

地电阻率法中勘探深度和探测范围 的理论讨论和计算

赵和云※ 钱家栋

(兰州地震研究所)

摘 要

本文对地电阻率法中两个常用的基本概念——勘探深度和探测范围进行了理论探讨和计算,分析了电法勘探中关于这两个概念的若干问题和不足。为了适应地电阻率法比较台址条件和研究其探测能力的需要,在分析这些问题的基础上,运用层状介质视电阻率的理论公式提出了勘探深度的新定义。用统一的标准给出了若干不同电性结构、不同装置下的勘探深度的定量结果,并具体讨论了探测范围上、下界面理论位置与介质表层及深部电性变化量大小、装置极距、仪器精度等参数之间的关系。指出在均匀介质、四极对称装置下,利用精度为1级的仪器探测下界面的最大深度可达极距AB的1.5倍左右的新结论,以及给出了加大探测范围的理论途径。

最后本文还讨论了两个概念的差异和联系以及在一般非均匀介质条件下求得勘探深度的原则方法。

在我国用于预报地震的地电方法是由物探电法移植过来的,目前已经成为一种重要的手段。它同其它前兆预报手段一样,都有一个测量环境问题即台址条件问题。对地电阻率法来说,不同台址条件下探测能力如何,探测范围究竟有多大,台址条件的优劣如何对比,怎样给出一个统一的而又符合一般认识的定量衡量指标,这样一些问题由物探电法原有的概念已不能给出圆满的解答。为了解决上述问题本文拟对地电阻率法中“勘探深度”和“探测范围”进行一些定性定量的讨论。

一、勘探深度的讨论

1. 物探电法中勘探深度概念的局限性:物探电法中勘探深度的讨论是以均匀介质中供电电

*现为兰州地震研究所研究生

极AB中垂线上的电流密度随深度改变的关系为依据的,在此基础上给出了勘探深度的定义。大致可分为两种:在均匀半无限介质中,AB中垂线上的电流密度与深度H和极距AB的大小有如下关系:

$$j_{(H)} = \frac{I}{\pi} \cdot \frac{AB/2}{[H^2 + (AB/2)^2]^{3/2}} \quad (1)$$

为了使某个深度上获得最大的电流密度,必须适当选择理想的最佳极距。令 $\frac{AB}{2} = x$, 则由 $\frac{\partial j_{(H)}}{\partial x} = 0$ 可得到

$$H = \frac{AB}{\sqrt{2}}, \text{ 定义这个深度为勘探深度。另一种认为地面电法只能根据地表电流密度的变化}$$

来判断地下不均匀地质体的存在,因此仅当 $j_{(H)}/j_{(0)}$ ($j_{(H)}$ 、 $j_{(0)}$ 分别为AB中垂线上H深度和地表的电流密度)达到一定数值时,该深度上的不均匀地质体才能被发现,故定义均匀半无限介质中使 $j_{(H)}/j_{(0)}$ 等于某个定值(例如0.36)的深度为勘探深度,而在这个深度以上的以AB联线为中心的半个椭球形称为勘探体积^[2]。这两个定义的共同点都是认为勘探深度仅与供电电极AB间的距离成比例。在用于勘探目的情况下,这种讨论已经满足实际工作要求。然而在地震预报中,实际台站的台址大多数是多层介质。上述勘探深度的定义方法和结果不能推广到多层介质中去。这是因为在多层介质中,层与层之间的界面上,电流密度的水平分量不连续,有可能出现下伏层的电流密度水平分量比浅处高电阻率层中电流密度的水平分量要大的现象。假如这时仍按电流密度的分布来定义勘探深度,可能会有多值性。也就是说多层介质中,电流密度随深度分布规律不同于均匀介质。因而按电流密度定义的勘探深度计算公式已不适用。另外由于物探电法定义勘探深度时仅从供电电极去考虑问题而没有考虑到测量电极MN,因此对于MN大小和位置不同的四极装置、偶极装置其勘探深度问题不能求得,需要另外的定义。此外上述定义不能反映互换原理。互换原理告诉我们,当供电电极与测量电极互换而不改变装置的位置和小时,所测得视电阻率不变,即其勘探深度也不应当改变。然而从上述定义方法中可以看到,它是以AB中点下方的电流密度分布为依据的,当AB变小,勘探深度就要变小,显然这是不符合互换原理的。由此可见,物探电法中勘探深度的定义既不能适用除均质之外的其它介质条件,也不能适用不同装置的情况,更不能综合两者给出一个统一的定量指标。因此需要找到一个合适的定义方法和统一的衡量标准以适应地电阻率法比较台址条件的需要。

2. 勘探深度的定义:勘探深度的物理含义是:在一定的地电断面条件下,用一定的装置(包括装置的类型和装置系数两个方面)探测时,所具有探测深部介质电阻率变化的能力。勘探深度的值就应该是这种能力的定量表征。定量表征的方法可以用绝对的方法,也可以用相对比较的方法。在用于比较地电台探测能力方面,用相对比较的方法更好一些。为此将新定义勘探深度的依据和定义方式阐述如下:

测量电极 $MN \rightarrow 0$ 的情况:为了寻求新的定义方式,我们先来观察均匀无限介质中供电电极AB中垂线上电流的分布特点。为方便起见,取如图1所示的坐标系。不难看出,z轴上的电流密度的方向仅沿x轴方向。过z轴从0到某个Z值的一段内,面电流的大小为:

$$I_{(z)} = \int_0^z j_x(z) dz = \int_0^z \frac{2Q}{\rho} \cdot \frac{L}{[L^2 + z^2]^{3/2}} dz = \frac{2Q}{\rho L} \cdot \frac{z}{\sqrt{L^2 + z^2}} \quad (1)$$

这里的 $Q = \frac{\rho I}{2\pi}$, ρ —均匀介质的电阻率, I —AB电极中的供电电流, $L = \frac{AB}{2}$, $j_x(z)$

