

用 \bar{p} 波到时确定波速及震源位置的 分段迭代计算方法

王周元

(兰州地震研究所)

前 言

目前使用 \bar{p} 波到时资料确定震源位置与波速的方法, 在震中周围台站数目较多时, 所定震中位置比较稳定。只要初值不是极不合理, 也就不会影响到 λ 、 φ 的结果, 但毕竟仍存在以下两个缺点:

1. h 、 $V_{\bar{p}}$ 、 T_0 不太稳定, 尤其是震源深度误差较大, 所定震源有不少都超过地壳厚度;

2. h 越大, $V_{\bar{p}}$ 越小, T_0 也越小。为了说明这个问题, 以1978年至1979年古浪、九条岭地区的地震为例。如图1所示。 $V_{\bar{p}} \sim h$ 关系是由最好的计算结果绘制成的, 并用一条直线来拟合, 其公式为:

$$V_{\bar{p}} = 5.98 - 0.0111h$$

上式与 $V_{\bar{p}}$ 随 h 的增加而略有增加的一般结论相矛盾。

本文对上述问题作一简要分析, 得到了一种改进的“分段迭代”计算方法, 并用该方法算得了古浪、九条岭地区 $V_{\bar{p}} \sim h$ 关系的初步结果, 经验证与一些已知结果基本一致。

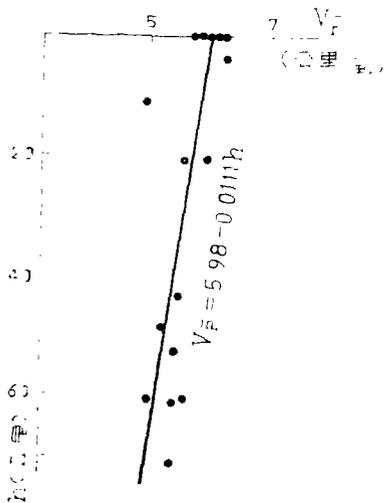


图 1

一、 $V_{\bar{p}} \sim h$ 反常关系分析

用 \bar{p} 波到时资料计算的下降法、楼度法〔1〕、循环法〔2〕等, 不管是用平面直角坐标, 还是直接用球面坐标, 实质上都是通过不断调整未知参量的取值, 使 \bar{p} 波走时残差平方和逐步减小到最小, 从而逼近未知参量的最佳结果。因为在一定条件下, 震中值 (λ , φ) 比较稳定, 故各台震中距 Δ 也比较稳定。众所周知, 只要不是表面震源, 在均匀各向同性单层地壳模型的假定条件, \bar{p} 波到时 $T_{\bar{p}}$ 和 Δ 的关系为双曲线, 和 D 的关系为直线:

$$T_{\bar{p}} = \frac{\sqrt{\Delta^2 + h^2}}{V_{\bar{p}}} + T_0 \quad (1)$$

$$T_{\bar{P}} = \frac{D}{V_{\bar{p}}} + T_0 \quad (2)$$

式中 $D = \sqrt{\Delta^2 + h^2}$ 为震源距。在 $(T_{\bar{p}}, D)$ 坐标系中直线相对于 $T_{\bar{p}}$ 轴的斜率 $\text{tg } \alpha$ 即为 \bar{p} 波速度,它在 $T_{\bar{p}}$ 轴上的截距则为发震时刻 T_0 。

在 λ 、 φ 较稳定的情况下,可以把迭代求解看作是逐步逼近某一 h 、 $V_{\bar{p}}$ 值,使得 $T_{\bar{p}} \sim D$ 的线性关系最佳的过程。在曲线上点较稠密,资料误差较小的情况下,不难看出当震源深度由某一 h 逼近其真值时的变化情况:

不论 h 的真值如何,暂定 $h = 0$, 则 (1) 式与 (2) 式完全类同,此时 $T_{\bar{p}} \sim \Delta$ 曲线的平均斜率即代表了将震源深度错定为零时的平均速度 $V_{\bar{p}}$ 。震源深度由 h 增加某一小量 δh 引起震源距的增量为:

$$\delta D = \frac{\delta h}{1 + \left(\frac{\Delta}{h}\right)^2} + \varepsilon(\delta h) \quad (3)$$

可见近台增加 δD 要比远台大。这样,增加 δh 后,新的 $T_{\bar{p}} \sim D$ 曲线的平均斜率自然要减小,即 h 增大后 $V_{\bar{p}}$ 要减小。反之, $V_{\bar{p}}$ 定小了, h 就要定大。不过,只要资料满足上述条件,最终总能找到接近于 h 、 $V_{\bar{p}}$ 真值的较稳定的最佳结果,这时也不会出现 $V_{\bar{p}}$ 与 h 的反相变化趋势。

