

模糊数学在地震预报和震源孕育模式 研究中的应用

冯德益^① 林命周^② 顾瑾平^① 楼世博^③ 陈化成^③

摘 要

模糊集的概念和方法是十多年前才提出来的,现在已在很多科学领域中得到了应用。

作者试图把模糊数学的知识引入地震预报。为此采用模糊语言对“正常”、“异常”作了初步探讨。初步确定了单项前兆异常和多项前兆异常的隶属函数。从方法上对编制预报程序作了大胆的设置。并以两个简单实例为样本作了内检,取得了一些初步结果。我们认为,采用模糊数学技巧具有诱人的前景。

一、前 言

迄今为止,地震学界存在着两种不同性质的预报,非确定性的概率预报和以观测资料为基础的确定性预报。姑且不论前者,即使是后者事实上也仍是很不确定的。有时纵然观测到了据说是较为确切的前兆,但往往不敢下决心作判断而处于举棋不定状态。于是人们一再要求提高观测精度、排除干扰。这种要求是合理的,是真正解决地震预报的关键。然而根据不相容原理:一个系统的复杂性增大时,我们使它精确的能力将减小,在达到一定的阈值以上时,复杂性和精确性将互相排斥^[1]。于是究竟要达到多高的精度才能解决地震预报问题,如何在现有的精度上尽可能作出正确判断……诸如此类的问题就接踵而来。

1965年Zadeh^[2]首先提出了模糊集的概念和方法。七十年代以来这一思想已广泛地渗透到各种领域中去。由于用模糊数学方法来处理经验性的信息具有简单方便,便于运算和利于吸收人的智慧和经验等优点,因此在判断地震前兆处于“正常”或“异常”的经验状态中具有独到之处。

总观而言,目前的地震预报有二种目标:一种是对固定地区作监视,它经常采用历史性类比的方法,由经验性的重现来进行;另一种要对不同地区作大面积的监视。前者类似于模糊聚类分析的工作,已有如文献^[3]的结果,后者即本文要讨论的重点。

①兰州地震研究所; ②上海市地震局; ③上海铁道学院。

二、几个基本概念

在地震预报的实践中，我们对某时刻出现的情况不能简单地指明为“正常”或“异常”。但可要求指出，此时的情况以多高的资格列入“异常”或“正常”。描述这一资格高低的数值称为隶属度。下面列出在本文讨论中所需引用的若干基本概念〔4〕。