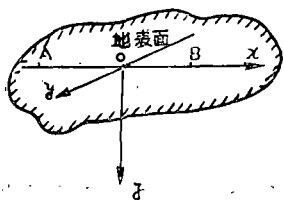


图 1

为 z 轴上不同深度的电流密度的 x 分量。这时 $I_{(z)}$ 与 z 的关系通过作图可以看出以下三点: $I_{(z)}$ 随 z 的增大而连续单值增大; $I_{(z)}$ — z 曲线的斜率恰好反映电流密度的水平分量, 它是随深度增加而减小的, 当考虑 $I_{(z)}$ 占整个过 z 轴的面电流 $I_{(\infty)}$ 的比例时, 还能考虑假如在此深度上出现不均匀体, 对整个电场的影响。

在水平多层介质中, 考察 $I_{(z)}$ 时 (显然 z 轴上电流密度的方向也沿 x 轴方向, 其大小由 $j_x(z) = \frac{E_x(z)}{\rho}$ 决定。这

里 $E_x(z)$ 、 ρ 分别是介质中 z 轴上 x 方向的电场强度和介质电阻率。由于层状介质界面上 $j_x(z)$ 不连续, 由 $j_x(z)$ 积分得到 $I_{(z)}$ 必须分段进行) 不难看出, $I_{(z)}$ 随 z 的变化仍有上述均质中的三个特点。特别是连续单值的特点。与电流密度在分层介质的界面上不连续相比, 用面电流分布来定义勘探深度比用电流密度要更合适。

新的勘探深度定义是这样的: 我们以均匀半无限介质上四极对称而 $MN \rightarrow 0$ 的装置系统所具有的探测深部电阻率变化的能力为标准, 去衡量其它情况下的探测能力。衡量的依据是 $I_{(z)}$ 占 $I_{(\infty)}$ 的比例。为了沿用人们通常的看法, 我们先人为的选定这个“标准情况”下的勘探深度为 $L = \frac{AB}{2}$, 这时 $0-L$ 段的面电流 $I_{(L)}$ 占整个过 z 轴的面电流 $I_{(\infty)}$ 的比例为:

$$G_{(L)} = \frac{I_{(L)}}{I_{(\infty)}} = \frac{\frac{2Q}{\rho L} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{2Q}{\rho L}} = \frac{\sqrt{2}}{2}。在其它情况 (例如 $MN \neq 0$ 、分层$$

介质等), 当电流分布满足 $G_{(z)} = \frac{I_{(z)}}{I_{(\infty)}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 这个比值时所算得的 z 值就称为相应情况下的勘探深度。如果 z 值越大, 就是说探测时深部分布的面电流比例较大, 因而那里的电阻率变化就越易被地表的 ρ_s 测量所发现, 换句话说, 探测深部电阻率变化的能力越大即勘探深度越大。反之, 其勘探深度越小。这样用相对比较的办法给出勘探深度的值。

考虑测量电极 MN 的情况:

推广到考虑测量电极 MN 的情况时, 取 $j_{MN}(z) =$

$$\frac{\Delta u_{MN}(z)}{MN} \cdot \frac{1}{\rho}, \text{ 其中 } \rho \text{ 为介质电阻率, } MN \text{ 为测量电极}$$

之间的距离, $\Delta u_{MN}(z)$ 为深度 z 处对应地表 MN 的两点之间的电位差 (图 2)。这时 $j_{MN}(z)$ 不再是过 z 轴的电流密度, 而是在 z 深度上与 MN 对应的两点的电位差所求得的“平均电流密度”。称之为“平均电流密度”是由于 $j_{MN}(z)$ 仍具有电流密度的量纲, 且与 $MN \rightarrow 0$ 的情况中 $j_x(z)$ 对应, 它实际上只是与 MN 对应的两点间平均电场对该深度上电阻

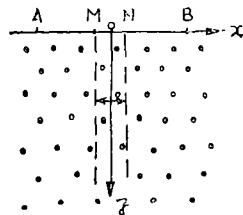


图 2

率的比值而已,已不具有明确的物理意义了。这时由 $j_{MN}(z)$ 积分所得到的 $I_{MN}(z) = \int_0^z j_{MN}(z) dz$ 仍有不考虑 MN (即 $MN \rightarrow 0$) 时的分布特点。由于现在引入了与 MN 有关的“平均电流密度” $j_{MN}(z)$, 使得 $I_{MN}(z)$ 还随 MN 的大小和位置而变化。这样就克服了物探电法中勘探深度与 MN 无关的局限性。如果讨论的是分层介质,则应该注意不同层中由于 ρ 值不同, $j_{MN}(z)$ 在界面上不连续,因而在由 $j_{MN}(z)$ 求 $I_{MN}(z)$ 时也应分段考虑。

一般说来在考虑 MN 情况下,勘探深度的计算步骤如下:(以均匀半无限介质、四极对称装置为例)令 $\overline{AB} = 2L$, $\overline{MN} = 2a$, $Q = \frac{\rho I}{2\pi}$, ρ 为介质电阻率, I 为供电电流:

$$\Delta u_{MN}(z) = 2Q \left\{ \frac{1}{[(L-a)^2 + z^2]^{1/2}} - \frac{1}{[(L+a)^2 + z^2]^{1/2}} \right\} \quad (2)$$

以 $\frac{\Delta u_{MN}(z)}{2a}$ 表示该两点间水平方向上的平均电场强度:

$$E_{MN}(z) = \frac{\Delta u_{MN}(z)}{2a} = \frac{Q}{a} \left\{ \frac{1}{[(L-a)^2 + z^2]^{1/2}} - \frac{1}{[(L+a)^2 + z^2]^{1/2}} \right\} \quad (3)$$

以 $\frac{E_{MN}(z)}{\rho}$ 表示水平方向上的“平均电流密度”:

$$j_{MN}(z) = \frac{Q}{\rho a} \left\{ \frac{1}{[(L-a)^2 + z^2]^{1/2}} - \frac{1}{[(L+a)^2 + z^2]^{1/2}} \right\} \quad (4)$$

$$I_{MN}(z) = \int_0^z j_{MN}(z) dz = \frac{Q}{\rho a} \left\{ L \ln \frac{z + \sqrt{z^2 + (L-a)^2}}{z + \sqrt{z^2 + (L+a)^2}} + L \ln \left| \frac{L+a}{L-a} \right| \right\} \quad (5)$$

$$I_{MN}(\infty) = \int_0^\infty j_{MN}(z) dz = \frac{Q}{\rho a} L \ln \left| \frac{L+a}{L-a} \right| \quad (6)$$

$$\text{比值}(Gz) = \frac{I_{MN}(z)}{I_{MN}(\infty)} = 1 + L \ln \frac{z + \sqrt{z^2 + (L-a)^2}}{z + \sqrt{z^2 + (L+a)^2}} \bigg/ L \ln \left| \frac{L+a}{L-a} \right| \quad (7)$$

