ 巴<sup>[5]</sup>，其它区域取为 $8.1 \times 10^5$ 巴。泊松比v取为0.3。全区域共划分为321个三角形单元，187个节点。力学模型如图1所示。

具体作法是，先按平面应力问题求解，在调整边界条件使所得最大主压应力场与现代震源机制解基本一致的前提下，再按压屈模型计算继续加载时该区域的屈曲变形场和由于地层屈曲引起的高不稳定区。平面应力问题按常规的有限元方法求解。在求解压屈问题中，采用逆幂迭代法。计算框图如下：

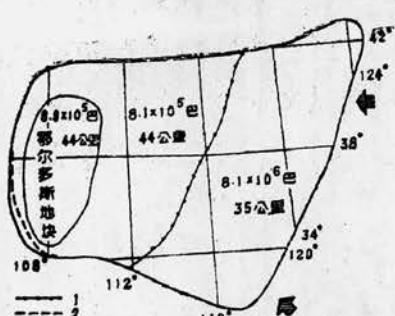
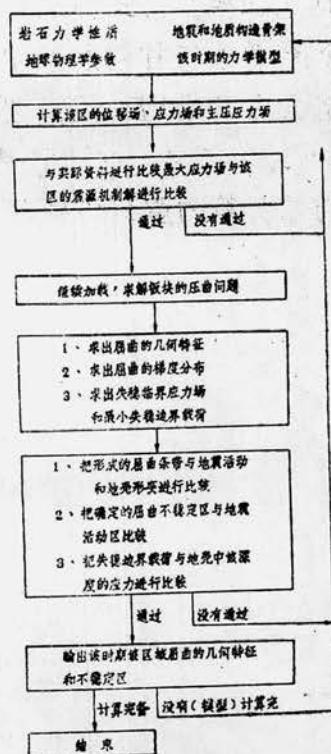


图1 华北地块压屈力学模型

1. 华北东西区分界线 2. 位移边界线



### 三、数学模型

#### 1. 平面应力问题

(1) 压曲失稳前位移满足线性方程组：

$$[K]\{\delta\} = \{p\} \quad (1)$$

其中  $[K] = \sum_{e=1}^{n_e} [K]^e$  为刚度矩阵， $\{p\}$  为载荷列阵， $\{\delta\}$  为节点位移列阵。

#### (2) 压屈失稳前的应力状态

在求得方程(1)的位移后，可由下式求出单元应力：

$$\{\sigma\}^e = [S]\{\delta\}^e \quad (2)$$

其中  $\{\delta\}^e$  为单元应力， $[S]$  为应力矩阵。

#### 2. 压曲问题

##### (1) 压曲方程

地块在水平挤压力作用下，压曲平衡方程为

$$D \nabla^4 W - (N_x \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + 2 N_{xy} \frac{\partial^2 W}{\partial X \partial Y} + N_y \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2}) = 0 \quad (3)$$

其中  $D = \frac{E t^3}{12(1-\nu)}$  为弯曲刚度， $t$  为弹性体厚度， $E$  为弹性模量， $\nu$  为泊松比， $W$  为垂直向位移， $N_x$ 、 $N_y$ 、 $N_{xy}$  为压曲失稳前的应力的水平分量。

边界条件：

$$\text{在夹支边 } (\omega)_{x=0} = 0, \left(\frac{\partial W}{\partial X}\right)_{x=0} = 0 \quad (4)$$

$$\text{在简支边 } (\omega)_{x=0} = 0, \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2}\right)_{x=0} = 0 \quad (5)$$

##### (2) 离散化方程

方程(3)离散化后变为

$$([K_w] + \lambda [K_\sigma]) \{\delta\} = 0 \quad (6)$$

$$[K_w] = \sum_{e=1}^{n_e} [K_w]^e \quad (7)$$

$$[K_\sigma] = \sum_{e=1}^{n_e} [K_\sigma](\{\alpha\})^e \quad (8)$$

其中  $[K_w]^e$  为弯曲单元刚阵， $[K_w]$  为弯曲总刚阵， $\{\delta\}$  为节点未知量， $\{\sigma\}$  为单元应力列阵， $[K_\sigma]$  为压曲总刚阵。压屈单元刚阵是失稳前平面单元应力的函数，可通过求解平面应力问题求得单元的应力分量，然后再形成压曲单元刚阵。在形成方程(6)式后，可用逆幂迭代法求得该方程的最小特征值以及对应的特征向量，即得到华北地壳岩层失稳的最小边界载荷和屈曲形变场。同时依据形变梯度大的地区更不稳定的结果<sup>[6]</sup>，由下式：

$$\nabla W = \frac{\partial W}{\partial X} \vec{i} + \frac{\partial W}{\partial Y} \vec{i} \quad (9)$$

$$|\nabla W| = \sqrt{\left(\frac{\partial W}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial Y}\right)^2} \quad (10)$$