定义1 若在一个集合X上给定一函数 $\mu_A(x)$ 满足：

$$0 \leq \mu_A(x) \leq 1, \quad x \in X$$

则称 $\mu_A(x)$ 决定了一个(X的)模糊子集A, $\mu_A(x)$ 称为A的隶属度。

定义2 若A是X的模糊子集，则普通集

$$A_\alpha = \{x \mid \mu_A(x) \geq \alpha\} \in X$$

称为A的 α 度普通子集。

定义3 设A、B是X的模糊子集，令

$$\mu_C(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\},$$

$$\mu_D(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\},$$

$$\mu_E(x) = 1 - \mu_A(x),$$

则以 $\mu_C(x)$ 、 $\mu_D(x)$ 和 $\mu_E(x)$ 为隶属度的模糊子集C、D和E分别称为A、B两集合之和(并)、交及A的余集，记作：

$$\text{和(并)} \quad A \cup B \triangleq C,$$

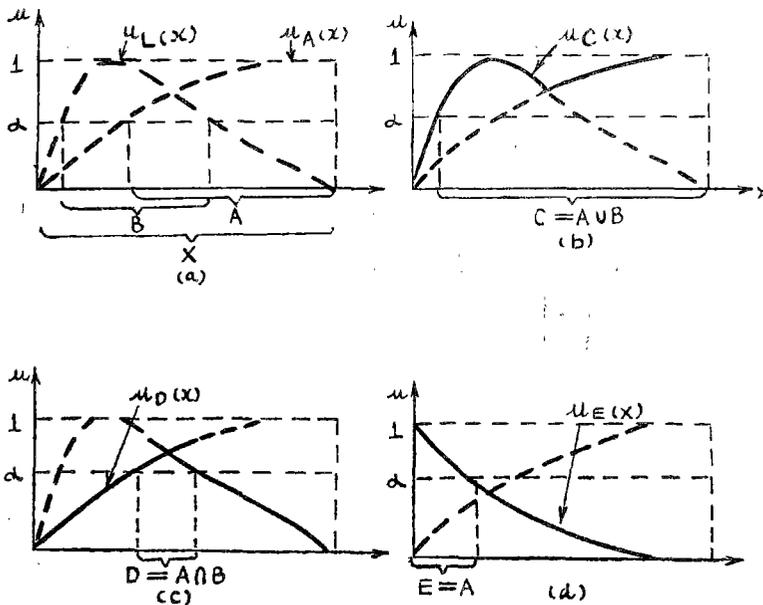


图1 模糊集的和、交及余集

图(a) - (d)分别示出在同一阈值 α 之下的模糊子集A, B, $A \cup B$, $A \cap B$ 以及 \bar{A} 的范围。

$$\begin{aligned} \text{交} & \quad A \cap B \triangleq D, \\ \text{余集} & \quad \bar{A} \triangleq E, \end{aligned}$$

如图1所示，而隶属度的运算则记为：

$$\begin{aligned} \mu_C &= \mu_A \vee \mu_B = \max \{ \mu_A, \mu_B \} \\ \mu_D &= \mu_A \wedge \mu_B = \min \{ \mu_A, \mu_B \} \\ \mu_E &= 1 - \mu_A \end{aligned}$$

隶属度有时也称为隶属函数、从属函数。

三、方法初探

1. 单项前兆异常隶属度的确定

本文先局限于判定模糊概念“正常”和“异常”。显然“正常”和“异常”互成补集。隶属函数

$$\mu_{\text{正}} = 1 - \mu_{\text{异}}$$

大量观测资料表明，大震前波速比、形变、水氩、电阻率……都会出现正或负异常，为图2所示。

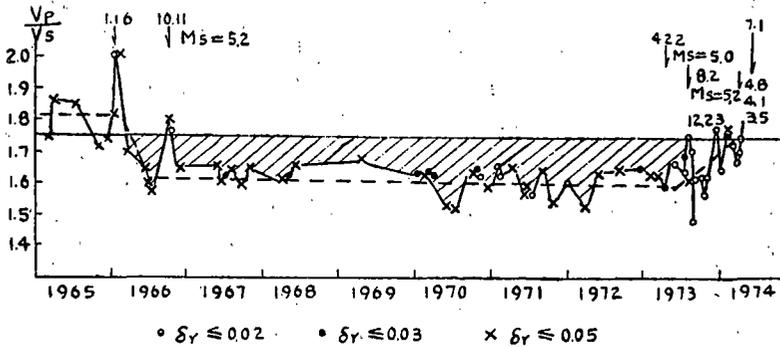


图2 永善7.1级地震前的波速比异常

由图2可以看出，在对数据进行必要的平滑处理后，转折期正常和异常的主要区别在于该图线的“平”和“斜”上（“斜”分斜率为正、负二种情况，但对仅判“正常”、“异常”两种状态来说，斜率为正和斜率为负都可统观为“斜”），在某一时间段即表示斜率的绝对值 $|K_i| = 0$ ，还是 $\neq 0$ 。于是我们可以构成形如：

$$\mu_i = \left[1 + \frac{\alpha_i}{|k_i| |r_i|} \right]^{-1} = \frac{1}{1 + \frac{\alpha_i}{|k_i| |r_i|}} \quad (1)$$

的函数，作为*i*类前兆异常的隶属函数。 μ_i 在 $[0, 1]$ 中取值。 μ_i 表示第*i*类前兆属于异常的资格。 μ_i 越大，该前兆属于异常的资格越大。 $\mu_i = 0$ 表示没有资格列入异常，即正常。 $|k_i|$ 是按下列公式求得的斜率绝对值：

$$|K_i| = \frac{|\sum x_i \sum y_i - n \sum x_i y_i|}{(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2} \quad (2)$$