令 $G(z) = \frac{I_{MN}(z)}{I_{MN}(\infty)} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 这时求得的 z 值为勘探深度的值。

以下给出由新定义导出的二层、三层水平介质上四极对称装置和二层水平介质上赤道偶极装置的勘探深度计算公式:

(1) 二层水平介质上四极对称装置的勘探深度计算公式:

$z \leq H_1$ 时:

$$I_{1MN}(z) = \frac{Q}{\rho_1 a} \left\{ -\frac{\rho_2}{\rho_1} L \ln \left| \frac{L+a}{L-a} \right| + \sum_{n=0}^{\infty} K_1^n L \ln \frac{z + 2nH_1 + \sqrt{(z + 2nH_1)^2 + (L-a)^2}}{z + 2nH_1 + \sqrt{(z + 2nH_1)^2 + (L+a)^2}} + \right.$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} K_1^n L n \frac{z - 2nH_1 + \sqrt{(z - 2nH_1)^2 + (L - a)^2}}{z - 2nH_1 + \sqrt{(z - 2nH_1)^2 + (L + a)^2}} \quad (8)$$

$$z \geq H_1 \text{ 时: } I_{2MN}(z) = \frac{Q}{\rho_1 a} \left\{ L n \left| \frac{L + a}{L - a} \right| + \sum_{n=0}^{\infty} K_1^n (1 - K_1) L n \frac{z + 2nH_1 + \sqrt{(z + 2nH_1)^2 + (L - a)^2}}{z + 2nH_1 + \sqrt{(z + 2nH_1)^2 + (L + a)^2}} \right\} \quad (9)$$

$$I_{MN}(\infty) = \frac{Q}{\rho_1 a} L n \left| \frac{L + a}{L - a} \right| \quad (10)$$

这里的 $K_1 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$, ρ_1, ρ_2 分别为第一层, 第二层介质的电阻率, H_1 为层的厚度,

取 $\overline{AB} = 2L$, $\overline{NM} = 2a$, $Q = \frac{\rho_1 I}{2\pi}$, I 为供电电流。坐标如图 3 所示。

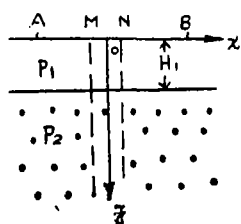


图 3

$$\begin{cases} G_1(z) = I_{1MM}(z) / I_{MN}(\infty) \\ G_2(z) = I_{2MN}(z) / I_{MN}(\infty) \end{cases} \quad (11)$$

当 $G_1(H_1) < \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时, 勘探深度由 $G_2(z) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

求得; 当 $G_1(H_1) > \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时, 勘探深度由 $G_1(z) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

求得。

(2) 三层水平介质上四极对称装置的勘探深度计算公式:

$$\begin{aligned} G_1(z) = & 1 - \left[L n \frac{z + \sqrt{z^2 + (L - a)^2}}{z + \sqrt{z^2 + (L + a)^2}} + \right. \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i (-1)^j C_2^j C_1^i K_1^{n-i+j} \cdot K_2^j \cdot \\ & \cdot \left\{ K_1 \left[L n \frac{z + 2H_2i + 2H_1(n-i-j+1) + \sqrt{(z + 2H_2i + 2H_1(n-i-j+1))^2 + (L - a)^2}}{z + 2H_2i + 2H_1(n-i-j+1) + \sqrt{(z + 2H_2i + 2H_1(n-i-j+1))^2 + (L + a)^2}} - \right. \right. \\ & - L n \frac{2H_2i + 2H_1(n-i-j+1) - z + \sqrt{(2H_2i + 2H_1(n-i-j+1) - z)^2 + (L - a)^2}}{2H_2i + 2H_1(n-i-j+1) - z + \sqrt{(2H_2i + 2H_1(n-i-j+1) - z)^2 + (L + a)^2}} \left. \right] + \\ & \left. + K_2 \left[L n \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{2H_2(i+1) + 2H_1(n-i-j) + z + \sqrt{[2H_2(i+1) + 2H_1(n-i-j) + z]^2 + (L-a)^2}}{2H_2(i+1) + 2H_1(n-i-j) + z + \sqrt{[2H_2(i+1) + 2H_1(n-i-j) + z]^2 + (L+a)^2}} \\
& - L_n \\
& \frac{2H_2(i+1) + 2H_1(n-i-j) - z + \sqrt{[2H_2(i+1) + 2H_1(n-i-j) - z]^2 + (L-a)^2}}{2H_2(i+1) + 2H_1(n-i-j) - z + \sqrt{[2H_2(i+1) + 2H_1(n-i-j) - z]^2 + (L+a)^2}} \Bigg] \\
& \cdot \left[L_n \left| \frac{L-a}{L+a} \right| \right]^{-1} \quad (12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_2(z) &= 1 - \left[\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i (-1)^i C_n^i C_i^j K_1^{n-i+j} K_2^j (1-K_1) \cdot \right. \\
& \left\{ \ln \frac{2H_2 i + 2H_1(n-i-j) + z + \sqrt{[2H_2 i + 2H_1(n-i-j) + z]^2 + (L-a)^2}}{2H_2 i + 2H_1(n-i-j) + z + \sqrt{[2H_2 i + 2H_1(n-i-j) + z]^2 + (L+a)^2}} \right. \\
& \left. - K_2 L_n \right. \\
& \left. \frac{2H_2(i+1) + 2H_1(n-i-j) - z + \sqrt{[2H_2(i+1) + 2H_1(n-i-j) - z]^2 + (L-a)^2}}{2H_2(i+1) + 2H_1(n-i-j) - z + \sqrt{[2H_2(i+1) + 2H_1(n-i-j) - z]^2 + (L+a)^2}} \right\} \\
& \cdot \left[L_n \left| \frac{L-a}{L+a} \right| \right]^{-1} \quad (13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_3(z) &= 1 - \left[\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i (-1)^i C_n^i C_i^j K_1^{n-i+j} K_2^j (1-K_1) \cdot (1-K_2) \cdot \right. \\
& \cdot L_n \frac{2H_2 i + 2H_1(n-i-j) + z + \sqrt{[2H_2 i + 2H_1(n-i-j) + z]^2 + (L-a)^2}}{2H_2 i + 2H_1(n-i-j) + z + \sqrt{[2H_2 i + 2H_1(n-i-j) + z]^2 + (L+a)^2}} \\
& \cdot \left[L_n \left| \frac{L-a}{L+a} \right| \right]^{-1} \quad (14)
\end{aligned}$$

