

在大地电磁张量阻抗估算中 广义逆矩阵法的研究与应用

孙 崇 赤

摘 要

本文论述大地电磁测深中非均匀介质中估算张量阻抗几种方法的实质,着重讨论用广义逆矩阵法估算张量阻抗,用信息矩阵压制相关噪声以及度量相关噪声水平高低的判断指数。最后,指出各种方法的不足及改进措施。

非均匀介质的张量阻抗的估算是大地电磁测深的核心问题之一。运用最小均方差原理估算张量阻抗有时得不到较好的结果,除了噪声含量等因素之外,计算方法本身也存在着不足和缺陷。运用非均匀介质的基本理论和数学中关于广义逆矩阵以及其它一些基本理论,寻求新的计算方法来改善张量阻抗的估算,以期得到较为真实的地下电性分布。

(一) 张量阻抗的基本理论

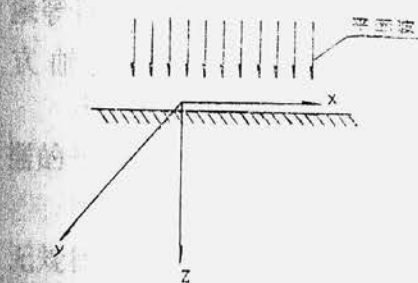


图1 平面波垂直入射地面

Fig 1 Plane wave
impinges the earth

在大地电磁测深中,作为场源的天然电磁场的扰动在地表上可以看成垂直入射地面的平面波。若一右旋直角坐标系 $x-y-z$ 的原点及其 x 轴和 y 轴置于地面 z 轴垂直向下(图1),地球介质为非均匀介质,电场分量与磁场分量有如下关系式:

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = [Z] \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} \quad 1.1$$

这里,复矩阵 $[Z] = \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix}$ 。 Z 是平面内的二阶张量

阻抗, Z_{xx} 和 Z_{yy} 称为辅阻抗, Z_{xy} 和 Z_{yx} 称为主阻抗。

若地下是均匀的、水平层状的一维介质,则电场矢量 $\vec{E}$ 与磁场矢量 $\vec{H}$ 是正交的。在频率域上,大地电磁场的水平分量 E_x 、 E_y 、 H_x 、 H_y 之间有

$$\begin{aligned} E_x &= ZH_y, \\ E_y &= -ZH_x, \end{aligned} \quad 1.2$$

其中, Z 是标量阻抗,标量阻抗是不稳定的,它是场极化方向的函数。因而,在一般情况下,由此不能正确地推断地下介质的电性分层。不同频率的张量阻抗仅与测量坐标轴的方向

向、地下电性分布有关，而与场的极化方向随时间的变化无关。因此，张量阻抗在时间上是稳定的，能够比较真实地反映地下电性结构。

本文着重讨论平面内的二阶张量阻抗，我们把它简称张量阻抗，并用 Z 来表示它。

假定直角坐标系中新坐标系 $x'-y'$ 相对于旧坐标系 $x-y$ 顺时针旋转了一个角度 θ 。（图2），那么在新坐标系中可写出(1)。

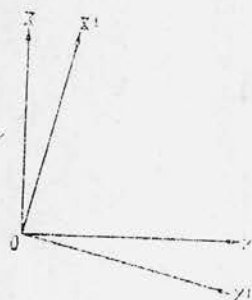


图2 旋转了 θ 的新坐标系

Fig. 2 new Coordinate System of rotating angle θ

$$\begin{bmatrix} E_{x'} \\ E_{y'} \end{bmatrix} = [r] \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} \quad 1.3$$

$$\begin{bmatrix} H_{x'} \\ H_{y'} \end{bmatrix} = [r] \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} \quad 1.4$$

其中

$$[r] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad 1.5$$

把1.3式、1.4式代入1.1式，推出

$$[Z'] = [r][Z][r]^T \quad 1.6$$

把1.5式代入1.6式，展开得

$$Z_{x'x'}(\theta) = Z_{xx}\cos^2\theta + Z_{yy}\sin^2\theta - (Z_{xy} + Z_{yx})\sin\theta\cos\theta$$

$$Z_{x'y'}(\theta) = Z_{xy}\cos^2\theta - Z_{yx}\sin^2\theta + (Z_{xx} - Z_{yy})\sin\theta\cos\theta$$

$$Z_{y'x'}(\theta) = Z_{yx}\cos^2\theta - Z_{xy}\sin^2\theta + (Z_{xx} - Z_{yy})\sin\theta\cos\theta$$

$$Z_{y'y'}(\theta) = Z_{yy}\cos^2\theta + Z_{xx}\sin^2\theta + (Z_{xy} + Z_{yx})\sin\theta\cos\theta$$

从上述关系式，可推出(2)

$$I_1 = Z_{x'x'}(\theta)Z_{y'y'}(\theta) - Z_{x'y'}(\theta)Z_{y'x'}(\theta) = Z_{xx}Z_{yy} - Z_{xy}Z_{yx} \quad 1.7$$

$$I_2 = Z_{x'x'}(\theta) + Z_{y'y'}(\theta) = Z_{xx} + Z_{yy} \quad 1.8$$

$$I_3 = Z_{x'y'}(\theta) - Z_{y'x'}(\theta) = Z_{xy} - Z_{yx} \quad 1.9$$

显然， I_1 、 I_2 、 I_3 是常数，不取决于测量轴的方向。1.7、1.8和1.9式反映了在三维地下介质情况下的普遍关系式。当地球介质为典型二维结构（如走向很长的向斜、背斜等地质构造），而且坐标轴 $X-Y$ 与二维介质的走向平行或垂直时（亦即为地下非均匀主轴方向），由于 H_x 不会产生 E_x 分量， H_y 也不会产生 E_y 分量，因而有

$$Z_{xx} = Z_{yy} = 0$$

当坐标轴与二维介质走向有夹角时，有

$$Z_{xx} + Z_{yy} = 0$$

在地球介质为一维时，更有

$$Z_{xx} = Z_{yy} = 0$$

$$Z_{xy} = -Z_{yx}$$

在求取张量阻抗时，利用测深资料能够得到几个判断地下介质非均匀性的参数指标。

偏离指数 S_K 由下式定义：

$$S_K = \frac{|Z_{x'x'} + Z_{y'y'}|}{|Z_{x'y'} - Z_{y'x'}|} = \frac{|Z_{xx} + Z_{yy}|}{|Z_{xy} - Z_{yx}|} = \frac{|I_2|}{|I_3|}$$

也可用 I_2 和 I_1 的比值 L 定义一个判断指数：

$$L = \frac{I_2}{I_1} = \frac{Z_{xx} + Z_{yy}}{Z_{xx}Z_{yy} - Z_{xy}Z_{yx}} \quad \begin{cases} = 0 & \text{一维} \\ = 0 & \text{二维} \\ \neq 0 & \text{三维} \end{cases}$$

在大地电磁测深中，常常把张量阻抗的频率特性变换为习惯的视电阻率的形式：

$$\rho_{ij} = 0.2T |Z_{ij}| \quad (i, j \text{ 是 } x \text{ 或 } y)$$

(二) 用最小二乘法估算张量阻抗

从1.1式可知，欲求某频率的张量阻抗必须有两组是线性无关的，即不属于同一极化场源的大地电磁扰动，1.1式联立方程唯一解的充要条件是

$$D = \begin{vmatrix} H_{x1} & H_{y1} \\ H_{x2} & H_{y2} \end{vmatrix} \neq 0 \quad 2.1$$

在测量中，E和H的测量包含了各种噪声，所以只采用两组数据，求出的Z精度不高。而数据处理的核心理念是如何在方法上尽可能地降低噪声的影响，求出真实可靠的张量阻抗。采用多组彼此独立的测量数据，利用最小二乘法求取张量阻抗，就可以降低不相关噪声对计算值Z的影响。