$|r_i|$ 是相应的相关系数:

$$|r_i| = \frac{\sum x_i y_i - \frac{1}{n} (\sum x_i) (\sum y_i)}{\sqrt{[\sum x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum x_i)^2][\sum y_i^2 - \frac{1}{n} (\sum y_i)^2]}} \quad (3)$$

$$0 \leq |r_i| \leq 1$$

α_i 是经验常数,由各类前兆的样本学习而定。

由(1)可知,在 $|r_i|$ 不变的情况下, $|K_i| = 0$ 意味着图线呈“平”状,对应的 $\mu_i = 0$,即第 i 类前兆显示的属于异常的资格为0,表示正常, $|K_i| = \infty$ 意味着图线呈垂直,对应的 $\mu_i = 1$,表示第 i 类前兆显示的属于异常的资格为1,毫无疑问是异常。 $|K_i|$ 越大,图线越陡, μ_i 越大,表示属于异常的资格越高。

在 $|K_i|$ 不变的情况下, $|r_i| = 0$ 表示 $|K_i|$ 的回归直线和原数据不相关,此时求得的 $|K_i|$ 意义不大,不能反映什么情况,对应的 $\mu_i = 0$ 。既然 $|K_i|$ 意义不大,数据极端分散,属于可判的依据极小,基本上不能列为异常。 $|r_i| = 1$ 表示 $|K_i|$ 的回归直线和原始数据相关性较好。

$\mu_i = \left(1 + \frac{\alpha_i}{|k_i|}\right)^{-1}$ 完全由 $|k_i|$ 来定。 $|r_i|$ 越大; μ_i 也越多地取决于 $|k_i|$ 。

另外, α_i 在学习过程中的初始值可令 $\mu_i = 0.5$ 时的模糊界点来定。此时要求 $\alpha_i = |k_i| \cdot |r_i|$,令 $|r_i| = 1$,数据完全相关,则 $\alpha_i = |k_i|$ 。 $|k_i|$ 的模糊状态如下:凭经验,对水平直线偏 1° 是不易判准的。如取它作为 $\mu_i = 0.5$ 模糊界点时的值,则 $|k_i| = \text{tg}^{-1} \theta \approx 0.0175$ 。因此可取每一前兆的经验常数初始值 $\alpha_{i0} = 0.0175$,然后由样本(例如唐山地震、龙陵地震、松潘地震……)进行修正。修正可按文献[4]推荐的方法进行,其原则是修正出一个合适的 α_i 值,使得用 μ_i 来判定异常时,样本属异常的 μ_i 最小值大于属于不异常的最大值。

为了描述模糊概念“斜”的程度,可定义不同的“斜”状态。为下面研究方便,我们这里把“斜”划分为“微斜”、“缓斜”、“斜”、“剧斜”四种。如用“ $\mu_{\text{斜}}$ ”表示“斜”的隶属函数,则上述四种状态的隶属函数可分别定义为:

$$\begin{aligned} \mu_{\text{微斜}} &= \mu_{\text{斜}}^{0.25} \\ \mu_{\text{缓斜}} &= \mu_{\text{斜}}^{0.5} \\ \mu_{\text{斜}} &= \mu_{\text{斜}}^{1.0} \\ \mu_{\text{剧斜}} &= \mu_{\text{斜}}^{4.0} \end{aligned} \quad (4)$$

具体的指数,随着研究问题的深化可由具体资料作适当变化,以有利于对样本的误判率最小为准。

2. 多项前兆异常隶属函数的确定

经验表明,大震前在相当长时间内,有相当丰富的前兆现象,这些前兆记录可分二类:一类为间断性的前兆,如地震活动性、波速比、振幅比、小震震源机制变化……等,另一类为连续性前兆,如连续测量某物理量所得到的前兆信息:形变、倾斜、电阻率、应力,水氦