(3) 式还表明,由于远台 \bar{p} 波走时中 h 的信息十分微弱,当它们参与确定 h 和 $V_{\bar{p}}$ 时,只要将其观测误差中的一小部分算进参数,则 $V_{\bar{p}}$ 和 h 的结果就要受到很大的影响。对于近台和中间距离的台站, \bar{p} 波走时中 h 的信息相对要强一些。

事实上,由于我国西北地区台站分布的限制,曲线上的点对于多数地震而言不仅稀少,而且分布不匀,受 h 影响较大的近台,最多只有一两个。因此许多地震,最近台站的震中距都在 60 公里以上,从走时中很难提取

有关 h 的信息,再加上误差等因素的影响,实测 $T_{\bar{p}} \sim \Delta$ 曲线与理论情况偏离较大。因而根据各台走时残差平方和最小得到的最佳结果可以与真值相差甚远。为了说明这个问题,将实测的 $T_{\bar{p}} \sim \Delta$ 曲线整理、简化示于图 2。九种情况中,仅 (1)、(2) 较为理想; (5)、(6)、(9) 属于远台 \bar{p} 波初至微弱而晚到的情况,这时不管近台情况如何,均有 h 取值偏大, $V_{\bar{p}}$ 取值偏小的结果; (3)、(4)、(8) 则代表了 $T_{\bar{p}} \sim \Delta$ 曲线已为 $T_{\bar{p}} \sim D$ 曲线的最佳线性状态,故结果中 $h = 0$ 是必然的,由于远近台 \bar{p} 波到时情况不一,所以 $V_{\bar{p}}$ 取值各不相同, (3) 为偏小的 $V_{\bar{p}}$, (4) 为偏大的 $V_{\bar{p}}$ 值。

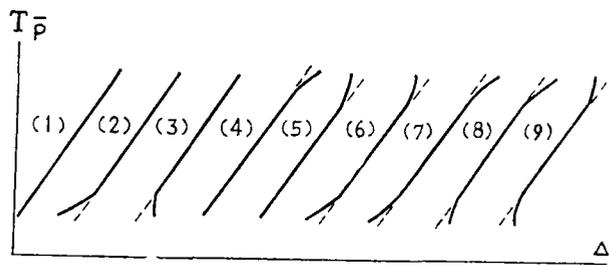


图 2

九种情况中属于(2)的很少;而 $h=0$ 的结果较多,包括(1)、(3)、(4)、(8)等不同情况。所以 $h=0$ 时对应的 V_p 值可能比真值大,也可能比真值小,或接近于真值;(5)、(6)、(9)等情况所得结果都是 h 比真值大,而 V_p 比真值小,(7)的结果比较特殊, h 比真值小而 V_p 比真值大。将这些结果综合起来考查 V_p 随 h 的变化,无疑要得到离散度较大的,类似于图1中反常的 $V_p \sim h$ 趋势变化的结果。并且,不论是用最后的走时残差平方和还是用各参量的误差大小来限定选择结果,都不能改变这一趋势变化。

由此可见, $V_p \sim h$ 的不正常关系表明,目前条件对计算方法本身在运用理论公式的过程中的限制太大。因而企图同时确定 V_p 和 h 是困难的。由于在台站都分布于地面的条件下,无法形成有如限定震中位置的观测环境,所以企图首先确定不依赖于 V_p 的 h 再求 V_p 也是行不通的。然而,图2中情况(1)和前面的分析说明,通过精选资料,首先确定不依赖于 h 的 V_p ,再确定震源深度 h ,是可能的。

二、分段迭代方法

考虑到时距曲线,(1)式在一定距离 Δ_0 以后, h 的影响可以忽略不计,因而曲线上 $\Delta > \Delta_0$ 的一段可用 $h=0$ 的直线代替,公式为:

$$T_p = \frac{\Delta}{V_p} + T_0 \quad (4)$$

这样便有可能将(1)式代表的 $T_p \sim \Delta$ 曲线分段,根据(4)式首先求解 V_p ,然后再根据(1)式确定震源参数。

关于分段点 Δ_0 ,根据 $D = \sqrt{\Delta^2 + h^2}$ 一式可得:

$$\frac{dD}{dh} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\Delta}{h})^2}} \quad (5)$$

它表明震源距的增加速度随着无量纲震中距(Δ/h)的加大而减慢,即随着 Δ 的加大,

$D - \Delta$ 之差减小,而且减小的速度也逐渐减慢,如图3所示;当 $\Delta/h > 3$ 以后, $dD/dh < 1/3$,并且曲线变得平缓。根据以往的一些结果,取平均震源深度 $\bar{h} = 20$ 公里,得到 $\Delta_0 = 60$ 公里。试算结果表明该值比较适合于实际情况。