设有n组经过付氏变换的场分量 E_x 、 E_y 、 H_x 、 H_y 数据，基于1.1式，利用最小二乘法，可得计算张量阻抗元的公式，即〔3〕

$$Z_{xx} = \frac{(E_x A^*)(H_y B^*) - (E_x B^*)(H_y A^*)}{(H_x A^*)(H_y B^*) - (H_x B^*)(H_y A^*)}$$

$$Z_{xy} = \frac{(E_x A^*)(H_x B^*) - (E_x B^*)(H_x A^*)}{(H_y A^*)(H_x B^*) - (H_y B^*)(H_x A^*)}$$

$$Z_{yx} = \frac{(E_y A^*)(H_y B^*) - (E_y B^*)(H_y A^*)}{(H_x A^*)(H_y B^*) - (H_x B^*)(H_y A^*)}$$

$$Z_{yy} = \frac{(E_y A^*)(H_x B^*) - (E_y B^*)(H_x A^*)}{(H_y A^*)(H_x B^*) - (H_y B^*)(H_x A^*)}$$

式中， A^* 和 B^* 为四个场分量中的任意两个场分量的共轭复数，括号()表示n组数据的平均，在实际工作中采用的是频带平均。

用上述方法，可以得到六种张量阻抗的最佳估算值。但是，当介质是均匀的，入射场为无规律的极化特性时，有两种值是不稳定的。故在任意情况下，只有4种解是稳定的。无噪声时，四种算法的结果相同；有噪声时，不同噪声对各种算法的影响不同。当噪声是不相关的，对于 $A^* = E_x^*$ ， $B^* = E_y^*$ 及 $A^* = E_x^*$ ， $B^* = H_x^*$ 而言，可导出

$$Z_{xy} = Z_{xy} \left(1 + \frac{E \text{ 的噪声功率密度}}{E \text{ 的信号功率密度}} \right) \quad 2.2$$

上式说明电场噪声使算得 Z_{xy} 值比真值(Z_{xy} 信号)偏高。对于 $A^* = E_y^*$ ， $B^* = H_y^*$ 及 $A^* = H_x^*$ ， $B^* = H_y^*$ 而言，可导出

$$Z_{xy} = Z_{xy} / \left(1 + \frac{H \text{ 的噪声功率密度}}{H \text{ 的信号功率密度}} \right) \quad 2.3$$

这说明磁场噪声使 Z_{xy} 值比真值偏低。

用最小二乘法估算张量阻抗的关键就在于寻找二种估算值，这二种估算值电噪声影响较大，磁噪声影响较小，使计算值高于真值；再寻找二种估算值，这二种估算值受磁噪声的影响较大，电噪声的影响较小，使计算值低于真值。如果E和H有相似的信噪比和概率时，四种估算值的平均就大大降低了不相关噪声的影响。如果噪声是相关的，那么就得出2.2和2.3式，所以，最小二乘法并没有消除相关噪声的影响。

除了最小二乘法外，消除不相关噪声的计算方法还有互功率法，磁参考道互功率法等。消除相关噪声一般采用远参考道方法，然而，这种方法需要远离测点，对磁场分量进行观测，把它作为参考道。这实际上是两台工作，给实际测试带来了很大的不便。

估算张量阻抗有必要定义一些衡量资料计算结果优劣的参数指标，这样便于决定资料的取舍，进一步加强计算结果的可靠性。

(1) 场分量之间的相关度：

如在某一周期邻域内进行了N次测量，其中，任意两个场分量A、B之间的相关度定义为

$$\text{COH}(AB) = \frac{\left| \sum_{i=1}^N A_i B_i^* \right|}{\left(\sum_{i=1}^N |A_i|^2 \sum_{i=1}^N |B_i|^2 \right)^{1/2}}$$

(2) 稳定性系数：

由四种张量阻抗的最佳估算值定义的稳定性系数 S_{ij} 为

$$S_{ij} = \frac{|Z_{ij}(\text{较小估算值之一})| |Z_{ij}(\text{较小估算值之二})|}{|Z_{ij}(\text{较大估算值之一})| |Z_{ij}(\text{较大估算值之二})|}$$

很显然，稳定性系数是衡量场分量不相关噪声高低的指标。

(3) 全息相干度：

它的定义是

$$\text{CP} = 1 - \frac{P}{|R|}$$

这里 $R = \frac{1}{L} \sum_{e=1}^L (Z_{ij})_e$ (i, j 是x或y)，表示某一阻抗元L种（这里是4种）的估算值的

平均。 $P = \frac{1}{L} \sum_{e=1}^L |(Z_{ij})_e - R|$ 表示某一阻抗元的L种估算值与它们的平均值之差的模的平

均值。全息相干度的物理含义与稳定性系数是相近的。

(4) 电场分量的预期度：

电场分量的预期度是由电场分量的观测值 E° 和计算值 E^c 的相关度来定义的。

$$P = \frac{\left| \sum_{i=1}^N E_i^\circ E_i^c \right|}{\left(\sum_{i=1}^N |E_i^\circ|^2 \sum_{i=1}^N |E_i^c|^2 \right)^{1/2}}$$

它是一个上限为 1，下限为 0 的正数。它所含的意义我们作一简短的讨论，从 1.1 式有

$$[Z] = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix}^+ \quad 2.4$$

其中， $\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix}^+$ 表示复矩阵 $\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix}$ 的广义逆矩阵。

由于电场分量，磁场分量含有噪声，所以所求得 $[Z]$ 有虚假成分。 $[Z]$ 可以看成真值和由噪声引起的假值之和，也就是

$$[Z] = [Z_R] + [Z_F]$$

这里 $[Z_R]$ 表示真值， $[Z_F]$ 表示假值。假如计算中完全消除了噪声，就能求得真值 $[Z_R]$ 。可见，在最小二乘法中，预期度是不相关噪声含量高低的量度。

由于稳定性系数，全息相干度，预期度在最小二乘法中，都反映了不相关噪声含量的高低，它们之间就有密切的联系，表 1 反映了这种联系，当预期度向 1 靠近时，稳定性系数，全息相干度也向 1 靠近。

表 1 稳定性系数、全息相干度，预期度三种参数的一致性

Table 1 Likeness of three indexes of stability coefficient phasor coherency and predictability

A 甘肃肃北 (1980 年) 测点资料

T	S_{xy}	CP_{yx}	CP_{xy}	CP_{yz}	B_0	B_{10}
13.81	0.63	0.80	0.88	0.94	0.91	0.97
16.31	0.66	0.79	0.90	0.94	0.93	0.96
14.71	0.71	0.89	0.97	0.96	0.98	0.98
104.44	0.62	0.32	0.88	0.72	0.91	0.81
199.29	0.33	0.77	0.89	0.71	0.91	0.78
256.84	0.62	0.21	0.88	0.62	0.93	0.85
312.61	0.84	0.69	0.95	0.90	0.98	0.98
498.57	0.55	0.35	0.84	0.74	0.89	0.88
620.00	0.84	0.93	0.95	0.97	0.99	1.00

B 甘肃花海子测点资料

T	S_{xy}	S_{yz}	CP_{xy}	CP_{yz}	B_0	B_{10}
13	0.62	0.89	0.92	0.88	0.94	0.88
15.84	0.63	0.17	0.89	0.58	0.88	0.54
23.74	0.77	0.81	0.93	0.95	0.96	0.96
37.42	0.89	0.85	0.97	0.96	0.97	0.96
47.80	0.79	0.33	0.93	0.73	0.94	0.79
131.91	0.64	0.35	0.86	0.89	0.91	0.92
129.70	0.53	0.37	0.84	0.75	0.88	0.82
302.84	0.86	0.86	0.96	0.96	0.97	0.97
381.14	0.62	0.82	0.87	0.95	0.89	0.96

注：表中 S_{xy} , S_{yz} 表示稳定性系数， CP_{xy} , CP_{yz} 表示全息相干度， B_0 , B_{10} 分别表示 E_x , E_y 的预期度