这里除 ρ_3 —为第三层介质的电阻率、 $K_2 = \frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_3 + \rho_2}$ 、 H_2 —为第二层介质的底部深度之外,

其它符号同于二层介质, 如图4所示。

当 $G_1(H_1) > \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时, 勘探深度由 $G_1(z) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 求得。

当 $G_1(H_1) < \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时, 再来考察 $G_2(H_2)$, 当 $G_2(H_2) > \frac{\sqrt{2}}{2}$, 勘探深度由

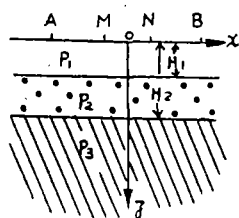


图 4

$G_2(z) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 求得, 当 $G_2(H_2) < \frac{\sqrt{2}}{2}$, 勘探深度

由 $G_3(z) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 求得。

(3) 二层水平介质上赤道偶极装置的勘探深度计算公式:

$$G_1(z) = \sum_{n=0}^{\infty} K_1^n \frac{2nH_1 + z}{[L^2 + (2nH_1 + z)^2]^{1/2}} + \sum_{n=0}^{\infty} K_1^n \frac{z - 2nH_1}{[L^2 + (2nH_1 - z)^2]^{1/2}} \quad (15)$$

$$G_2(z) = \sum_{n=0}^{\infty} K_1^n (1 - K_1) \frac{2nH_1 + z}{[L^2 + (2nH_1 + z)^2]^{1/2}} \quad (16)$$

这里的符号同前, 赤道装置的极距为 L 。

当 $G_1(H_1) > \frac{\sqrt{2}}{2}$, 勘探深度由 $G_1(z) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 求得, 当 $G_1(H_1) < \frac{\sqrt{2}}{2}$,

勘探深度由 $G_2(z) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 求得。

四层以上介质的结果可用类似的方法求得。

3. 计算结果:

A. 与断面电性结构的关系

(1) 二层水平介质中四极对称装置勘探深度计算结果:

表 1

$AB = 1000$ 米 $MN = AB/10$ $H_1 = 50$ 米

ρ_2/ρ_1	0.02	0.1	0.2	0.5	1	2	5	10	50
勘探深度 (米)	543	535	530	520	498	455	358	236	0

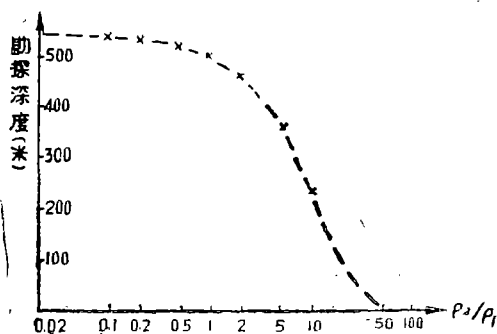


图 5

表 2 $AB = 1000$ 米 $MN = AB/10$
 $H_1 = 300$ 米

ρ_2/ρ_1	0.02	0.2	1	5	10
勘探深度(米)	676	636	498	263	238

(2) 三层水平介质、四极对称装置计算结果(见表 3)：

表 3 $AB = 1000$ 米 $MN = AB/10$ 第一层厚度 $h_1 = 60$ 米 第二层厚度 $h_2 = 240$ 米

ρ_2/ρ_1	5	5	5	5	5	5	0.5	0.5	0.5	20	20
ρ_3/ρ_2	100	20	5	2	0.5	0.01	5	2	0.5	2	20
勘探深度	136	148	180	240	440	576	272	408	600	52	48

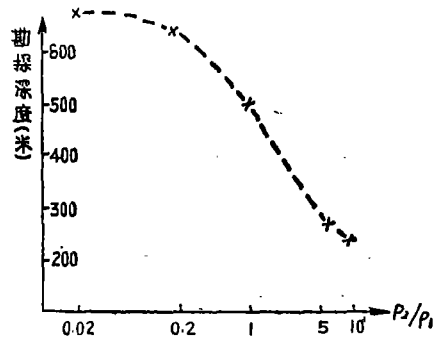


图 6

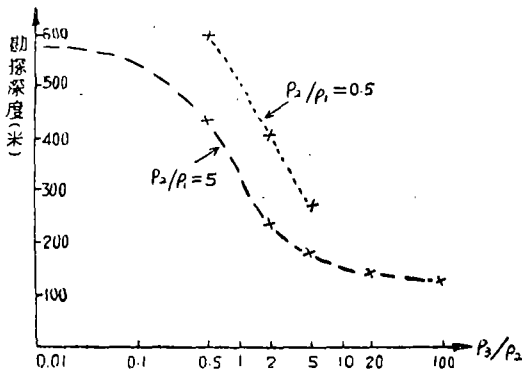


图 7

可以看出，下伏地层的电阻率越高，勘探深度越小；下伏地层电阻率越低，其勘探深度越大。在二层介质中，“低阻型”比“高阻型”勘探深度大；在三层介质中，有 Q 型电探曲线的地层中勘探深度

