

# 饱含粘滞可压缩流体的多孔弹性 介质中的地震波

王少江

(国家地震局地震研究所)

## 摘 要

本文以文献[4]提出的介质模型为基础,研究了饱含粘滞可压缩流体的多孔弹性介质中的地震波传播问题。文中指出,此种介质可以传播四种平面谐波,即两种S波和两种P波。这四种波都是非均匀波,其衰减和相速取决于介质特性、频率及其它定解条件(如波源、边界条件等)。本文还详细讨论了从弹性介质向双相介质入射P波、SV波的情形,并对SV波垂直入射的情形做了数值计算。所得的有关结论可用来解释一些地球物理现象,并可应用于地球物理勘探,在超声模拟实验及声学有关领域的研究中也有一定的理论意义。

## 一、引 言

饱含流体的多孔介质中弹性波传播的理论是Biot在1956年首先开始建立并进行系统研究的[1—3]。以后的一些研究基本上都是在此基础上进行的。但是在研究中,Biot没有考虑流体内部的粘滞作用。1981年,门福录根据流体的粘滞性给出了双相介质的动力学方程组[4]。

本文以文献[4]的工作为基础,得出了饱含粘滞可压缩流体的多孔弹性介质中的平面波的解,还研究了P波、SV波从弹性介质向双相介质入射时的反射—折射问题,并以SV波垂直入射为例作了一些数值计算。

## 二、介质模型与基本方程组

### 1. 介质模型

本文讨论的介质是指饱含粘滞流体的多孔固体骨架的两相介质,采用文献[4]给出的第二种模型,即认为连续固体骨架包含的孔隙之间是互相连通的,在一定条件下流体可以按达西定律流动。地壳上部岩石(包括土层)近似适合这种模型,对于具有经济价值的油层,此

模型尤为适用。

## 2. 基本方程组

对于以上模型, 相应的动力学方程组为:

$$\Delta\sigma + b(\dot{\vec{u}} - \dot{\vec{U}}) + \eta f \nabla^2 \dot{\vec{U}} + \frac{1}{3} f \eta \nabla \nabla \cdot \dot{\vec{U}} = \rho_2 \ddot{\vec{U}} \quad (1)$$

$$\mu \nabla^2 \vec{u} + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \vec{u}) + b(\dot{\vec{U}} - \dot{\vec{u}}) = \rho_1 \ddot{\vec{u}} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \dot{\vec{U}} + \frac{1-f}{f} \nabla \cdot \dot{\vec{u}} - \frac{1}{f E_w} \sigma = 0 \quad (3)$$

它们分别是流相方程、固相方程及协调方程。

式中  $b = f^2/k_1$ ,  $k_1 = K/\eta\rho_1 g$ ,  $\rho_2 = \rho_f \cdot f$ ,  $\sigma = -f \cdot p$ ,  $\rho_1 = (1-f) \cdot \rho_s$ ,  $k_1$  为流体的渗透系数,  $\eta$  为流体的动力粘滞系数,  $K$  为介质的可渗系数,  $\rho_f$  为流相密度,  $\rho_s$  为固相颗粒的密度,  $f$  为孔隙率,  $\sigma$  为流相平均张应力,  $P$  为流体平均压应力,  $\vec{U}$ 、 $\vec{u}$  分别代表流相、固相的位移矢量,  $\cdot$  表示对时间的偏导数,  $\mu$ 、 $\lambda$  为骨架的拉梅常数,  $E_w$  为流体的体变弹性模量, 假定固相颗粒是不可压缩的。

$$\text{令} \quad \vec{u} = \nabla\phi + \nabla \times \vec{H} \quad (4)$$

$$\vec{U} = \nabla\psi + \nabla \times \vec{G} \quad (5)$$

$$\text{式中} \quad \nabla \cdot \vec{H} = 0, \quad \nabla \cdot \vec{G} = 0 \quad (6)$$