……等。但不管哪一类前兆量，经年度校正排除干扰，在图象上进行平滑抽象后，往往呈现出一定的图象，图 3 即由 DD 模式及 IPF 模式所预期的抽象图象。其它模式的研究结果及实际上的震例总结在细节上可能和图 3 会异样，但“正常”和“异常”的基本指标是分明的。“正常”时各类前兆基本上都是“平”的，异常时总有一些前兆是斜的、根据这一经验性指标即可设想下例判断方法。以图 3 为例而暂不计小震次数时作为标准图象（出现其他图象时在异常期 μ 的计算中可列入其它特征作和（并）），则当把异常期划分为四个阶段时有：异常的第 I 阶段 = 波速比异常 \cap 地形变稍异常 \cap 水氡异常 \cap 电阻率稍异常。异常的第 II 阶段 = （波速比稍异常 \cap 地形变异常 \cap 水氡异常 \cap 电阻率稍异常） \cap （波速比稍异常 \cap 地形变稍异常 \cap 水氡稍异常 \cap 电阻率稍异常）。异常第 III 阶段 = （波速比异常 \cap 地形变异常 \cap 水氡异常 \cap 电阻率异常） \cup （波速比异常 \cap 地形变微异常 \cap 水氡微异常 \cap 电阻率稍异常）。异常的第 IV 阶段 = （波速比微异常 \cap 异常地形变异常 \cap 水氡异常 \cap 电阻率微异常） \cup （波速比微异常 \cap 地形变微异常 \cap 水氡微异常 \cap 电阻率微异常）。

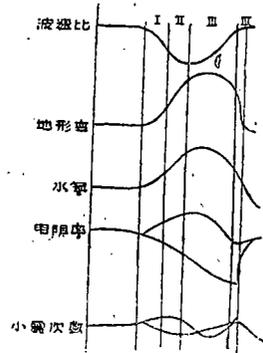


图 3 两种模式所预期的前兆图象

如果“微异常”对应图线“微斜”、“稍异常”对应“缓斜”，“异常”对应“斜”，则上述异常四阶段的隶属函数为：阶段 I

$$\mu^I = \mu_1 \wedge \mu_2^{0.5} \wedge \mu_3 \wedge \mu_4^{0.5}$$

$$\text{阶段 II } \mu^{II} = (\mu_1^{0.5} \wedge \mu_2 \wedge \mu_3 \wedge \mu_4^{0.5}) \vee (\mu_1^{0.5} \wedge \mu_2^{0.5} \wedge \mu_3^{0.5} \wedge \mu_4^{0.5})$$

$$\text{阶段 III } \mu^{III} = (\mu_1 \wedge \mu_2 \wedge \mu_3 \wedge \mu_4) \vee (\mu_1 \wedge \mu_2^{0.25} \wedge \mu_3^{0.25} \wedge \mu_4^{0.25})$$

$$\text{阶段 IV } \mu^V = (\mu_1^{0.25} \wedge \mu_2 \wedge \mu_3 \wedge \mu_4^{0.25}) \vee (\mu_1^{0.25} \wedge \mu_2^{0.25} \wedge \mu_3^{0.25} \wedge \mu_4^{0.25})$$

“异常”的隶属函数：

$$\mu_{\text{异}} = \mu^I \vee \mu^{II} \vee \mu^{III} \vee \mu^V$$

$$= [\mu_1 \wedge \mu_2^{0.5} \wedge \mu_3 \wedge \mu_4^{0.5}] \vee [(\mu_1^{0.5} \wedge \mu_2 \wedge \mu_3 \wedge \mu_4^{0.5}) \vee (\mu_1^{0.5} \wedge \mu_2^{0.5} \wedge \mu_3^{0.5} \wedge \mu_4^{0.5})] \vee [(\mu_1 \wedge \mu_2 \wedge \mu_3 \wedge \mu_4) \vee (\mu_1 \wedge \mu_2^{0.25} \wedge \mu_3^{0.25} \wedge \mu_4^{0.25})] \vee [(\mu_1^{0.25} \wedge \mu_2 \wedge \mu_3 \wedge \mu_4^{0.25}) \vee (\mu_1^{0.25} \wedge \mu_2^{0.25} \wedge \mu_3^{0.25} \wedge \mu_4^{0.25})] \quad (5)$$