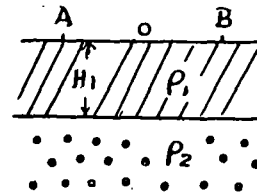


图 8

最大，A 型最小，H、K 型居中。

B 与极距 AB 大小的关系 现仅以二层水平介质中四极对称装置的计算结果来说明(见表 4)。

表 4 $H_1 = 100$ 米 $MN \rightarrow 0$

勘 探 深 度 ρ_2/ρ_1	1000	100	10	5	2	0.5	0.2	0.1	0.01	0.001
$AB = 600$ 米	70	70	85	125	240	330	355	365	375	375
$AB = 1000$ 米	70	70	110	280	430	535	565	575	580	580
$AB = 1600$ 米	70	75	315	535	720	840	870	880	885	885

可见，随着AB的增大，勘探深度也在增大，但不成比例。当断面是高阻型时，勘探深度随AB增大的效果不如低阻型好，低阻型条件下效果显著。

C. 与MN大小的关系

- (1) 二层水平介质中四极对称装置计算结果（见表5）；
- (2) 三层水平介质、四极对称装置计算结果（见表6）；

表 5 AB = 1000米

勘 探 深 度 \ MN	AB/10	AB/5	AB/2	0.8AB	1.5AB
$\rho_2/\rho_1 = 10$	230	225	185	100	300
$\rho_2/\rho_1 = 0.1$	535	530	485	370	630

表 6 AB = 1000米

勘 探 深 度	ρ_2/ρ_1	0.5	0.5	0.5
	ρ_3/ρ_2	5	2	0.5
MN = AB/10		272	408	600
MN = AB/3		268	388	576

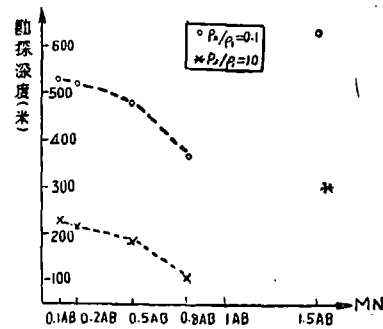


图 9

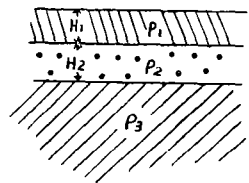


图 10

由计算结果看出，当MN在AB之间时，随着MN间距离的增大，勘探深度在减小，当MN在AB之外时，勘探深度就要比MN在AB之内时大，由互换原理知道这是相当于增大了电极距的结果。同时由导出的公式可以看出，L、a互换（相当于AB与MN互换位置）并不影响计算结果。因此新定义是符合互换原理的。

D. 与装置类型的关系 现以赤道偶极装置和四极对称装置在二层水平介质中的计算结果，对比说明勘探深度与装置类型的关系，计算结果是（见表7）：

表 7 $H_1 = 100$ 米

勘 探 深 度 \ P_2/P_1	1000	100	10	1	0.1	0.01	0.001
赤道偶极装置极距1000米	70	80	445	1000	1090	1100	1100
四极对称装置极距1000米	70	70	110	500	575	580	580

显而易见，赤道偶极装置的勘探深度在同样极距下比四极对称装置要大。特别是在低阻

条件下更为明显。为了充分显示偶极装置勘探深度大的特点, 下面给出电极距为3000米的赤道装置在不同电性结构的二层水平介质中的计算结果(见表8):

表8 $L = 3000\text{米}$ $H_1 = 600\text{米}$

ρ_2/ρ_1	1000	100	10	5	2	1	0.5	0.2	0.1	0.01
勘探深度	425	440	660	1680	2590	3000	3235	3395	3455	3505

综上所述, 本文以 $I_{MN}(z)$ 分布定义的勘探深度能够反映电法勘探中的一般规律, 并且把台址的因素、装置的因素综合反映到勘探深度的表达式中, 对各种装置在不同电性结构的地层下, 以同一个标准统一地给出衡量探测能力的定量指标, 这是物探中以供电电极AB中垂线上的电流密度衰减情况定义勘探深度所做不到的。

三、探测范围的讨论

在电法勘探理论中, 通过对测深曲线渐近线的讨论, 提出了电探时存在着两个勘探界面即勘探的上界面与勘探的下界面。在这两个界面之外的介质中, 如果电阻率发生变化, 对地表的 ρ_s 测量没有什么影响, 只有在这两个界面之内的电阻率变化才能被发现, 这两个界面之间的范围称之为探测范围(或勘探体积)。对预报地震的地电阻率法来说, 探测范围的讨论直接涉及到作为孕震讯息的下部介质电阻率变化和表层干扰引起的上部介质电阻率变化能否进入这个范围的问题, 因此探测范围的讨论是十分重要的。但是在一般的电法勘探书中并没有详细的讨论这个范围的大小及影响因素。而在人们通常的印象中, 探测范围是一个固定不变的介质体范围, 其下界面深度就是物探电法中所指的勘探深度(即 $\frac{AB}{\sqrt{2}}$ 或 $\frac{AB}{2}$)。

下面就以均匀介质中四极对称装置($MN \rightarrow 0$)探测时所计算的探测范围上下界面来说明这个范围的大小和影响因素。

1. 均质中四极对称装置($MN \rightarrow 0$)的探测范围计算公式

设电阻率为 ρ_0 的均匀介质上, 用 $AB = 2L$ 的四极装置测量。现在考察由于某种原因在H深度以下, 介质的电阻率变为不同于均质电阻率的另一值 $\rho_2 = \rho_0 + \Delta\rho$ 时, 引起地表 ρ_s 测量的相对变化量:

由二层视电阻率公式可以求得:

$$\frac{\Delta\rho_s}{\rho_0} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_1^n \cdot L^3}{[L^2 + (2nH)^2]^{3/2}} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_1^n}{\left[1 + \left(\frac{n}{A}\right)^2\right]^{3/2}} \quad (17)$$

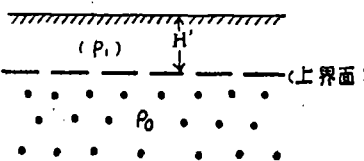
其中 $K_1 = \frac{\rho_2 - \rho_0}{\rho_2 + \rho_0} = \frac{\rho_2/\rho_0 - 1}{\rho_2/\rho_0 + 1}$, $A = \frac{L}{2H}$, 若仪器的误差为 ε , 则能使地表仪器有可辨认变化的最大H值应满足:

$$2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_1^n}{\left[1 + \left(\frac{n}{A}\right)^2\right]^{3/2}} = \varepsilon \quad (18)$$