将(4)、(5)、(6)式代入(1)、(2)、(3)式, 可得

$$\sigma + b(\dot{\phi} - \dot{\psi}) + \frac{4}{3} \eta f \nabla^2 \dot{\psi} - \rho_2 \ddot{\psi} = 0 \quad (7)$$

$$b(\dot{\vec{H}} - \dot{\vec{G}}) + \eta f \nabla^2 \dot{\vec{G}} - \rho_2 \ddot{\vec{G}} = 0 \quad (8)$$

$$\square_1^2 \phi = \frac{1}{\lambda + 2\mu} \left[ -\sigma + \rho_2 \ddot{\psi} - \frac{4}{3} \eta f \nabla^2 \dot{\psi} \right] \quad (9)$$

$$\square_2^2 \vec{H} = \frac{\rho_2}{\mu} \ddot{\vec{G}} - \frac{\eta f}{\mu} \nabla^2 \dot{\vec{G}} \quad (10)$$

$$\text{式中} \quad \square_k^2 = \nabla^2 - \frac{1}{C_k^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}, \quad K = 1, 2$$

$$C_1^2 = (\lambda + 2\mu) / \rho_1, \quad C_2^2 = \mu / \rho_1$$

$$\nabla^2 \psi + \frac{1-f}{f} \nabla^2 \psi - \frac{1}{f E_w} \sigma = 0 \quad (11)$$

(7)-(11)式便是用位移势函数表示的动力学方程组。

## 三、含粘滞流体的多孔介质中的地震波

### 1. 平面波形式的解

下面讨论方程(7)-(11)的平面波形式的解。

(1) S波

$$\left. \begin{aligned} \vec{H}(x, y, z, t) &= \vec{H}(x, y, z) \exp(i\omega t) \\ \vec{G}(x, y, z, t) &= \vec{G}(x, y, z) \exp(i\omega t) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

将(12)式代入(8)、(10)式可得

$$A_s \nabla^4 \vec{H} + B_s \nabla^2 \vec{H} + C_s \vec{H} = 0 \quad (13)$$

式中  $A_s = i\omega\eta f\mu$ ,  $C_s = \rho_1\rho_2\omega^4 - i\omega^3 b\rho$ ,  $\nabla^4 = \nabla^2 \nabla^2$ ,  $B_s = (f\eta\omega^2 b + \mu\rho_2\omega^2) + i\left(\frac{\mu\omega^3\eta f}{C_2^2} - \mu\omega b\right)$ 。  $\rho = \rho_1 + \rho_2$  为介质的平均密度。

于是, 可以得出(13)式的平面波解:

$$\vec{H}_j = \vec{H}_{j0} \exp(-\vec{A}_j \cdot \vec{r}) \exp(-i\vec{P}_j \cdot \vec{r}), \quad j = 1, 2 \quad (14)$$

还可以推得

$$\vec{G} = \mu_1 \vec{H}_1 + \mu_2 \vec{H}_2, \quad \vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 \quad (15)$$

$$\mu_j = \frac{1}{i\omega b} \left( i\omega b - \frac{\mu\omega^2}{C_2^2} + \mu\Lambda_j \right) \quad j = 1, 2$$

式中  $\Lambda_j$  由下式确定:

$$\Lambda_j = \frac{1}{2A_s} (B_s \pm \Delta_s), \quad \Delta_s^2 = B_s^2 - 4A_s C_s$$

这里  $\Delta_s$  取根式主值。

$\vec{H}_{j0}$  是复振幅, 由定解条件来确定。  $\vec{P}_j$  是传播矢量,  $\vec{A}_j$  是最大衰减矢量, 并有

$$\left. \begin{aligned} \vec{P}_j \cdot \vec{P}_j - \vec{A}_j \cdot \vec{A}_j &= \text{Re}(\Lambda_j) \\ \vec{P}_j \cdot \vec{A}_j &= |\vec{P}_j| \cdot |\vec{A}_j| \cos \gamma_j = -\frac{1}{2} \text{Im}(\Lambda_j) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

按能量守恒定律, 必有  $0 \leq \gamma_j \leq \frac{\pi}{2}$ 。相速  $\vec{V}_j$  则可写为  $\vec{V}_j = \omega \vec{P}_j / |\vec{P}_j|^2$ 。因此,  $\gamma_j$  也是  $\vec{V}_j$  与  $\vec{A}_j$  之间的夹角。从(16)式可知,  $\vec{P}_j$ 、 $\vec{A}_j$ 、 $\gamma_j$  除了与介质、频率有关以外, 还取决于边界条件和初始条件。这一特性是弹性波所没有的。

## (2) P波

同(1)的步骤, 令

$$\left. \begin{aligned} \phi(x, y, z, t) &= \bar{\phi}(x, y, z) \exp(i\omega t) \\ \psi(x, y, z, t) &= \bar{\psi}(x, y, z) \exp(i\omega t) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