求得变形梯度分布，作等值线得到极不稳定区。

#### 四、计算结果

如图2所示，华北地区自19世纪至今的强震活动主要集中在东部。图3给出华北地区新生代主要断块分布状况，由图可以看出，它大致由沉降和隆起相间的六个条带所组成。



图2 华北地区地震活动格局的变化 ( $M \geq 7.0$ )



图3 华北地区新生代主要断块分布  
1. 断陷 2. 隆起

计算得出的主压应力方向与震源机制解(图4)基本一致，这给压屈计算提供了动力加载的依据。

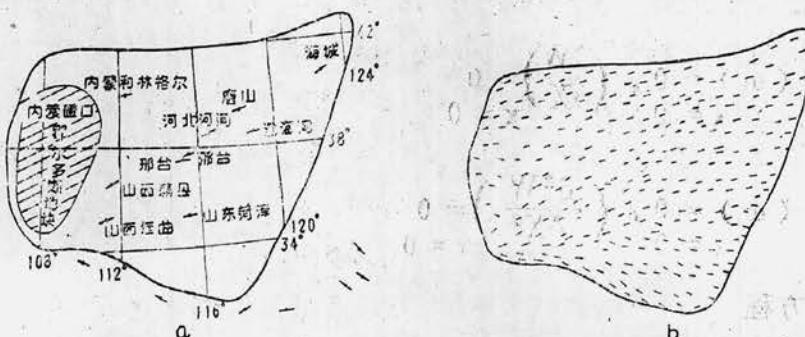


图4  
a. 华北地区震源机制解 b. 华北地区主压应力场

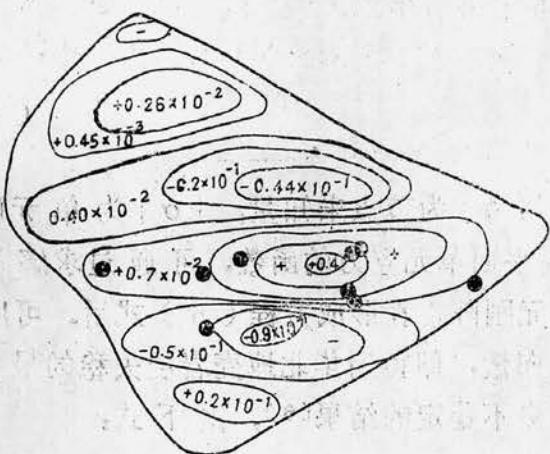


图5 华北地区压屈失稳条带

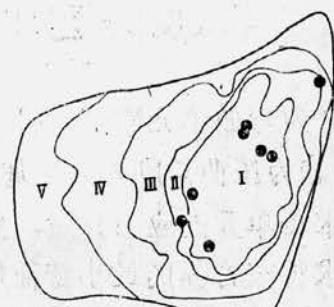


图6 华北地区压屈失稳后不稳定区分布图

压曲计算结果表明，当边界最小失稳载荷的最大值达到1200巴—1800巴时，华北地壳屈曲失稳，大体上形成6个沉降和隆起条带（图5）。条带的走向为北东向，与华北新生代主要断块分布方向基本一致（图3），隆起幅度最大的屈曲条带靠近华北东部，这是华北最新地震活动和构造运动显示的主要特征。变形梯度场 $|\nabla W|$ （图6）表明，压曲失稳后最不稳定区域也是在华北东部，与现代强震活动区大体一致。表明华北的强震活动和构造变形场是印度洋、太平洋、菲律宾板块共同作用的结果。

### 五、结束语

本文主要给出了华北地区压屈变形场的计算方法，通过压屈计算得到与华北新生代构造变形场特征相近的屈曲变形场。由于是初次尝试，模型选取较简单，断裂、岩层的非均质性等基本上未考虑，这些问题是在本方法进一步完善后才能解决的。此项研究工作得到了苏刚同志的热情指导，特表示感谢。

### 参 考 文 献（略）