“正常”的隶属函数则为

$$\mu_{\text{正}} = 1 - \mu_{\text{异}} = \overline{\mu_{\text{异}}} = \mu^I \vee \mu^{II} \vee \mu^{III} \vee \mu^V \quad (6)$$

3. 时空划分和各类前兆的取值

以上讨论的是多手段单一观测点的情况，事实上要监视的是大面积地区，小震在其上的分布是分散的，前兆观测点也如此，因此在具体处理时，需对时间和空间作两方面的约定。在空间上将大面积划分为单元，各单元的形状应尽可能是简单的几何图形，但其大小、形状不强求一律，每一单元内需保证供判断用的前兆点数量 ≥ 1 ，有过多观测点时可挑质量最高的一个，数目不宜过多，监视的时间步长可在间断性前兆和连续性前兆之间酌情处理：当小震稀少时，每发生一次小震可作一次全面积扫描；小震频繁时，可适当取固定步长，例如一个月一次全面积扫描；时间步长也不强求一律。

完成时空分割后即用上列方法算出各单元的 $\mu_{\text{正}}$ 和 $\mu_{\text{异}}$ ，各单元在该时的状态由 $\mu_{\text{正}}$ 和 $\mu_{\text{异}}$ 的

比较来定, $\mu_{正} > \mu_{异}$ 时判为“正常”, $\mu_{异} > \mu_{正}$ 时判为“异常”。然后将单元标上状态记号(利用不同色彩涂满单元), 在整个大面积图上, 正常单元趋于集中的地区判为正常, 异常单元趋于集中的地区判为异常、分布混乱构不成经验情况的暂判为“正常”。

计算过程中 y_i 数值的确定作如下规定:

(1) 波速比 如图4所示作空间分割, 以发生某小地震时作全面积扫描。各单元 y_i 可确定如下: 当小地震“0”发生时, 即由各台 $A_1 A_2 A_3 A_4$ (具体处理时台数可视要求而定) 的记录, 用文献[5]的方法对该地震求 oA_1 、 oA_2 、 oA_3 、 oA_4 射线上的波速比, 例如求得 oA_1 为1.69、 oA_2 为1.72、 oA_3 为1.70、 oA_4 为1.60, ①、②……为各单元标号。则若射线经过某单元, y_i 即取该射线上的值; 有数条射线经过同一单元的取算术平均值; 没有射线经过的单元取射线所夹锐角内二条射线值的中间插值均匀递增(递减)。在这样规定

下, 图4各单元波速比的 y_i 值如下: ①1.69; ② $\frac{1.72+1.70}{2} = 1.71$; ③1.72,

④ $\frac{1.69+1.72+1.70+1.60}{4} = 1.68$; ⑤1.60; ⑥ $\frac{1.60+1.70}{2} = 1.65$; ⑦1.71; ⑧1.60;

⑨1.60; ⑩1.65; ⑪1.70。

(2) 形变 对短水准、基线之类有观测网的, 在测线经过单元, 按各测点间的值均匀分割, 无测线经过的按(1)处理。

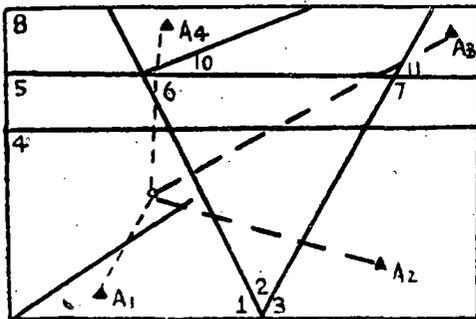


图4 空间单元划分

(3) 对单点连续观测前兆, 例如氦、应力、重力、水位、电阻率、磁……, 均用计算步长内的实测数据, 但需经年校正及排除干扰。由于在划分单元时已考虑过各单元内保证有判断所必需的前兆类型和测点, 故每单元内的 y_i 值总是保证的。如同类前兆不止一个, 可取质量最高者作代表, 并酌情处理。