可以得到

$$\bar{\phi} = \bar{\phi}_1 + \bar{\phi}_2, \quad \bar{\psi} = \mu_3 \bar{\phi}_3 + \mu_4 \bar{\phi}_4,$$

$$\mu_j = \frac{i\omega b - \rho_1 \omega^2}{i\omega b} + \frac{\lambda + 2\mu}{i\omega b} \Lambda_j \quad j = 3, 4$$

$\Lambda_j$  意义类似(1)中相应的量, 只是那里的  $A_s$ 、 $B_s$ 、 $C_s$ 、 $\Delta_s$  等要相应化为  $A_p$ 、 $B_p$ 、 $C_p$  和  $\Delta_p$ 。

$$\text{于是 } \bar{\phi}_j(x, y, z) = \phi_{j0} \exp(-\vec{A}_j \cdot \vec{r}) \exp(-i\vec{P}_j \cdot \vec{r}) \quad j=3, 4 \quad (18)$$

式中 $\phi_{j0}$  是复振幅,  $\vec{A}_j$ 、 $\vec{P}_j$ 的意义都同于S波中相应的量。如果讨论的是平面应变问题, 则 $\vec{H}$ 、 $\vec{G}$ 中只有分量 $H_y$ 、 $G_y$ 有贡献, 故(14)式可以与(18)式写成同样形式,  $j$ 取1、2则代表S波,  $j$ 取3、4就代表P波。介质中各相的位移、应力均由这四种波共同提供。介质总应力 $\tau_{1m} = \sigma_{1m} + B_{1m} l$ ,  $m = x, y, z$ , 这里 $\sigma_{1m}$ 是固相应力,  $B_{1m}$ 则是流相提供的应力。

### 四、平面波在弹性介质和两相介质分界面上的反射与折射

如图1所示, 弹性介质(I)占据上半空间( $z < 0$ ), 双相介质(II)占据下半空间( $z > 0$ )。介质I中所有各量均以下标I表示, 而入射P波(或SV)波及反射的P波、SV波的位移势函数、位移及应力诸分量只是在 $\phi$ 、 $u$ 、 $\sigma$ 的右下角分别标上a、b、c。 $\phi_a$ 、 $\phi_s$ 分别表示入射P波和入射SV波。下标1、2、3、4则分别表示介质II中各波的贡献。下面分别讨论 $\phi_a$ 、 $\phi_s$ 入射的情形

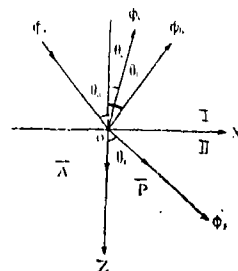


图1 P波(SV波)在界面I-II上的反射与折射

Fig.1 The reflection and refraction of the P(SV) wave on the boundary I-II

#### 1. P波入射(图1)

这时反射波有: 反射P波 $P_b$ 和反射SV波 $S_c$ ; 折射波则有 $P_1$ 、 $P_2$ 、 $S_1$ 、 $S_2$ 。介质I中的各个势函数可写为

$$\begin{cases} \phi_a = \phi_{a0} \exp \{ i[\omega t - (Pa_1x + Pa_3z)] \} \\ \phi_b = \phi_{b0} \exp \{ i[\omega t - (Pb_1x - Pb_3z)] \} \\ \phi_c = \phi_{c0} \exp \{ i[\omega t - (Pc_1x - Pc_3z)] \} \end{cases} \quad (19)$$

式中 $Pa_1$  表示 $\vec{Pa}$ 的x分量, 其它量类推。入射波振幅 $\phi_{a0}$ 及圆频率 $\omega$ 已知, 且有 $Pa_1^2 + Pa_3^2 = Pa^2$ ,  $Pb_1^2 + Pb_3^2 = Pb^2$ ,  $Pc_1^2 + Pc_3^2 = Pc^2$ 。