根据相关度的定义，我们可以定义一个判断相关噪声的指数 D_N 的经验公式，这个公式用于同一地点的不同次测量的资料是有效的。

$$C_N = \frac{D_1 + D_2 + D_3 + D_4 + D_5 + D_6}{D_3 + D_4 + 4} \quad 2.5$$

式中， D_1 , D_2 , D_3 , D_4 , D_5 , D_6 分别表示 $E_x E_y$, $E_x H_x$, $E_x H_y$, $E_y H_x$, $E_y H_y$, $H_x H_y$ 之间的相关度。这是一个壹到零之间的正数。这个经验公式是不独立的，它要与全息相干度、稳定性系数，预期度等指标综合分析，进行判断。 D_6 主要和磁场的极化特性，噪声水平有关。 D_1 , D_2 , D_3 , D_4 , D_5 和场的极化方式、地下介质的电性特征、非均匀主轴与测量轴的夹角以及场分量的噪声水平等因素有关。虽然这 6 个量受着各种不同的因素影响而有所不同。但是，它们都有一个共同的特点，它们都是测量的一组资料中场分量之间的相关度的量度。显而易见，在不相关噪声不变的情况下，四个场分量相关噪声的增加将导致六个相关度值的提高。由于是在同一地点不同次测量，排除了许多因素，因此， C_N 指标就在

一定程度上反映了相关噪声的水平。正如地球介质很少是纯粹的二维结构一样，地球介质也很少是纯粹的三维。在一般情况下， D_3 、 D_4 相关度值较高，对噪声反映不敏感。 D_2 、 D_5 相关度值较低，对噪声反映较为敏感。而 D_3 、 D_4 和 D_2 、 D_5 之间又间又有一定的互相补取作用。由于大地电磁分量多次测量是在较长时间完成的，磁场的极化方式通常较大的变化， D_5 值一般较低，所以它对噪声的反映初较为敏感。 D_1 为两电场分量之间的相关度，通常我们认为它是某测点电场极化方式的量度。和 D_5 一样，它的低值利于张量阻抗的估算。将1.1式进行线性变换，应有

$$\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{xx} & v_{xy} \\ v_{yx} & v_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}$$

矩阵 $\begin{bmatrix} v_{xx} & v_{xy} \\ v_{yx} & v_{yy} \end{bmatrix}$ 称为导纳矩阵。它与地下电性分布、测量坐标的选取有关，而与场的极化方式等因素无关。从此式，可以知道为了得到稳定的导纳矩阵的估算，要求有不同的场的极化方式。和磁场一样，多次测量是在较长时间完成的，除了个别特殊的地下电性结构外， D_1 也取较低值，对相关噪声反应亦较为敏感。

在二种特殊情况下，我们可以立即判明资料的噪声水平。如 C_N 较低，全息相干度接近于1，预期度也接近于1。那么，资料的噪声含量较低。如 C_N 较高，全息相干度，预期度远偏离1，这说明相关噪声和不相关噪声含量至少相当，而不相关噪声的含量又较高，于是，测点资料所含的噪声总的含量较高。表2，表3分别是南坪、山丹二次测量资料的比较。

表2 南坪75年与南坪78年测点资料比较
Table 2 comparison between
two groups measurement data
(1975, 1978) at Nanpin

何次 测量	T	CP _{xy}	CP _{yx}	B ₀	B ₁₀	C _N
75	13.19	0.70	0.50	0.89	0.85	0.81
78	13.01	0.92	0.76	0.98	0.98	0.92
75	19.29	0.96	0.60	0.99	0.92	0.97
78	19.97	0.89	0.70	0.99	0.98	0.92
75	32.55	0.94	0.70	1.00	0.97	0.94
78	30.17	0.84	0.72	0.99	0.98	0.94
75	46.32	0.90	0.50	0.99	0.94	0.90
78	46.93	0.98	0.81	1.00	0.99	0.96
75	155.45	0.91	0.92	0.91	0.92	0.37
78	159.06	0.91	0.67	0.90	0.70	0.42
75	258.43	0.81	0.96	0.90	0.97	0.73
78	252.92	0.88	0.84	0.90	0.87	0.63
75	334.13	0.88	0.85	0.94	0.89	0.70
78	318.13	0.89	0.85	0.92	0.88	0.65
75	478.13	0.56	0.66	0.97	0.99	0.97
78	501.92	0.51	0.70	0.98	0.98	0.96
75	532.00	0.64	0.93	0.97	0.99	0.90
78	626.94	0.68	0.55	0.92	0.87	0.88

注：75、78分别指南坪75年、78年测点资料，其余各项与表1相同。在以后的叙述中凡不特别说明，T等字母都表示同样含义。

表3 山丹79年与山丹74年测点资料比较
Table 3 Compurision between
two groups measurement data
(1974, 1979) at Shandan

何次 测量	T	CP _{xy}	CP _{yx}	B ₀	B ₁₀	C _N
74	10.56	0.72	0.65	0.90	0.88	0.83
79	16.22	0.31	0.58	0.97	0.90	0.90
74	39.52	0.89	0.91	0.97	0.97	0.86
79	39.22	-0.05	0.14	0.65	0.54	0.91
74	76.08	0.91	0.95	0.98	0.99	0.74
79	76.63	0.60	0.55	0.95	0.88	0.94
74	119.29	0.87	0.38	0.93	0.92	0.71
79	125.56	0.39	0.58	0.79	0.83	0.81
74	154.50	0.54	0.79	0.61	0.81	0.42
79	156.50	-0.37	-0.07	0.87	0.77	0.89
74	189.06	0.78	0.87	0.84	0.91	0.45
79	192.86	0.38	-0.08	0.79	0.92	0.88
74	391.88	0.92	0.89	0.94	0.93	0.67
79	413.00	0.40	0.70	0.99	0.90	0.86
74	483.13	0.71	0.85	0.91	0.93	0.95
79	497.32	0.24	-0.15	0.53	0.44	0.86
74	978.75	0.85	0.87	0.98	0.96	0.81
79	1227.08	0.36	-0.05	0.79	0.83	0.76

从表中, 可以作出南坪两次测量资料的噪声含量相近, 79年山丹测点资料所含噪声大于74年山丹测点资料所含噪声的判断。图3说明南坪两次测点资料P—T曲线比较平滑。图4、图5说明山丹74年P—T曲线也比较平滑, 而79年山丹P—T曲线发生了极为严重的分散。这三个图证实了 C_N 判断的有效性。

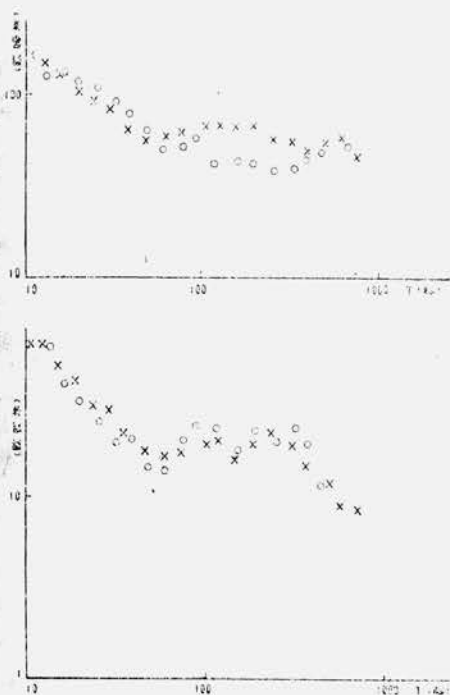


图3 南坪75年与78年测点资料 P—T 曲线比较 ×75年资料 ○78年资料

Fig. 3 P—T Curves comparison between the two groups measurement data (1975—1978) at Nanpin

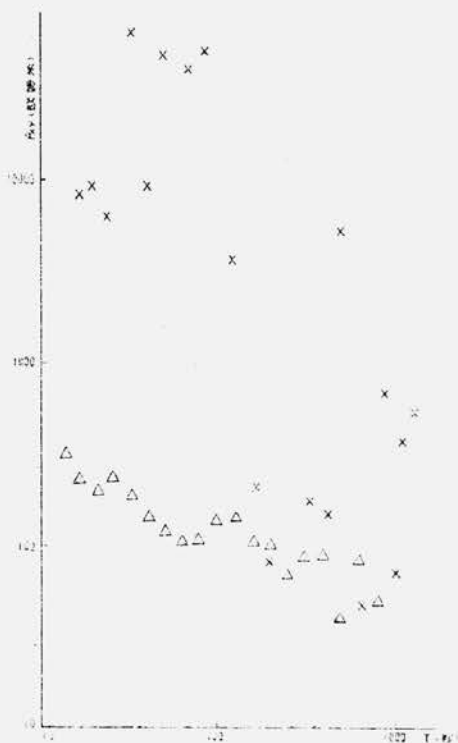


图4 山丹74年与79年 ρ_{xy} —T曲线比较 ×79年资料 Δ74年资料

Fig. 4 ρ_{xy} —T Curves Comparison between the two groups measurement data (1974, 1979) at Shandan