由上式求出的H即为深部变化从 ρ_0 到 ρ_2 时探测范围的下界面深度的理论值。当这种深部变化

的顶面低于该理论值时,地表测得的视电阻率变化小于仪器观测误差,则不能被地表仪器所探测;反之,当顶面高于该值时,地表将可测出。

同样考虑由于某种原因,介质的上部位于 H' 深度以上的介质电阻率由 ρ_0 变为 ρ_1 (图11),这时 ρ_s 值由原来的 ρ_0 变为 $\rho'_s = \rho_0 + \Delta\rho_s$,由二层介质的视电阻率公式:

$$\rho_0 + \Delta\rho_s = \rho_1 + 2\rho_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_1^n}{\left[1 + \left(\frac{n}{A}\right)^2\right]^{3/2}}$$


其中 $K_1 = \frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_0 + \rho_1}$, $A = \frac{L}{2H'}$ 。

图 11

由电法理论可知:当 $L \gg H'$ 时,所测得 ρ'_s 趋于下层的 ρ_0 ,这时上部介质的电阻率变化不会引起测量数值的改变。由于 $L \gg H'$,所以 $A = \frac{L}{2H'} \rightarrow \infty$,则 $\frac{n}{A}$ 为一阶无穷小量。考虑到这个

条件,适当整理上式可得到:

$$\frac{\Delta\rho_s}{\rho_0} = \frac{-3}{4A^2} \left[\left(\frac{\rho_0}{\rho_1} \right)^2 - 1 \right] \quad (19)$$

当仪器的误差仍为 ε ,那么使仪器有可辨认变化的最小 H' 值为:

$$H' = \frac{L}{2} \left\{ \left| \frac{3}{4\varepsilon} \left[\left(\frac{\rho_0}{\rho_1} \right)^2 - 1 \right] \right| \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (20)$$

由此求得的 H' 为表层变化从 ρ_0 到 ρ_1 时上界面的深度的理论值。

2. 计算结果:

取 $\varepsilon = 0.01$, $AB = 1000$ 米均质中探测范围上下界面的计算结果(见表9):

表 9

ρ_2/ρ_0	1000	500	200	101	50	20	10	5	2	0.5	0.2	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
下 界 面 深度	1531.78	1530.49	1526.62	1519.72	1507.16	1461.69	1404.69	1293.47	996.14	996.04	1216.36	1340.32	1364.99	1373.19	1376.85	1378.30	1380.12
ρ_1/ρ_0	1000	500	200	100	50	20	5	2	0.5	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
上 界 面 深度	28.80	28.80	28.80	28.80	28.87	28.90	29.46	33.33	16.67	5.89	2.90	1.45	0.58	0.29	0.14	0.06	0.03

取 $\varepsilon = 0.01$, $AB = 2000$ 米的计算结果(见表10):

表10

ρ_2/ρ_0	1000	500	200	100	50	20	10	5	2	0.5	0.2	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
下 界 面 深度	3063.57	3060.98	3053.24	3039.44	3014.33	2923.37	2809.51	2586.94	1992.28	1932.08	2432.73	2680.64	2729.98	2746.38	2753.71	2758.60	2760.24
ρ_1/ρ_0	1000	500	200	100	50	20	5	2	0.5	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
上 界 面 深度	57.74	57.74	57.47	57.47	57.75	57.81	58.93	66.67	33.33	11.79	5.80	2.89	1.15	0.58	0.29	0.12	0.06

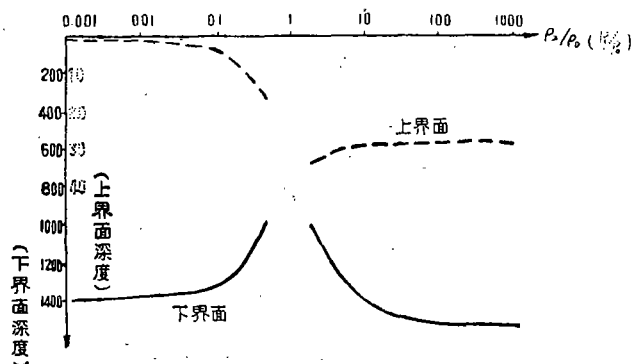


图 12

3. 讨论:

由计算结果可以明显地看出以下几点:

从理论上讲,电探时介质内确实存在着两个界面。这两个界面所决定的范围大小与电性变化量有很大的关系。当电阻率变化量大时,探测范围就大;当变化量小时,探测范围亦小。因此探测范围不是固定不变的,而是随电性变化量的大小而扩大或缩小。

在均匀介质、四极对称装置下,利用精度为1级的仪器*其探测下界面最大深度可达1.5倍的AB。这比通常认为的要大。如果采用较大极距的偶极装置,其下界面深度则是十分可观的。同时看到探测范围的下界面深度即使在均匀介质条件下一般并不等于物探电法中的勘探深度0.71AB或0.5AB,而是当深部电阻率有2倍以上变化时,其下界面的深度可从AB变到1.5AB。

探测范围随着AB的增大而成比例下移。因此增大AB对于探测深部电阻率变化,减小浅部干扰是非常有利的。

同时还可看出探测范围的上界面不仅与电阻率的变化量有关,而且与电阻率的变化方式有关(即变化是比原来增加还是减少有关)。在相同变化量之下,变化减少(即 $\rho_1 < \rho_0$ 时)比变化增大时(即 $\rho_1 > \rho_0$)上界面的深度要浅。这就是说,当地层上部有小于原介质电阻率的变化时,容易被探测到。此外,由上下界面的计算公式可以看到,探测范围还与仪器的精度有关,当提高仪器精度时,探测范围可以扩大。

在多层介质中,探测范围还与介质电性结构有关。四极对称装置在“高阻型”和“低阻型”二层水平介质中探测范围下界面的计算结果,就能很好地说明这种关系。设 ρ_1 、 ρ_2 为二层水平介质的第一层、第二层介质的电阻率,由于某种原因下部出现从 ρ_3 到 ρ_2 的变化时,(同均质中一样的步骤导出下界面深度计算公式,这时要用到三层水平介质的视电阻率公式)(8)下界面的深度为(见表11、12):