介质II中各波的形式由(18)式及其下面的一段叙述给出。根据史内尔定律有

$$Pa_1 = Pb_1 = Pc_1 = P_{j1} \stackrel{\text{令}}{=} P_0, \quad j=1, 2, 3, 4$$

在边界 $z = 0$ 处还应满足以下连续条件:

$$(1) \quad \sigma_{azz} + \sigma_{bzz} + \sigma_{czz} = \sum_{j=1}^4 (\sigma_{jzz} + B_{jzz})$$

$$(2) \quad \sigma_{azx} + \sigma_{bzx} + \sigma_{czx} = \sum_{j=1}^4 (\sigma_{jzx} + B_{jzx})$$

$$(3) \quad u_{a1} + u_{b1} + u_{c1} = \sum_{j=1}^4 u_{j1}$$

$$(4) \quad u_{a_3} + u_{b_3} + u_{c_3} = \sum_{j=1}^4 u_{j_3}$$

$$(5) \quad u_{a_1} + u_{b_1} + u_{c_1} = \sum_{j=1}^4 U_{j_1}$$

$$(6) \quad u_{a_3} + u_{b_3} + u_{c_3} = \sum_{j=1}^4 U_{j_3} \quad (20)$$

式中  $\sigma_{jzx}$  是第  $j$  个波对介质 II 中固相应力的贡献的分量,  $B_{jzx}$  是该波在流相中产生的应力分量对介质 II 总应力的贡献,  $u_{j_1}$  则是该波对固相位移  $x$  分量的贡献, 其余类推。

经过繁杂的运算, 可以得到以  $\phi_{b_0}$ 、 $\phi_{c_0}$ 、 $\phi_{1_0}$ 、 $\phi_{2_0}$ 、 $\phi_{3_0}$ 、 $\phi_{4_0}$  为未知量的六阶复线性方程组:

$$(1) \quad -\lambda_1 Pa^2(\phi_{a_0} + \phi_{b_0}) - 2\mu_1 Pa_3^2(\phi_{a_0} + \phi_{b_0}) + 2\mu_1 Pc_1 Pc_3 \phi_{c_0}$$

$$= -\lambda \sum_{j=3}^4 P_{j_1}^2 \phi_{j_0} + (\lambda + 2\mu) \sum_{j=3}^4 (A_{j_3}^2 - P_{j_3}^2 + 2i A_{j_3} P_{j_3}) \phi_{j_0}$$

$$+ 2\mu \sum_{j=1}^2 (-P_{j_1} P_{j_3} + iP_{j_1} A_{j_3}) \phi_{j_0} + \sum_{j=3}^4 b_i \omega (\mu_j - 1) \phi_{j_0}$$

$$- \omega^2 \rho_2 \sum_{j=3}^4 \mu_j \phi_{j_0} + \sum_{j=3}^4 2\eta f \mu_j i \omega P_{j_1}^2 \phi_{j_0}$$

$$+ 2\eta f \omega i \sum_{j=1}^2 \mu_j (-P_{j_1} P_{j_3} + iP_{j_1} A_{j_3}) \phi_{j_0}$$

$$(2) \quad 2\mu_1 Pa_1 Pa_3 (\phi_{b_0} - \phi_{a_0}) + \mu_1 (Pc_3^2 - Pc_1^2) \phi_{c_0}$$

$$= i\omega \eta f \sum_{j=1}^2 \mu_j [-P_{j_1}^2 - A_{j_3}^2 + P_{j_3}^2 - 2i A_{j_3} P_{j_3}] \phi_{j_0}$$

$$- 2\omega \eta f \sum_{j=3}^4 \mu_j P_{j_1} (A_{j_3} + iP_{j_3}) \phi_{j_0} - \mu \sum_{j=1}^2 (P_{j_1}^2 - P_{j_3}^2 + A_{j_3}^2 + 2i A_{j_3} P_{j_3}) \phi_{j_0}$$

$$+ 2\mu \sum_{j=3}^4 (-P_{j_1} P_{j_3} + iP_{j_1} A_{j_3}) \phi_{j_0}$$

$$(3) \quad -iPa_1(\phi_{a_0} + \phi_{b_0}) - iPc_3 \phi_{c_0} = \sum_{j=1}^2 (A_{j_3} + iP_{j_3}) \phi_{j_0} + \sum_{j=3}^4 -iP_{j_1} \phi_{j_0}$$

$$(4) \quad -iPa_3 \phi_{a_0} + iPc_3 \phi_{b_0} - iPc_1 \phi_{c_0} = \sum_{j=1}^2 -iP_{j_1} \phi_{j_0} - \sum_{j=3}^4 (A_{j_3} + iP_{j_3}) \phi_{j_0}$$