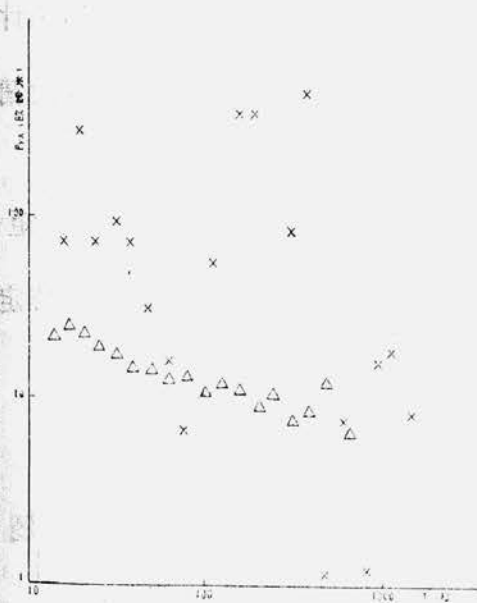


图5 山丹74年与79年 ρ_{yx} —T曲线测点

Fig. 5 ρ_{yx} —T curves comparison between the two groups measurement data (1974, 1979) at Shandan

为了预报地震, 经常需要在某一测点进行重复测量, 用以监视地电阻率的变化。因此, 所提出的 C_N 指数有实用价值。如想对某测点资料整体噪声水平有个大体的了解, 也可采用先求和后平均的计算方法。

假定有某个测点有M个不同周期的资料, 则

$$CP_{ij} = \frac{\sum_{e=1}^M CP_{ij}^e}{M}$$

$$P = \frac{\sum_{e=1}^M P_e}{M}$$

$$C_N = \frac{\sum_{e=1}^M C_N^e}{M}$$

(三) 用广义逆矩阵法估算张量阻抗

在线性代数的基本理论中,一般意义下的逆矩阵,只有在非奇异方阵时,才有意义。穆尔(MOORE)和彭罗斯(PENROSE)把逆矩阵的概念推广到任意一般 $A_{M \times N}$ 矩阵。这类矩阵不仅是存在的,而且是唯一的,它满足下面四个条件^[4]:

$$\begin{aligned} AA^+A &= A & A^+AA^+ &= A^+ \\ (A^+A)^T &= A^+A & (AA^+)^T &= AA^+ \end{aligned}$$

其中, A^+ 是穆尔—彭罗斯型广义逆矩阵, 上标 T 表示矩阵的转置。

穆尔—彭罗斯型广义逆矩阵主要有5条性质:

(1) 若 $AX=b$ 是相容线性方程组, 则 $X=A^+b$ 是方程组的一个特解。 $X=A^+b+(I-A^+A)C$ 是一般解, 其中 C 是与 x 同维的任意向量。

(2) $(A^+)^T = (A^T)^+$

(3) $(A^+)^+ = A$

(4) 若 $AX=b$ 是相容方程组, 则 $X=A^+b$ 是方程组的最小范数解。

(5) 若 $AX=b$ 是矛盾方程组, 则 $X=A^+b$ 是方程组的最小二乘最小范数解。

如果采用广义逆矩阵法估算张量阻抗, 则主要是要计算 $\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix}$ 的广义逆。而计算广义逆, 在资料本身噪声含量较低时, 可采用一种用于计算机的迭代解法, 即格拉姆—斯米特(Gram—Schmidt)正交化法。这种方法使用的数据应是彼此独立、线性无关的, 也就是 $\frac{H_{x1}}{H_{y1}} \neq \frac{H_{x2}}{H_{y2}} \neq \dots \neq \frac{H_{xN}}{H_{yN}}$ 。尽管广义逆对病态甚至奇异的矩阵依然有解, 但是计算结果偏离较大。如能人为地选择出两个磁场分量相关性较低的数据, 就可以提高计算的精度。表4给出了格拉姆——斯米特正交化法计算两组不同性质数据的比较。

表4说明了选择线性无关的数据是十分重要的。由于 $\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix}$ 是复矩阵, 计算复矩阵的逆矩阵, 可以另外编程序, 也可以用已有计算实数的广义逆的程序来求取, 方法是待定系数法。

由复数的定义, 有

$$H = H_1 + iH_2$$

这里, H 代表 $\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix}$, H_1 是 H 的实部, H_2 是 H 的虚部。

假定 $H_1^+X + iH_2^+Y = (H_1 + iH_2)^+$

式中, x 和 y 是待定矩阵。

两边同乘 $(H_1 + iH_2)$, 得

$$(H_1 + iH_2)(H_1^+X + iH_2^+Y) = I$$

3.1

表4 两种性质的数据组用格拉姆—斯米特正变化法计算广义逆的偏差结果对比

Table 4 error Comparision between two property data using the Gram—Schmidt method to computate the generalized inverse malrix

数据组的性质		I ₁	I ₂	I ₃	I ₄
线性无关	实部	1.00	1.16×10^{-10}	2.91×10^{-10}	1.00
	虚部	5.8×10^{-10}	2.91×10^{-11}	0.00	-5.8×10^{-11}
线性相关	实部	3.6×10^{-1}	4.8×10^{-1}	4.8×10^{-1}	6.4×10^{-1}
	虚部	-9.09×10^{-13}	9.09×10^{-13}	9.03×10^{-13}	0.00
线性无关	实部	1.00	-1.63×10^{-11}	-2.91×10^{-11}	1.00
	虚部	-7.2×10^{-12}	-1.09×10^{-11}	-1.45×10^{-11}	-5.4×10^{-12}
线性相关	实部	3.6×10^{-1}	7.8×10^{-1}	5.7×10^{-1}	6.2×10^{-1}
	虚部	-2.2×10^{-11}	-7.1×10^{-10}	-3.4×10^{-10}	-3.7×10^{-11}

注：I表 AA^+ 的单位阵，脚标表示单位阵中的4个元素，A是 2×15 阶矩阵，表上以及后面所有的数据都是在DJS-8机机上处理的

化简3.1式，令实部等于实部，虚部等于虚部，则

$$X - Y = I$$

$$H_2 H_1^* x + H_1 H_2^* y = 0$$

经过整理，最后分别得到复逆矩阵的实部和虚部分别为

$$H_1^* = H_1^* (H_2 H_1^* + H_1 H_2^*)^{-1} H_1 H_2^* \quad 3.2$$

$$H_2^* = H_2^* (H_2 H_1^* + H_1 H_2^*)^{-1} H_2 H_1^* \quad 3.3$$

表5给出了用最小二乘法和广义逆矩阵法估算张量阻抗的对比，图6是这二种方法的P—T曲线对比。

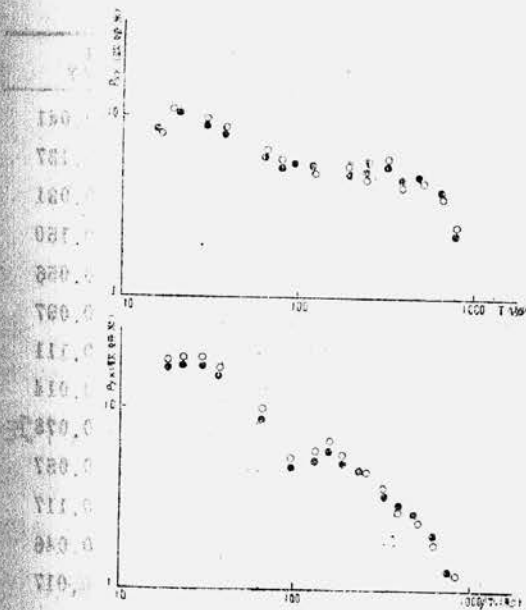


图6 最小二乘法和广义逆矩阵法估算张量阻抗的P—T曲线比较
• 最小二乘法 ◻ 广义逆矩阵法

Fig.6 ρ —T Curves Comparision between the least Square method and the generalized inverse matrix method for impedance