表11

高阻型断面
 $\rho_2/\rho_1 = 100$

ρ_3/ρ_2	0.5	5	20
下界面深度(米)	432	641	790

*精度为1级,即设仪器观测相对误差为1%

表12

低阻型断面
 $\rho_2/\rho_1 = 0.5$

ρ_3/ρ_2	0.5	5	20
下界面深度(米)	975	1297	1463

对比可见“低阻型”相对“高阻型”介质，其下界面要下移。显然在多层介质中，下伏层电阻率越低时，探测的要越深一些。

四、勘探深度和探测范围的关系

由以上讨论可以看出，勘探深度与探测范围并不是完全相同的概念，它们之间的区别之一是：探测范围是电探时实际存在的、给异常量以主要贡献的介质体范围。这个范围当装置一定、台址一定、变化量一定时，其大小和在介质中的位置是确定的。因此探测范围是实在的、非人为决定的一个概念。对勘探深度来说则不一样，它是为了衡量探测能力而选定的量，具有相对性。这主要表现在勘探深度是用相对比较的办法来定义的。当定义勘探深度时依据的物理量和人为选定的“标准情况”下勘探深度数值不相同，整个勘探深度的数值亦随之而不同，不过不会有趋势性的差异。区别之二是：勘探深度是一个仅由装置和台址两个“静止”条件决定的量。只要台址条件已知，装置选定，勘探深度就可算出。探测范围不仅仅决定于装置和台址，还要取决于介质内部各部分电阻率变化的大小和方式，因此探测范围是一个动态量。不应把两者混淆在一起。

虽然两者有区别，但更重要的是它们有着十分密切的联系。从两者与电极距的关系、与地层电性结构的关系，可以看出它们所反映问题的一致性。在相同变化量之下，勘探深度大的，其探测范围下界面亦深。这种关系也可以从下面二层水平介质四极对称装置的计算结果（见表13）看出：

表13 $AB = 1000$ 米 $H_1 = 100$ 米(1) 当出现的 $\rho_3 = 20\rho_2$

ρ_2/ρ_1	100	0.5
勘探深度	70	535
下界面深度	790	1463

(2) 当出现的 $\rho_3 = 5\rho_2$

ρ_2/ρ_1	100	0.5
勘探深度	70	535
下界面深度	641	1297

(3) 当出现的 $\rho_3 = 0.5\rho_2$

ρ_2/ρ_1	100	0.5
勘探深度	70	535
下界面深度	432	975

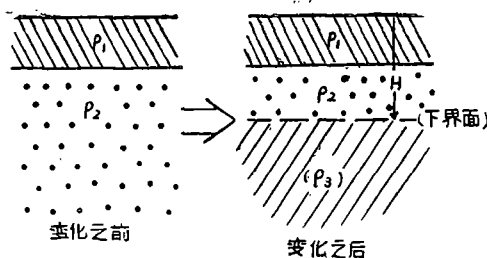


图 13

例如当下部都出现20倍于 ρ_2 的变化时,勘探深度为535米的地层,它的下界面深度是1463米,勘探深度为70米的下界面深度是790米,显然前者均比后者大。所以勘探深度和探测范围是以不同的方式表达了在一定装置、一定台址条件下,所能探测深部电阻率变化的能力,只不过探测范围的下界面是实际探测的绝对能力,而勘探深度是探测能力的相对表征。由于它们有这种密切的一致关系,我们总可以用容易算得的勘探深度去比较不同台址条件下,当出现相同变化量时探测范围下界面的深浅趋势,也即通常说的台址比较。因此勘探深度可以统一的给出台址优劣的定量指标。同时由于勘探深度综合了装置、台址两方面的因素,它也可以给已建台的不同装置或装置系数的台站之间提供定量比较依据。显然勘探深度有一定的实用价值。

五、介质纵横向不均匀时, 勘探深度的计算方法

在介质纵横向都不均匀的情况下,勘探深度的计算公式同视电阻率计算一样都不能用解析式给出。这时只能借助于数值计算。其中简单而又实用的是有限元法。有限元法是从变分原理出发去构造逼近边值问题的差分格式,对于解椭圆型方程的边值问题已有成套的理论和办法。因此可以先算出所研究问题的电位分布(这是一系列离散的数值),再根据公式

$j_{MN}(z) = \frac{\Delta u_{NM}(z)}{MN \cdot \rho_1}$ 计算出不同深度的 $j_{MN}(z)$ 值,最后进行数值积分求出 $I_{MN}(z)$ 、

$I_{MN}(\infty)$ 。由于 $j_{MN}(z)$ 也是一些分离值,积分时可采用线性内插的办法,由

$G(z) = \frac{I_{MN}(z)}{I_{MN}(\infty)} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 即可求出勘探深度。由此看出这里的关键在于求电位分布。在求

电位分布之前,必须将我们的物理问题化为数学问题。由于供电电极上给定的是积分边界条件,因此化该条件为第一类边界条件又是求电位分布的关键。本文在附录中给出了四极法场问题化作数学问题的过程及电极上边界条件的处理方法,在变为数学问题之后,其解法可用一般三维椭圆型方程的有限元法。原则上在剖分网格越小时,其解越趋于真解。当层数较多时,以上方法对于水平多层介质的勘探深度计算同样也很方便。应该指出,即使对于水平层状介质,由于在多层情况下理论公式本身比较复杂,因此亦可采用有限元法通过计算机进行计算,其程序通用,因而也可使之简化,有限元法的具体做法就不赘述了。

在本文计算过程中,得到本所传输和计算研究室邵世勤同志的支持和帮助,在此表示感谢。

附录 《利用有限元法解四极法场问题时边界条件的处理》

在分区均匀的半无限介质上,用A、B供电时,在每块均匀区域内电位都满足 $\nabla^2 \phi_i = 0$ (ϕ_i 为第*i*块介质中的电位分布);在块与块的界面上满足电位连续、电流密度法向分量连续的连续条件;在无穷远处,其电位为零;在两个电极上满足: $-\iint_{S_A} \sigma_A \frac{\partial \phi_A}{\partial n} ds = I$ 与 $-\iint_{S_B} \sigma_B \frac{\partial \phi_B}{\partial n} ds = -I$ 。 (σ_A 、 σ_B 为电极所在介质的电导率; I —为供电电流)。