$$(5) \quad -iPa_1(\phi_{a_0} + \phi_{b_0}) - iPc_3 \phi_{c_0} = \sum_{j=1}^2 \mu_j (A_{j_3} + iP_{j_3}) - i \sum_{j=3}^4 \mu_j P_{j_1} \phi_{j_0}$$

$$(6) \quad \sum_{j=1}^2 -iP_{j_1} (\mu_j - 1) \phi_{j_0} - \sum_{j=3}^4 (A_{j_3} + iP_{j_3}) (\mu_j - 1) \phi_{j_0} = 0 \quad (21)$$

$$\text{式中 } Pa = \frac{\omega}{V_{P1}} = \omega \sqrt{\frac{\rho_1}{\lambda_1 + 2\mu_1}}, \quad Pc = \frac{\omega}{V_{S1}} = \omega \sqrt{\frac{\rho_1}{\mu_1}}$$

由于  $\vec{A}_j$  只有  $Z$  分量不为 0, 故  $\vec{A}_j$ 、 $\vec{P}_j$  之间的夹角  $\gamma_j$  实际上就等于折射角  $\theta_j$ 。通过求解 (21) 式便可确定反射、折射的各个波场。

2. SV 波入射 (图 1)

设入射波为

$$\phi_a = \phi_{a0} \exp \{ i[\omega t - (P_{d1}X + P_{d3}Z)] \}$$

则同入射P波的分析, 方程组(21)中最后一个方程不变, 其它五个方程有关项作如下代换, 同样也可以求唯一解:

$$(1) -\lambda_1 Pa^2 \phi_{a0} - 2\mu_1 Pa_3 \phi_{a0} \rightarrow -2\mu_1 Pd_1 Pd_3 \phi_{d0}$$

$$(2) -2\mu_1 Pa_1 Pa_3 \phi_{a0} \rightarrow \mu_1 (Pd_3^2 - Pd_1^2) \phi_{d0}$$

$$(3) -iPa_1 \phi_{a0} \rightarrow iP_{d3} \phi_{d0}$$

$$(4) -iPa_3 \phi_{a0} \rightarrow -iPd_1 \phi_{d0}$$

$$(5) -iPa_1 \phi_{a0} \rightarrow iP_{d3} \phi_{d0}$$

值得注意的是, 无论是对P波入射或是对SV波入射, 只要 $\eta \neq 0$ , 则折射角不会等于 $90^\circ$ , 即不出现所谓全反射现象, 相应的首波也就无法形成了。但数值计算表明实际上折射角可以非常接近 $90^\circ$ 。

### 3. 能流分析

如图2所示, 取边界上一小柱体, 其上下底面积分别为 $ds_1$ 、 $ds_2$ , 则流入该体积内的能流速率为

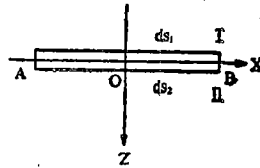


图2 能流在边界上的分配

Fig. 3 The distribution of energy flux on the boundary

$$\iint_S (\sigma_{1ZZ} \dot{u}_Z + \sigma_{1ZX} \dot{u}_X + B_{ZZ} \dot{U}_Z + B_{ZX} \dot{U}_X) ds_2 - \iint_S (\sigma_{1ZZ} \dot{u}_{1Z} + \sigma_{1ZX} \dot{u}_{1X}) ds_1$$

式中 $\sigma_{1ZZ}$ 为介质II中固相应力分量,  $B_{ZX}$ 为流相对总应力贡献的分量, 介质中的总应力能量 $\tau = \sigma_{II} + B$ 。其它各量意义可以类推。若入射波换为SV波, 则上式中所有下标为a的量都换成下标为d的量。

由于考虑的柱体高度与底面相比为一阶小量, 所以上面的积分式中没有考虑A、B两处的贡献。又取 $ds_1 = ds_2$ , 要求柱内能量不积累, 则必有

$$S_I = \sigma_{1ZZ} \dot{u}_{13} + \sigma_{1ZX} \dot{u}_{11} = \sigma_{II ZZ} \dot{u}_3 + \sigma_{II ZX} \dot{u}_1 + B_{ZZ} \dot{U}_3 + B_{ZX} \dot{U}_1 = S_{II} \quad (22)$$