由图6、表5可以看出二者计算的张量阻抗主阻抗基本一致，P—T曲线基本吻合。出现这种结果的原因是甘肃花海子测点资料噪声含量低。表6列出花海子资料有关判断噪声的部分参数。

在大地电磁测深中，因为是多次测量，况且含有测量误差，线性方程组 $[E] = [Z][H]$ 是矛盾方程组，所求得的是最小二乘最小范数解（用广义逆法）。所以它基于的原理和最小二乘法是一致的。不同的仅仅是用最小二乘法时，采用一整套方法降低了不相关噪声。如测量数据噪声含量较低，则这二者计算结果趋于一致。用格拉姆—斯米特正交代法有一个优点就是计算周期短，耗机时间少，具有经济效益，在测点资料噪声水平较低时，可考虑采用此法。

兰思优斯（Lanczos）提出的奇异值分

表五(1) 用最小二乘法和格拉姆—斯米特正交化计算张量阻抗对比
Table 5 Comparison of computation impedance using the least Square method and Gram-Shmidt method

T	计算方式	Z_{xx}^R	Z_{xx}^I	Z_{xy}^R	Z_{xy}^I	Z_{yx}^R	Z_{yx}^I	Z_{yy}^R	Z_{yy}^I
9.93	G-S	-0.571	-1.292	1.095	-1.640	0.380	-2.231	0.0078	0.108
9.90	L-S	0.219	-0.083	1.250	-1.960	1.100	-2.216	-0.807	-0.534
16.1	G-S	0.154	0.312	2.223	-0.605	1.505	-1.930	0.196	-0.157
15.9	L-S	0.306	-0.103	1.094	-1.242	1.150	-1.432	0.357	-0.179
19.2	G-S	0.408	0.113	1.106	-1.208	1.541	-1.531	0.385	-0.407
19.2	L-S	0.205	-0.403	1.201	-1.159	1.268	-1.789	0.260	-0.132
23.8	G-S	-0.468	-0.249	0.982	-0.278	1.384	-1.072	0.165	-0.025
23.7	L-S	0.402	-0.064	1.008	-1.081	1.472	-1.293	0.429	-0.299
30.3	G-S	-0.204	-0.265	1.217	-1.2161	1.018	-0.910	0.242	-0.683
30.4	L-S	0.306	-0.309	0.894	-0.832	1.212	-1.199	0.315	-0.105
37.8	G-S	-0.127	-0.192	0.575	-0.519	0.882	-0.951	0.290	-0.237
37.9	L-S	0.313	-0.234	0.747	-0.724	0.945	-1.209	0.260	-0.226
48.0	G-S	0.452	-0.187	1.033	-0.763	0.720	-1.119	0.124	-0.404
47.8	L-S	0.123	-0.255	0.599	-0.768	0.560	-0.984	0.262	-0.207
60.2	G-S	0.059	0.245	0.416	-0.360	0.605	-0.689	0.317	-0.295
61.5	L-S	0.179	-0.146	0.404	-0.566	0.642	-0.572	0.109	-0.038
78.0	G-S	-0.192	-0.047	0.282	-0.402	0.340	-0.588	0.162	-0.197
78.3	L-S	0.111	-0.171	0.330	-0.476	0.413	-0.578	-0.031	-0.116
97.6	G-S	-0.060	-0.205	0.331	-0.471	0.235	-0.436	-0.018	-0.170
97.6	L-S	0.050	-0.088	0.284	-0.468	0.349	-0.366	-0.056	-0.075
119.9	G-S	-0.032	-0.153	0.284	-0.427	0.243	-0.594	0.012	-0.189
120.2	L-S	0.023	-0.108	0.246	-0.410	0.284	-0.495	0.027	-0.070

表五(2)

T	计算方式	Z_{xx}^R	Z_{xx}^I	Z_{xy}^R	Z_{xy}^I	Z_{yx}^R	Z_{yx}^I	Z_{yy}^R	Z_{yy}^I
195.19	G-S	-0.174	0.107	0.972	-0.388	0.273	-0.419	0.100	-0.041
195.33	L-S	-0.114	-0.038	0.185	-0.229	0.255	-0.579	-0.137	0.137
99.62	G-S	0.242	0.128	0.561	-0.110	0.475	-0.130	-0.135	-0.031
99.64	L-S	-0.063	-0.033	0.682	-0.117	0.554	-0.123	0.133	0.150
155.36	G-S	0.138	0.042	0.209	-0.263	0.376	-0.276	-0.212	0.056
154.53	L-S	-0.060	0.067	0.271	-0.321	0.314	-0.356	0.035	0.097
199.12	G-S	0.068	-0.007	0.223	-0.349	0.253	-0.315	-0.213	0.111
196.25	L-S	-0.072	0.072	0.214	-0.320	0.276	-0.315	0.038	0.014
246.98	G-S	0.0059	0.0013	0.188	-0.250	0.209	-0.199	-0.076	0.078
247.16	L-S	-0.060	0.038	0.171	-0.271	0.218	-0.221	-0.010	0.057
302.50	G-S	0.032	0.060	0.138	-0.282	0.131	-0.261	-0.032	0.117
302.84	L-S	-0.041	0.077	0.152	-0.248	0.137	-0.201	0.022	0.046
595.56	G-S	-0.003	0.061	0.074	-0.154	0.063	-0.108	-0.023	0.017
603.48	L-S	-0.036	0.027	0.095	-0.152	0.066	-0.118	-0.016	0.039
776.67	G-S	0.050	-0.056	0.039	-0.068	0.030	-0.060	-0.037	0.029
775.33	L-S	-0.021	0.012	0.049	-0.101	0.054	-0.070	0.027	-0.029
1001.67	G-S	-0.012	-0.001	0.065	-0.088	0.073	-0.068	-0.056	0.019
989.32	L-S	-0.047	0.011	0.067	-0.092	0.078	-0.071	-0.023	0.012
1978.33	G-S	-0.031	-0.019	0.060	-0.057	0.053	-0.054	-0.001	0.038
1976.88	L-S	-0.330	0.014	0.053	-0.062	0.065	-0.035	-0.044	0.009

注: L-S表示最小二乘法G-S表示格拉姆—斯米特法上标R、I分别表示该值的实部和虚部

表六

花海子测点资料有关噪声水平的几个指标的数据

Table 6 several indexes about noise level of measurement data at Huahaizi

T	D ₁	D ₂	D ₅	D ₆	B ₉	B ₁₀	CP _{xy}	CP _{yx}	T	D ₁	D ₂	D ₅	D ₆	B ₉	B ₁₀	CP _{xy}	CP _{yx}
9.90	0.65	0.50	0.54	0.40	0.96	0.88	0.95	0.81	158.08	0.36	0.20	0.24	0.11	0.93	0.94	0.92	0.94
19.17	0.47	0.43	0.27	0.21	0.95	0.91	0.93	0.90	196.25	0.43	0.43	0.18	0.15	0.93	0.96	0.91	0.95
30.35	0.41	0.38	0.29	0.43	0.95	0.95	0.94	0.94	247.16	0.65	0.56	0.53	0.43	0.97	0.97	0.95	0.96
61.47	0.29	0.38	0.38	0.48	0.95	0.85	0.95	0.82	382.91	0.37	0.38	0.53	0.63	0.97	0.94	0.97	0.92
99.64	0.26	0.04	0.27	0.07	0.91	0.92	0.91	0.91	603.48	0.58	0.48	0.33	0.34	0.98	0.97	0.98	0.96

注：花海子资料取的是分段计算值，不是最终合算值

解法不仅能确定广义逆，而且能获得衡量数据的相关性、资料的质量、计算值的方差和唯一性等几个参数矩阵。

如有 $A_{m \times n}$ 矩阵，那么，总可以找到两个正交矩阵 U 及 V ，使

$$U^T A V = S \quad A = U S V^T \quad 3.4$$

其中， U 是对称方阵 $A A^T$ 的本征向量， V 是对称方阵 $A^T A$ 的本征向量，对角矩阵 S 的对角元素的平方 $S_1^2, S_2^2, \dots, S_r^2$ (r 为矩阵 $A_{m \times n}$ 的秩)，是对称方阵 $A^T A$ 的非零本征值。我们称这些对角元素 $S_1, S_2, \dots, S_r$ 为 $A_{m \times n}$ 矩阵的奇异值。