上面实际上给出一个边值问题。但是在电极A、B上的积分边界条件在利用有限元法时不

能直接使用,为此必须加以处理。

(1) 边界条件的处理

首先认为A、B电极是有一定尺寸大小的,其上电位也不再是无穷大,而分别为a、b。
(这样处理与实际情况更接近)。根据场的迭加原理,将A与B电极在介质中产生的电位分布 ϕ_i 分成两部分之和: $\phi_i = \phi_i^A + \phi_i^B$ 。其中 ϕ_i^A —是电极A上电位为a,而电极B上电位为零时,在介质中产生的电位分布; ϕ_i^B —是电极A上电位为零、而电极B上电位为b时,在介质中产生的电位分布。

$$\text{令 } \phi_i^A = au_i^A, \phi_i^B = bu_i^B$$

则得到: $\phi_A^A(\text{A电极}) = au_A^A(\text{A电极}) = a, \therefore u_A^A(\text{A电极}) = 1$

$$\phi_B^A(\text{B电极}) = au_B^A(\text{B电极}) = 0, \therefore u_B^A(\text{B电极}) = 0$$

$$\text{同理: } \begin{cases} u_A^B(\text{A电极}) = 0, \\ u_B^B(\text{B电极}) = 1, \end{cases}$$

这样上述问题就变成下面两个边值问题:

$$(I) \begin{cases} \nabla^2 u_i^A = 0 \\ \text{在各分界面上: } u_i^A = u_j^A, \sigma_i \frac{\partial u_i^A}{\partial n} = \sigma_j \frac{\partial u_j^A}{\partial n} \\ \text{在电极表面: } \begin{cases} u_A^A(\text{A电极}) = 1 \\ u_B^A(\text{B电极}) = 0 \end{cases} \\ \text{在除A、B之外的地表面上: } \frac{\partial u_m^A}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad (m \text{ 为地表介质}) \\ \text{在无限远处: } u_k^A(\infty) = 0 \quad (k \text{ 为无限远处介质}) \end{cases}$$

$$(II) \begin{cases} \nabla^2 u_i^B = 0 \\ \text{在各分界面上: } u_i^B = u_j^B, \sigma_i \frac{\partial u_i^B}{\partial n} = \sigma_j \frac{\partial u_j^B}{\partial n} \\ \text{在电极A、B表面: } \begin{cases} u_A^B(\text{A电极}) = 0, \\ u_B^B(\text{B电极}) = 1, \end{cases} \\ \text{在地表面上: } \frac{\partial u_m^B}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \\ \text{在无限远处: } u_k^B(\infty) = 0 \end{cases}$$

这里a、b仍是未知的,但可由下两式:

$$\begin{cases} -a \iint_{S_A} \sigma_A \frac{\partial u_A^A}{\partial n} ds - b \iint_{S_A} \sigma_A \frac{\partial u_A^B}{\partial n} ds = I \\ a \iint_{S_B} \sigma_B \frac{\partial u_B^A}{\partial n} ds + b \iint_{S_B} \sigma_B \frac{\partial u_B^B}{\partial n} ds = I \end{cases}$$

在求得 u_i^A 、 u_i^B 之后唯一的确定。这样在分别求得 ϕ_i^A 、 ϕ_i^B 之后,迭加即为介质中的实际电位分布。

(2) 以上边值问题(I)(II)完全相同,只是坐标平移一下而已。其中每个边值问题都等价于下列变分问题:

$$J(u) = \iiint_G \frac{\sigma_i}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] dx dy dz = \min$$

并满足：在一个电极表面上 $u = 1$;
在另一个电极表面上 $u = 0$;
 $u(\infty) = 0$;

u, u', u'' 在介质 G 内连续。

到此，四极法的场问题完全化为一个能用有限元法处理的数学问题。

参 考 文 献

- [1] 达赫诺夫, 石油与天然气产地电法勘探(上册), 地质出版社1955.
- [2] 铁道部第四勘测设计院, 物理勘探基础知识(上册), 人民铁道出版社, 1979.
- [3] 钱家栋, 陈有发, 金安忠, 地电阻率法在地震预报中的应用, 地震出版社(待出版).
- [4] 长春地质学院, 电法勘探(构造物探专业用), 中国工业出版社, 1963.
- [5] E、M维亚特柯夫斯基, 电法勘探(上册), 地质出版社, 1959.
- [6] 吉林大学、大庆油田, 电法测井物理基础(下册).
- [7] 武汉大学、山东大学计算数学教研室, 计算方法, 人民教育出版社, 1979.

THEORETICAL DISCUSSION AND CALCULATION ABOUT DETECTIVE
DEPTH AND DETECTIVE RANGE IN EARTH
RESISTIVITY METHOD

Zhao He—yun Qian Jia—dong

(The Seismological Institute of Lanzhōu)

Abstract

Two fundamental concepts—detective depth and detective range mostly used in apparent resistivity method have been studied theoretically. Some problems including deficiencies about these two concepts in electrical prospecting have been discussed in this paper. In order to compare the underground condition of stations and study detective capability of stations, a sort of new definition of detective depth has been proposed, based on the theoretical formula of apparent resistivity in layered—medium. The detective depths in different structures and arrangements of current electrodes have been quantitatively calculated under a unified standard. Besides, the relations between the theoretical positions of upper and lower interface of detective range in media and the parameters such as the magnitude of variation of resistivity in the top—Layer or deep—Layer, the distance of current electrodes and the precision of instruments have been discussed. The calculation indicates that the maximum detective depth of the lower interface in media can be about 1.5 times as much as the distance between electrodes AB in homogeneous media, using Symmetrical—Four—Pole—arrangement and instruments whose precision is 1.0. The approach of increasing detective range have been suggested theoretically.

This paper also discusses the difference and the relation between these two concepts as well the method of calculating detective depth in inhomogeneous media in principle.