其中 $\dot{u}_1$ 、 $\dot{u}_3$ 、 $\dot{U}_1$ 、 $\dot{U}_3$ 分别表示 $\dot{u}_{IX}$ 、 $\dot{u}_{IZ}$ 、 $\dot{U}_X$ 、 $\dot{U}_Z$ 。即下标1、3分别表示X、Z分量, 下同。(22)式中的 $-S_I$ 表示介质I向边界输入的能流密度,  $-S_{II}$ 则表示由边界向介质II输送的能流密度。在 $\Delta t$ 的时间间隔内, 介质I流入到边界单位面积上的能量为 $W_I$ , 而由边界流向介质II(同等面积上)的能量为 $W_{II}$ , 则

$$\begin{aligned} -W_I &= (\sigma_{1ZZ} \dot{u}_{13} + \sigma_{1ZX} \dot{u}_{11}) \Delta t \\ -W_{II} &= (\sigma_{II ZZ} \dot{u}_3 + \sigma_{II ZX} \dot{u}_1 + B_{ZZ} \dot{U}_3 + B_{ZX} \dot{U}_1) \Delta t \\ &= (\tau_{ZZ} \dot{u}_3 + \tau_{ZX} \dot{u}_1) \Delta t \end{aligned} \quad (23)$$

将上式在一个周期内取积分平均值 $F_I$ 、 $F_{II}$ , 则

$$\begin{aligned} F_I &= (F_{a,a} + F_{b,b} + F_{c,c}) + (F_{a,b} + F_{a,c} + F_{b,c}) \\ F_{II} &= (F_{1,1} + F_{2,2} + F_{3,3} + F_{4,4}) + (F_{1,2} + F_{1,3} + F_{1,4} + F_{2,3} + F_{2,4} + F_{3,4}) \end{aligned} \quad (24)$$

其中 
$$F_{a,a} = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} (\sigma_{az} \dot{u}_{az} + \sigma_{azx} \dot{u}_{ax}) dt$$

$$F_{1,2} = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} [(\tau_{1zz} \dot{u}_{23} + \tau_{1zx} \dot{u}_{21}) + (\tau_{2zz} \dot{u}_{13} + \tau_{2zx} \dot{u}_{11})] dt.$$

..... (25)

$u_{13}$ 表示第2 S波 ( $j=1$ ) 的固相位移的Z分量,  $\tau_{2zx}$ 表示第1 S波 ( $j=2$ ) 对介质II贡献的应力分量\*.....

上面的积分式中被积函数均应取实部。最后可以得到

$$F_{j,j} = \frac{\omega}{2} \{ [-u_{j10I} \cdot \tau_{jxx0R} + u_{j10R} \cdot \tau_{jxx0I}] + [-u_{j30I} \cdot \tau_{jxx0R} + u_{j30R} \cdot \tau_{jxx0I}] \}$$

j=1,2,3,4,a,b,c,

$$F_{i,j} = \frac{\omega}{2} \{ [(-u_{i10I} \cdot \tau_{jxx0R} + u_{i10R} \cdot \tau_{jxx0I}) + (-u_{i30I} \cdot \tau_{jxx0R} + u_{i30R} \cdot \tau_{jxx0I})] + [(-u_{j10I} \cdot \tau_{ixx0R} + u_{j10R} \cdot \tau_{ixx0I}) + (-u_{j30I} \cdot \tau_{ixx0R} + u_{j30R} \cdot \tau_{ixx0I})] \}$$

(26)

$$i, j = \begin{cases} 1, 2, 3, 4 & i \neq j, \text{ 介质 II} \\ a, b, c & i \neq j, \text{ 介质 I} \end{cases}$$

上面各式中, 下标0表示各量的振幅, I、R分别表示取虚部、实部, i、j表示不同的波, ZZ、ZX表示应力 $\tau$ 的各分量。可以证明,  $F_{a,b} = F_{b,c} = F_{a,c} = 0$ , 当 $\eta = 0$ 时还有  $F_{1,2} = F_{1,3} = F_{1,4} = F_{2,3} = F_{2,4} = F_{3,4} = 0$ , 这正是在完全弹性及无耗损双相介质中的情形。但在一般情况下,  $F_{i,j}$ 不为零, 即存在所谓干涉现象。