正交矩阵 U 的列向量为 U_i ， V 的列向量为 V_j ，它们与奇异值有这样的关系：

$$A^T A V_j = S_j^2 V_j \quad (j = 1, 2, \dots, N)$$

$$A A^T U_i = S_i^2 U_i \quad (i = 1, 2, \dots, M)$$

且有

$$S_i = S_j \quad \text{当 } i = j \quad (i \leq r)$$

$$S_i = 0 \quad \text{当 } i > r$$

$$S_j = 0 \quad \text{当 } j > r$$

如将奇异值分解法写的更具体一些，则为

$$A_{M \times N} = U_{M \times M} \begin{bmatrix} S_{M \times N} \\ O_{(M-N) \times N} \end{bmatrix} V_{N \times N}^T$$

$$S_{M \times N} = \begin{pmatrix} S_1 & & & & \\ & S_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & S_r & \\ & & & & \theta \\ & & & & & O \end{pmatrix}$$

式中，

奇异值具有稳定性，用奇异值分解法解线性方程组具有十分重要的意义。从 3.4 式，推出任意 $A_{M \times N}$ 的穆尔—彭罗斯型广义逆为

$$A^+ = V S^+ U^T \quad 3.5$$

显然， S^+ 为对角元素 S_i^{-1} ($i = 1, 2, \dots, r$) 的对角矩阵。

任意矩阵 $A_{M \times N}$ 的奇异值分解法的中心问题是计算对称方阵 $A^T A$ 、 $A A^T$ 的本征值及本征向量。我们用豪塞豪德变换，化对称方阵 $A^T A$ 、 $A A^T$ 为三对角阵。然后，用有关实对称三对角阵 QL 的方法计算出 $A^T A$ 、 $A A^T$ 所有的本征值和本征向量。

从3.5式可推出

$$H^* = VS^*U^T$$

由 $E = ZH$, 得

$$Z = EVS^*V^T$$

3.9

显然, 解向量 Z 与对角矩阵的因子 $1/S_i$ 有关。当某个本征值 $S_i \rightarrow 0$, 解向量 Z 某一分量便可能出现发散的情况。或者当 $S_i \rightarrow 0$, S_i 有一个很小的变化, 导致解向量发生很大的变化, 这反映了问题的病态性质。

针对这一困难, 顿温伯格 (Levenbeg) 等人提出加阻尼因子的方法。以后, 称之为阻尼最小二乘法, 其中心思想是将对角矩阵 S^* 改写成

$$(S^2 + \theta^2 I)^{-1} S = \begin{pmatrix} \frac{S_1}{S_1^2 + \theta^2} & & \\ & \frac{S_2}{S_2^2 + \theta^2} & \\ & & \ddots \\ & & & \frac{S_N}{S_N^2 + \theta^2} \end{pmatrix}$$

于是, 解向量

$$Z = EV[(S^2 + \theta^2 I)^{-1} S] U^T$$

3.4

对于阻尼最小二乘法, 当 S_i 趋近于零, 解向量某一分量亦趋近于零。用奇异值分解法估算张量阻抗, 还可以得到几个有用的辅助信息。

(1) 信息矩阵

假定 E^* 是计算值组成的矩阵, E 是实际观测值所组成的矩阵, 则有

$$Z = EH^*$$

两边右乘 H

$$ZH = EH^*H$$

令 $F = H^*H$ 得

$$E^* = EF$$

3.8

我们把 F 称为有关测量数据的信息矩阵。理论上证明, 如果 $H_{M \times N}$ 矩阵的秩小于 N , 那么, F 就是在最小平方意义下的最佳信息密度矩阵。由3.8式看出, F 是将实际测量值变换为计算值的算子, 而 E_k^* 是信息矩阵第 k 行与测量值之间的一个褶积。

信息矩阵反映了测量数据的相关性。在估算张量阻抗时, 信息矩阵反映了测量的电场分量、磁场分量的数据的相关性。用信息矩阵筛选, 鉴别数据, 可以有两种作用。一种是排除了由于场源的极化方式所引起的测量数据的相关性, 另一种是排除了由于相关噪声所引起的测量数据的相关性。这就在一定程度上降低、压制了相关噪声的影响。

信息矩阵的计算公式, 为

$$F = VV^T$$

在阻尼最小二乘法中其公式为

$$F = V[s^2(s^2 + \theta^2 I)]V^T$$

(2) 分辨矩阵

假定 Z^* 表示实际计算值, Z 表示理论计算值, 同信息矩阵一样, 可导出

$$Z^* = ZHH^+$$

令 $R = HH^+$, 则

$$Z^* = ZR$$

3.9

我们把 R 称为解的分辩矩阵。可见, R 是理论计算值与实际计算值的窗口函数, 是把理论计算值映射到实际计算值的一个算子。 R 可用来判断张量阻抗值唯一性程度。

在估算张量阻抗, 分辩矩阵的计算公式为

$$R = AA^* = UU^T$$

在阻尼最小二乘法

$$R = U[(s^2 + 0^2 i)^{-1} s^2] U^T$$

估算张量阻抗时, 张量阻抗方差是应注意的一个问题。张量阻抗的方差大小主要由奇异值的大小和观测资料的方差所决定。

Z 的协方差矩阵 C 和分辩矩阵 R , 二者是矛盾的, 必须在二者之间采取折衷方案, 使的 Z 的方差和唯一性两方面都得到照顾。在实际工作中, 通常选取所允许的方差, 来确定奇异值截除法的临界值或确定阻尼最小二乘法的阻尼因子的值, 以便控制不重要测量数据的变化。

图7是我们采用格拉姆—斯米特正交化法, 奇异值分解法以及奇异值分解法改进型计算张量阻抗的框图。

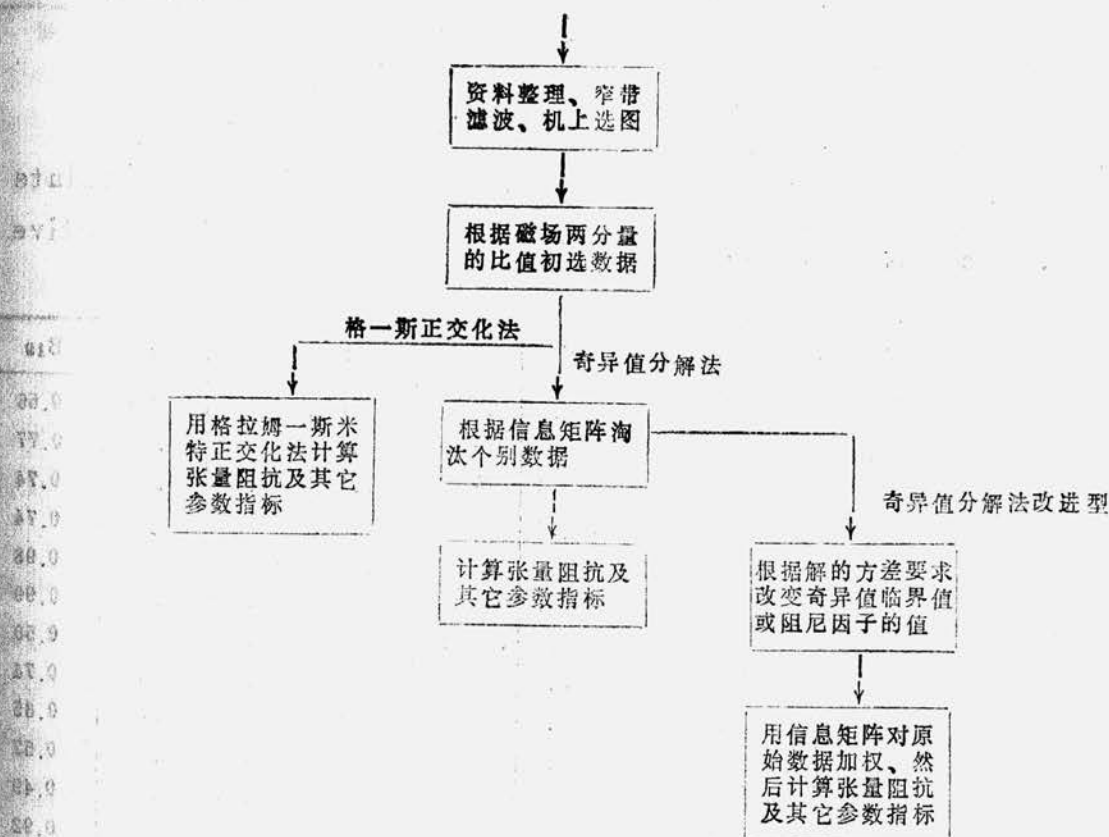


图7 用广义逆矩阵法估算张量阻抗框图

Fig. 7 computation block diagram using the generaliyed inverse matrix method for impedance estimate