在 $|k_i|$ 和 $|r_i|$ 计算过程中要注意 x_i 对各前兆要用统一的时间标度和比例。

四、应用简例

下面我们举出应用模糊数学方法判断前兆异常的两个简单实例。

第一个例子就是图2所示的永善7.1级地震前的波速比异常。由(1)式算出的隶属度 μ_1 随时间的变化如图5所示。若取阈值为90%, 则容易判别出初期(1966年)和末期(1974年初)的快速异常阶段。图5上同时给出了纵波速度 V_p 的隶度 μ_2 随时间的变化, 同样较好地反映出初期和末期的异常(阈值取80%), 尤以1973年下半年开始出现的末期异常更为明显。由图5可直接看出, 若取二者的和, 即用 $\mu \triangleq \mu_1 \vee \mu_2$ 作图, 并取阈值为90%, 则波速异常初期和末期阶段可更清晰地分辨出来。

第二个例子是1970年6月至12月天水形变电阻率 ρ 及天水马跑泉氡含量 R_a 的分析、据理论研究成果， $\rho_z = \rho_{EW} + \rho_N$ ，及 $\frac{\Delta R_a}{R_a}$ 均应与体积应变 ϵ 成比例，故我们将两者进行统一对比分析。图6为 ρ_z 及 R_a 三日滑动平均值随时间的变化曲线。在1970年6月到12月期间邻近地区仅发生两次较大地震，即8月8日岷县4.4级地震及12月3日西吉5.5级地震，距离均在150公里左右。由于种种原因，根据电阻率曲线难于确定出西吉地震前的异常起始时间，而根据水氡曲线又难于确定出岷县地震前的异常，现在我们使用模糊集方法，把隶属度定义为：

$$\mu_i = \left(1 + \frac{\alpha_i \cdot S_i}{k_i^2} \right)^{-1} \quad (7)$$

式中 k_i 由(2)式算出， S_i 为标准离差，由于

$$S = \sqrt{\frac{(1-r^2) l_{yy}}{n-2}}$$

$$l_{yy} = \sum y_i^2 - \frac{1}{n} (\sum y_i)^2$$

故 $|r|$ 增大意味着 S 减小，因此隶属度 μ 也可不与 r ，而与 S 相联系。

图7上为形变电阻率与水氡之和的隶属度 $\mu = \mu_\rho \vee \mu_{R_a}$ 随时间的变化，可以看出两次较大地震前的异常更易于识别，而且在临震前 μ 还有一定程度的回升趋势。

五、讨论

用本文的方法还只是发预报的第一步：首先判出那一地区是异常区。比较多次扫描后如某异常区相当稳定，则可监视其发展过程和异常区的演变情况。通过观测异常区随时间的变化及空间的变化情况，可用本方法中的 μ^I 、 μ^{II} 、 μ^{III} 、 μ^V 作出处于异常第几阶段的估计，並可以由经验公式（时空特征）作出地震三要素的中长期预报，然后再密切监视，配合中长期预报，在找到短临指标时发出预报。当然有关判异常的第几阶段及短临指标的模糊数学方法和本文讲