#### 4. SV波垂直入射情况的数值分析

定义反射、折射系数如下:

$$T_{ij} = \pm F_{i,j} / F_{d,d} \tag{27}$$

在介质II中取正号, 在介质I中取负号。据文献[5、6、7], 选用介质参数列于表1, 图3、图4则给出了计算结果。其中第二S波、第一S波、第二P波、第一P波分别对应前面讨论的 $\phi_1$ 、 $\phi_2$ 、 $\phi_3$ 、 $\phi_4$ , 从图3不难看出,  $V_{S1}$ 、 $V_{P1}$ 分别对应单相介质中的S波和P波波速, 它们与频率关系不太密切。而 $V_{S2}$ 、 $V_{P2}$ 则对应第二S波和第二P波。 $V_{S2}$ 显得很小,  $V_{P2}$ 则大约与 $\sqrt{\omega}$ 成正比。图4则表明, 四种波衰减规律也不同。 $A_{P1}$ 、 $A_{S1}$ 大约与 $\omega^2$ 成正比, 在很低的频率域中可以忽略不计。 $A_{P2}$ 随频率增加而增加, 但变化较 $A_{P1}$ 、 $A_{S1}$ 要慢。衰减最强的是第二S波, 虽然它与频率关系不甚密切, 但其值却很大, 这给直接观测它的存在带来很大困难。

表1

介 质 参 数

$\lambda = 0.1485 \times 10^{10}$ ,	$\mu = 0.1663 \times 10^{10}$ ,	$\lambda_1 = 1.488 \times 10^{10}$ ,
$\mu_1 = 0.3721 \times 10^{10}$ ,	$E_w = 0.4341 \times 10^{10}$ ,	(牛顿/米 <sup>2</sup> )
$\rho_s = 2140$ ,	$\rho_f = 820$ ,	$\rho_1 = 2400$ (吨/米 <sup>3</sup> )
$K = 6000$ 达西	$f = 0.30$	

\*可取1、2、3、4分别对应第二S波、第一S波、第二P波、第一P波。

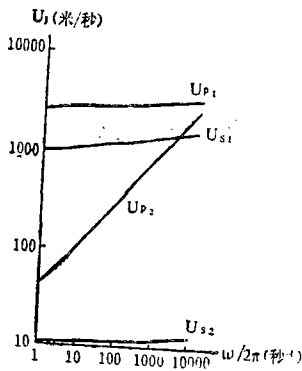
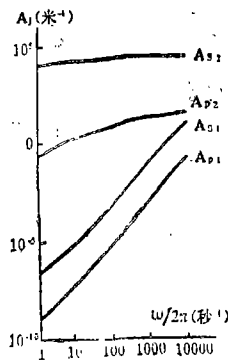
图3 V- $\omega$ 关系曲线Fig. 3 V- $\omega$  curves图4 A- $\omega$ 关系曲线Fig. 4 A- $\omega$  curves

表2

反射、折射系数

$\nu = 1\text{Hz}$			
$T_{11} = 0.181171209$	D-23,	$T_{12} = -0.185231257$	D-10
$T_{22} = 0.924934510$	D00,	$T_{cc} = 0.750654890$	D-01
$\nu = 10\text{Hz}$			
$T_{11} = 0.181155948$	D-19,	$T_{12} = -0.185223142$	D-08
$T_{22} = 0.924933699$	D00,	$T_{cc} = 0.750663024$	D-01
$\nu = 100\text{Hz}$			
$T_{11} = 0.181059348$	D-15,	$T_{12} = -0.185124692$	D-06
$T_{22} = 0.924928635$	D00,	$T_{cc} = 0.750715506$	D-01
$\nu = 1000\text{Hz}$			
$T_{11} = 0.171791874$	D-11,	$T_{12} = -0.175637349$	D-04
$T_{22} = 0.924433413$	D00,	$T_{cc} = 0.755841510$	D-01

表2给出了各种频率下的反、折射系数,这时只有 $T_{11}$ 、 $T_{12}$ 、 $T_{22}$ 、 $T_{cc}$ 不为0,其它各 $T_{ij}$ 均为0。对入射波能流以流向界面为正,其它波则以能流背向界面传播为正。

通过计算可以得出如下结论:

(1) 在通常的频率范围内,第二S波很不明显,一是它本身得到的能量分配很少,二是它有强烈的衰减,因此可以不予考虑。由于 $T_{11} \propto \omega^4$ 、 $T_{12} \propto \omega^2$ ,可以推测在更高的频率域中第二S波的影响会迅速增大,其作用是不可忽视的,尤其要注意两种S波的干涉效应 $T_{12}$ 远大于第二S波的单独影响 $T_{11}$ ,这也指出了一种观测第二S波的可能。