采取奇异值分解法估算张量阻抗要注意一个问题。首先最好还是用 $\frac{Hx_1}{Hy_1} \approx \frac{Hx_2}{Hy_2}$

... $\propto \frac{H_{xn}}{H_{yn}}$ 磁场分量比值的方法淘汰一些完全一样或似近一样的数据。这样做，即简单明了、又大加快计算速度另外，要注意淘汰数据占总数据比例不能太大，一般要保证有20个以上数据参加最后的运算。从表7中看到，由于信息矩阵对数据筛选，使所有的电磁场分量之间的相关度下降，其中 D_1 、 D_2 、 D_5 、 D_6 下降显著， D_3 、 D_4 下降较少，这也证实了 D_3 、 D_4 对噪声反应不敏感这一道理。

兰州地震所大地电磁测深组从大地电磁场的场分量权系数不同着手，提出了相对振幅法^[5]。相对振幅法在某些情况，有着较好的结果。表8是相对振幅法和绝对振幅法计算张量阻抗对比。采用相对振幅法要注意几点问题。第一，由于相对振幅法是除以某值，这可能使原先彼此相关性不大的数据变成彼此相关性大的数据。第二，由于除的某一分量值可能是受噪声影响较大的值，这样，显然把噪声的影响带进了其余的三个分量。第三， E_x 、 E_y 、 H_x 、 H_y 之间虽有关联，但也有不同的数。用这些不同的数进行加权显然有一定的差异。基于上述三点，采用四次相对振幅法计算结果的平均是比较合理的，也就是用 E_x 、 E_y 、 H_x 、 H_y 的幅值各除一次，然后将计算得到的张量阻抗值进行平均。类似稳定性系数，可以定义一个由于不同加权影响估算张量阻抗的判断指数 P_{ij}^s 。

表7 信息矩阵的筛选使电场、
磁场分量之间的相关度下降

Table 7 Coherency reducing of
electric and magnetic component
due to the information matrix
separation

计算方法	T	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6
O	9.85	0.65	0.50	0.95	0.85	0.54	0.40
F	9.75	0.55	0.38	0.96	0.81	0.44	0.29
O	18.32	0.88	0.76	0.96	0.72	0.87	0.80
F	18.13	0.60	0.71	0.38	0.66	0.08	0.39
O	78.59	0.83	0.72	0.99	0.94	0.81	0.71
F	78739	0.55	0.40	0.97	0.92	0.51	0.44
O	97.64	0.81	0.64	0.98	0.83	0.80	0.64
F	97.59	0.88	0.59	0.95	0.61	0.80	0.53
O	15.99	0.61	0.70	0.93	0.89	0.49	0.61
F	15.92	0.28	0.13	0.83	0.94	0.30	0.58
O	78.39	0.83	0.72	0.99	0.94	0.87	0.71
F	77.92	0.33	0.04	0.94	0.87	0.28	0.35
O	9.81	0.65	0.50	0.95	0.85	0.54	0.40
F	9.90	0.23	0.26	0.85	1.00	0.06	0.06

注 O表示原方法的计算值

F表示信息矩阵的筛选过的计算值

表8 绝对振幅法和相对振幅法
估算张量阻抗值的对比

Table 8 impedance value
comparision of using the absolute
amplitude method and the relative
amplitude method

T	计算方式	P_{xy}	P_{yx}	B_0	B_{10}
98.00	绝对	4.73	9.32	0.99	0.56
98.00	相对	4.73	9.30	0.99	0.77
339.43	绝对	7.03	33.93	0.95	0.74
339.43	相对	5.54	28.50	0.98	0.74
550.00	绝对	19.82	29.31	0.91	0.98
550.00	相对	19.82	29.31	0.91	0.99
252.00	绝对	6.02	11.81	0.98	0.50
252.00	相对	9.29	21.07	0.95	0.74
155.03	绝对	0.05	1.96	0.73	0.35
155.25	相对	8.56	7.68	0.78	0.57
193.75	绝对	0.04	1.12	0.22	0.49
193.75	相对	17.32	22.46	0.92	0.92

$$P_{ij}^s = \frac{|Z_{ij}(\text{相对振幅法较小值之一})| \cdot |Z_{ij}(\text{相对振幅法较小值之二})|}{|Z_{ij}(\text{相对振幅法较大值之一})| \cdot |Z_{ij}(\text{相对振幅法较大值之二})|}$$

下面，我们着重分析79年山丹资料。79年山丹资料在用最小二乘法计算时， ρ -T曲线发生了极为严重的分散，而74年山丹资料 ρ -T曲线却比较平滑。分析其原因，从表3、图

4、图5可以看出79年山丹资料不论是相关噪声、不相关噪声的含量都远大于74年山丹资料。

表9 79年山丹与74年山丹资料
噪声含量、视电阻率值的比较

Table 9 Comparision of noise level
and apparent risistance value
btween the data in the 1974 and
data in the 1979 at

何次 测量	T	P_{xy}	P_{yx}	S_{xy}	S_{yz}	CP_{xy}	CP_{yz}	C_N
79	16.03	8681.02	72.43	0.03	0.13	-1.3	-0.02	0.96
74	16.08	259.19	253.98	0.40	0.47	0.77	0.81	0.92
79	39.22	99432.38	78.27	0.02	0.46	-0.05	0.14	0.93
74	39.49	141.48	146.40	0.45	0.62	0.80	0.88	0.92
79	127.55	417.46	114.54	0.09	0.05	0.40	0.14	0.72
74	122.15	138.80	150.76	0.63	0.76	0.88	0.92	0.92
79	159.62	229.46	381.99	0.16	0.03	-0.31	-0.09	0.84
74	159.09	48.83	105.57	0.13	0.58	0.53	0.87	0.55
79	607.86	1190.76	1.88	0.06	0.79	0.36	0.63	0.94
74	608.21	71.93	61.71	0.34	0.56	0.72	0.82	0.86

注：79表示79年山丹资料

74表示74年山丹资料

尤其是相关噪声含量，已经成为必须加以认真考虑的问题。从表9得知，79年山丹资料相关噪声含量较低的个别周期的视电阻率值与74年山丹资料相应周期的视电阻率值差并不大。反之，79年资料相关噪声含量较高大部分周期资料的计算结果与74年资料相应周期的计算结果相差甚远。