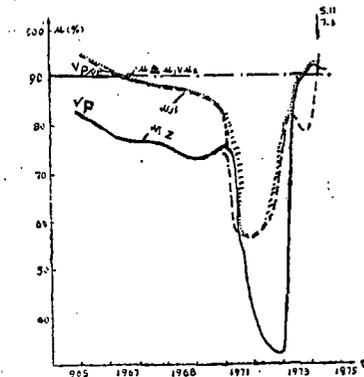


图5 永善7.1级地震前波速比 V_p/V_s 及P波速度 V_p 的隶属度随时间的变化

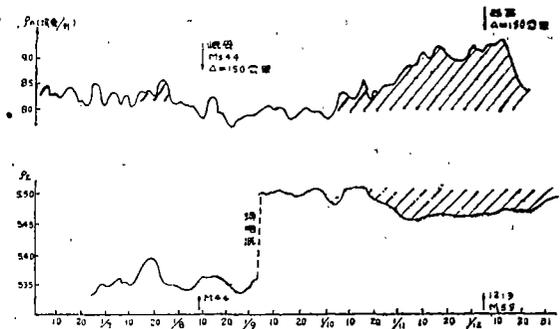


图6 1970年6—12月天水形变电阻率及马跑泉水氡滑动平均值随时间变化

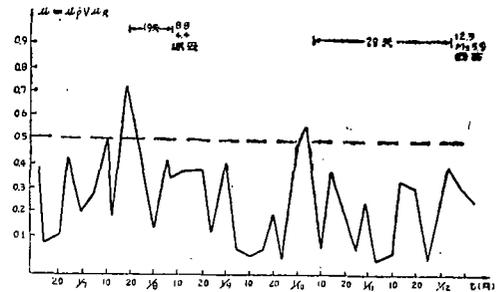


图7 天水形变电阻率和水氡含量之和的隶属度随时间变化

的尚有一定区别, 这部份内容将另行讨论。

采用本文的方法和对异常阶段的判断还可用来验证孕震模式的研究结果, 如果按某一孕震模式预期的前兆图象作出的判断率较大, 则需修改原模式的思想, 如能符合较好则不仅能作出较好的预报且说明模式的思想基本上是可取的。从这个意义上讲, 模糊数学方法可谓是从检验的角度充实孕震模式的工作, 然而在实用上超出了这个意义。

但是, 需要重申的是, 模糊数学作为地震预报只是工具而已。地震预报的最终解决还取决于对前兆本身的研究, 取决于地震学本身的发展, 前兆研究的越精确深入, 且可定的越好, 上面一整套思路的实际效果也就越好。

(本文1981年3月13日收到)

参 考 文 献

- [1] 楼世博、金晓龙, 模糊数学, 自然杂志, 1978, Vol.1, №6, P354—359。
 [2] Zadeh, L.A, "Fuzzy sets" Information and Control, 8.338, 1965。
 [3] 邹浩等, 用模糊聚类分析作春季连阴雨预报; 楼世博等、模糊聚类分析在气象预报方面的应用, 模糊数学, 1981年第1期。
 [4] 钱敏平、陈传娟, 利用模糊方法进行癌细胞识别, 生物化学和生物物理进展, 1979, №6。
 [5] 冯德益等, 近地震波速异常与地震预报, 地球物理学报, Vol.17, №2, 1974, P84—86。

APPLICATIONS OF FUZZY MATHEMATICS TO EARTHQUAKE PREDICTION AND INVESTIGATION OF THE PREPARATORY MODEL OF EARTHQUAKE SOURCE

Feng De-yi¹⁾ Lin Ming-Zhou²⁾ Gu Jin-ping¹⁾

Lou Shi-bo³⁾ Chen Hua-Cheng³⁾

Abstract

The concept and method of fuzzy sets were proposed only more than ten years ago. And they have been used in many scientific fields nowadays.

The authors try to introduce the knowledge of fuzzy mathematics into earthquake prediction. Therefore, "normality" and "abnormality" are preliminarily explored by using fuzzy language. The membership functions of the single precursor abnormality and multiple precursor abnormality are preliminarily determined, the method of programming the earthquake prediction is boldly imagined and internally examined by using two simple cases as samples, and finally, some preliminary results are obtained. It is considered that the prospect for using the technique of fuzzy mathematics is captivating.

1)The Seismological Institute of Lanzhou, National Seismological Bureau; 2)Shanghai Seismological Bureau; 3)Shanghai Railway Institute.