(2) 由于考虑粘滞因素,通常所说的P波、S波就有了衰减,而且衰减与频率有关,特别是在高频域内尤为突出。在研究介质Q值时,也应注意这一点。

(3) 第二S波的衰减、相速均与频率关系不大,相速只有10米/秒的量级,因此在高频段研究此波就很有意义了,它可以帮助我们了解岩石小尺度结构上的特性。

## 五、结 语

本文讨论的两相介质属于文献[4]提出的串联模型,与Biot的方法相比无需再引入新的假定和常数,具有物理意义更加明确、处理问题更直接的优点。本文讨论的四种平面谐波

\*图中“U”应为“V”。



均为非均匀波, 其衰减、相速不但取决于介质性质、还与波源及边界条件有关。这四种波之间还有相互干涉、藕合作用。

本文讨论的是半空间问题, 如果要求解特定层状介质(如含油层)的地震波传播问题, 将会遇到数学上的困难, 一般只能求助于数值计算。

两相介质的波动理论的研究无论是对地震前兆观测还是对地球物理勘探的应用都有一定的指导意义。目前有关这方面的研究还很不够。特别是在声学某些领域及超声模拟实验中, 都有必要考虑流相粘滞因素的影响。

在石油勘探工作中, 找油难度日益增大, “直接找油”问题引起不少国家的重视。许云教授指出, 以数字化、数字处理为中心的地震构造勘探技术系统开始衰落, 以波动理论为基础, 以提取地层岩性信息为中心的地震岩性勘探技术系统正在兴起。有待着重建立的波动理论之一就是双相介质理论。本文正是基于这一点, 做了一些努力和探讨。

本文的研究是初步的, 对两相间的热、电、毛细等作用的影响均没考虑。这些都有待进一步的研究。

本文是在冯德益研究员的指导下完成的, 李清河同志曾多次提出过指导性的意见。此外, 还得到了门福录老师、刘慈群老师的帮助, 许云教授也给作者以许多鼓励和指导, 并审阅了全稿, 朱传镇老师审阅了全稿并提出宝贵的修改意见。在此作者一并表示衷心的感谢!

### 参 考 文 献

- [1] Biot, M.A., General solutions of the equation of elasticity and consolidation for a porous material, *J. Appl. Mech.*, Vol.23, 91—95, 1956.
- [2] Biot, M.A., The theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 28, 163—191, 1956.
- [3] Biot, M. A., Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media, *J. Appl. Phys.*, Vol. 33, 1482—1498, 1962.
- [4] 门福录, 波在饱和流体的孔隙介质中的传播问题, *地球物理学报*, Vol.24, No.1, 1981.
- [5] Ф.И. 卡佳霍夫, 油层物理基础, 石油工业出版社, 1958.
- [6] 石油院校教材编写组, 地下流体力学, 中国工业出版社, 1962.
- [7] W. J. Ostrander, Plane-wave reflection coefficients for gas sands at nonnormal angles of incidence, *Geophysics*, Vol.49, No.10, 1984.

THE SEISMIC WAVES IN VISCOUS COMPRESSIBLE FLUID  
SATURATED, POROUS ELASTIC MEDIA

Wang Shaojiang

(*Institute of Seismology, State Seismological Bureau, Wuchang, China*)

Abstract

In this paper, the author gives and analyses the forms and characteristics of the plane harmonic waves in the medium model founded by Men Fulu in which the effect of the viscosity of the fluid has been discussed. It is found out that there are four kinds of plane wave in the medium, first P wave, second P wave, first S wave and second S wave, which are all nonhomogeneous waves. And there are interference effects among them. Their attenuation and phase velocity are determined by the medium parameter, frequency, boundary conditions and source.

It is discussed in detail that P wave and SV wave are incident on the medium II, seimispaces of the porous medium, from the medium I, elastic seimi-space. When SV wave is incident on the medium II vertically, some numerical results have been obtained. The theories of propagation of wave in porous media have some significance for observing and explaining precursors of earthquake especially for oil exploration. The effect of viscosity of fluid that the second S wave is simulated must be considered in some acoustic fields and supersonic analogous experiment.