基于这种分析，得到的结论是79年山丹测点资料相关噪声影响强烈。因此，可试用广义逆矩阵法进行计算

图8和图9给出了两种方法计算结果的对比。它们表明79年山丹资料用广义逆矩阵法是成功，它使原先的满图散点成为基本上能描绘出曲线的图形。

至于仍然存在着分散现象，这毫不奇怪，这是不相关噪声所造成的。在计算中，我们并没有采取措施来压制、降低不相关噪声的影响。

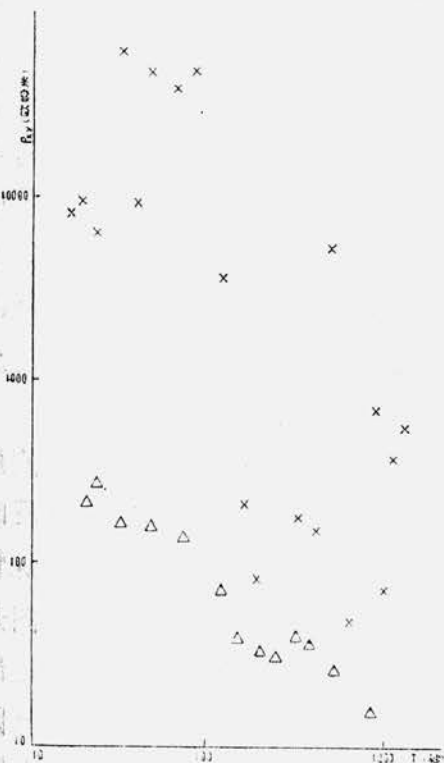


图8 最小二乘法和奇异值分解法
计算的 ρ_{xy} —T对比曲线

Fig.8 ρ_{xy} —T Curves Comparision
between the leest sguare method
and the singular ralues decomposit-
ion method

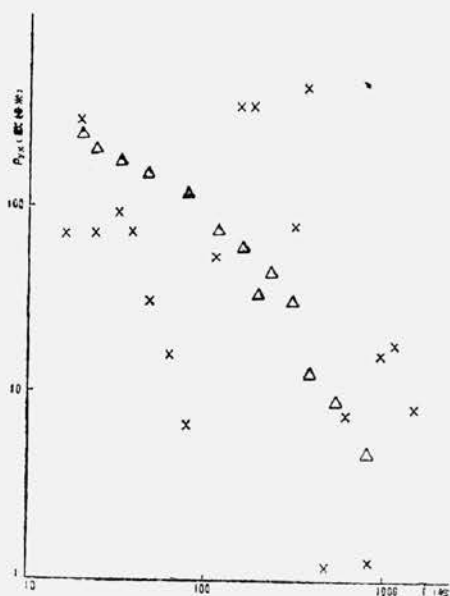


图9 最小二乘法和奇异值分解
法计算的 ρ_{xy} —T曲线对比

Fig.9 ρ_{xy} —T Curves Comparision
between the least sguare method and
the singular ralues decomposition
method

(四) 估算张量阻抗方法的改进和几点结论

用最小二乘法和广义逆矩阵法估算张量阻抗,二者基于的原理是相同的,都是行之有效的方法。但是,这二种计算方法,各有自己的长处和不足。前者降低了不相关噪声的影响,而后者降低了相关噪声的影响。在不相关噪声型(即不相关噪声大于噪声含量),可试用最小二乘法计算。在相关噪声型(即相关噪声大于不相关噪声含量),可试用广义逆矩阵法进行计算。在两种噪声含量都高的情况,二种方法都不能得到准确、可靠的计算值。二种计算方法各有一些有用的参数指标。前者有稳定性系数、全息相干度、预期度等判别指标。后者有信息矩阵、分辨矩阵、协方差矩阵等辅助矩阵。二者的地下结构维性判别指数如偏离指数、椭率等是一致的。

为了克服这二种方法的不足,我们提出新的改进措施。措施是采取计算二种相关度(即 $\text{COH}(E_x E_y)$ 、 $\text{COH}(H_x H_y)$),来降低噪声的影响。现以计算磁场分量之间的相关度为例。假定某一周期邻域内有40个测量数据,将前20个作为A组,后20个作为B组。先以A组作为基本组,然后B组依次加在A组上。也就是说,第一次计算的是A组和B组第一个之和的相关度。第二次计算的是A组和B组第二个之和的相关度。然后,依次计算下去,得到20个相关度的数据。其次,以B组为基本组,A组依次加上,这样也得到20个相关度的数据。在用最小二乘法估算时,把其中相关度过高的个别数据淘汰。这就在一定程度上降低了相关噪声的影响。在用广义逆矩阵法估算时,把其中相关度过低的个别数据淘汰。这就在一定程度上降低了不相关噪声的影响。经过改进后的二种计算方法,在噪声水平不是很高的情

况下,计算的张量阻抗值应比较一致。

如有少数测点资料噪声的含量较大,长期计算得不到可靠的计算结果,也可以采用图10的框图进行计算。图计算框图集中了最小二乘法和广义逆矩阵法的优点,往往能解决一些实际问题。它的缺点是计算程序长,耗机时间久。但因对有的资料进行过反复计算,这种耗机时间也就不算多了。

前面所述的一些参数指标,不能反映相关噪声的影响。稳定性系数等指标反映了不相关噪声的水平, C_N 只在某些特殊情况下表明了相关噪声的含量。图10的框图是新的计算过程,根据予期度的定义,能定出新的判断指数。在图10计算到最后一个框图时,先计算筛选过的数据的予期度,这表明了不相关噪声的影响。然后将计算得到的张量阻抗值代回未筛选过的数据,计算其预期度。第二个予期度基本表明资料整体噪声水平。二个予期度之差基本反映了资料相关噪声的

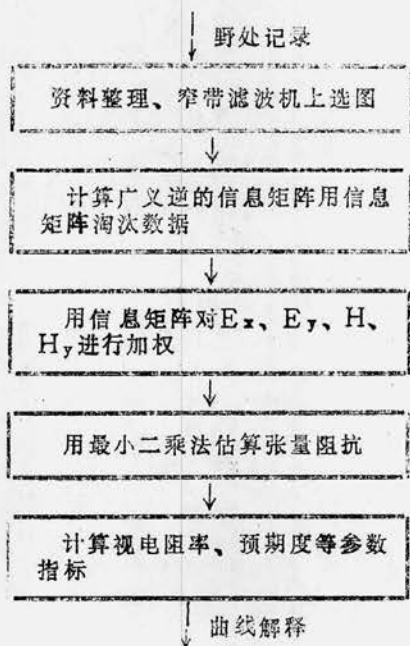


图10 广义逆矩阵法和最小二乘法
二者结合的新方法计算框图

Fig.10 Computation block
diagram of combine between the
least square method and the
generalized inverse matrix method

含量。

$$P_{CN} = |P_{EN} - P_{NN}|$$

这里, P_{CN} 、 P_{EN} 、 P_{NN} 分别是表明相关噪声、总体噪声、不相关噪声高低的预期度。有一点需要强调一下,在用此法估算时,同一周期资料的测量数据要足够多,淘汰的数据要相对地少。

本文讨论了在非均匀介质中估算张量阻抗的问题。进行此项研究的目的是利用这些大地电磁场的地球响应函数进行反演或解释。如果能获得地下电性结构及其变化特性,就为预报地震提供了深部信息。进一步在测量手段上和数据处理两方面降低噪声的影响,依然是大地电磁测深今后的主要研究课题之一,

本文在张必敖、郭守年、林长佑三位老师指导下完成。郭守年在选题,编制程序给予了具体的帮助。刘国栋、朱佐全、梁恕信等对本文提出了不少宝贵的意见。在工作中还蒙本所计算机房和大地电磁测深组的大力支持,所用资料又是测深组全体同志多年辛苦劳动所获第一手资料。在此,一并致谢。

参 考 文 献

- [1] R.O.Kurtz, A magnetotelluric investigation of eastern Canada, 1973.
- [2] A.A.Kaufman and G.V.Keller, The magnetotelluric sounding Method, Elsevier Scientific Publishing company, 1981.
- [3] D.W.Kao, The enhancement of signal to noise in magnetotelluric data, 1975.
- [4] 成都地质学院物探系, 地球物理反演理论及方法, 1980.
- [5] 国家地震局兰州地震研究所大地电磁测深组, 大地电磁测深处理非均匀介质张量阻抗法, 大地电磁测深, 地震出版社, 1981.

STUDY AND APPLICATION OF THE GENERALIZED INVERSE MATRIX METHOD IN MAGNETOTELLURIC IMPEDANCE COMPUTATION

Sun Chongchi

abstract

In this paper, several methods of impedance computation in non-uniform medium are analysed. It is emphatically discussed to use the Generalized Inverse Matrix Method in impedance Computation, to use the Information Matrix to suppress coherent noise and to define judgement indicator to measure the Level of coherent noise. At Last, the author points out the shortcomings of various methods and their improvements.