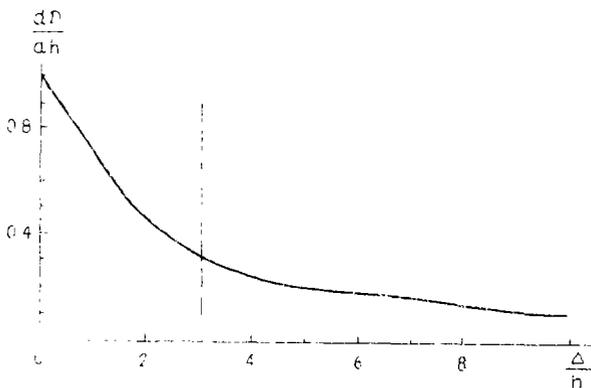


图 3

三、计算步骤

1. 建立地面上的平面直角坐标系。以距震中最近的台为原点,向东为 x 轴正方向,向北为 y 轴正方向。

根据球面三角关系将各台经纬度换算为直角坐标 (X_i, y_i) , $i = 1, 2, 3, \dots, N$, N 为记到地震 p 波的台数,各 p 波到时为 T_{pi} 。

2.取初值。试验结果表明,一般可取最近台站位置作震中初值。因先求 $V_{\bar{p}}$,需令 $h=0$,在下面的(6)式中 $\Delta i=0$ 是不允许的,故可取坐标原点附近的某一点作初值,比如 $X_e=y_e=6.0$ 公里,可取大范围内 $V_{\bar{p}}$ 的平均值,令最近台 \bar{p} 的波走时残差为零则得到 $T_0=T_{\bar{p}1}-1.4$ 秒。

3.定 $V_{\bar{p}}$ 。

(1)采用方程组

$$\delta T_{\bar{p}i} = \frac{(X_e - X_i) \delta X_e + (y_e - y_i) \delta y_e}{\Delta_i V_{\bar{p}}} - \frac{\Delta_i}{V_{\bar{p}}^2} \delta V_{\bar{p}} + \delta T_0 \quad (6)$$

式中 $\delta T_{\bar{p}i} = T_{\bar{p}i} - T_0 - \frac{\Delta_i}{V_{\bar{p}}}$ 为第 i 台 \bar{p} 走时残差; $\Delta_i = \sqrt{(X_e - X_i)^2 + (y_e - y_i)^2}$ 为第 i 台震中距; $\delta X_e, \delta y_e, \delta T_0, \delta V_{\bar{p}}$ 分别为待求的修正值。

解(6)的正规方程组得到各修正值,然后用 $X_e + \delta X_e, y_e + \delta y_e, T_0 + \delta T_0, V_{\bar{p}} + \delta V_{\bar{p}}$ 分别代替方程组(6)中的 X_e, y_e, T_0 和 $V_{\bar{p}}$ 重新求解,如此反复迭代,直至前后相邻两次结果的残差平方和之差小于迭代标准为止。

(2)舍去 $\Delta_i < \Delta_0$ 的台站,重复第(1)步,最后计算均方根残差 σ 。

(3)舍去 $|\delta T_{\bar{p}i}| > 1.5\sigma$ 的台站,重复第(2)步,由最后的方程组(6)及其正规方程组求得 $V_{\bar{p}}$ 的误差。

4.定震源时空参数。令全部有效台站(即包均定 $V_{\bar{p}}$ 时舍掉的台站)都参加运算。

现在采用方程组

$$\delta T_{\bar{p}i} = \frac{(X_e - X_i) \delta X_e + (y_e - y_i) \delta y_e + h \delta h}{D_i V_{\bar{p}}} + \delta T_0 \quad (7)$$

式中 $\delta T_{\bar{p}i} = T_{\bar{p}i} - T_0 - \frac{D_i}{V_{\bar{p}}}$ 为走时残差; $D_i = \sqrt{\Delta_i^2 + h^2}$ 为震源距; δh 为待求的 h 的修正值。

在这一步计算中,若 h 初值为零,则方程组(7)的系数矩阵的秩必定小于4,因而无法求解,故先取初值 $h=5$ 公里再用第3步中的方法(1)迭代,最后得到 X_e, y_e, h, T_0 的最佳值和均方根残差 σ 。

5.选台。由前面的分析可知,此时再用 3σ 作标准则不太合理,据实验结果取标准如下: $\sigma < 0.5$ 时,取 $\sigma_1 = 2\sigma$;否则取 $\sigma_1 = 1.5\sigma$;为照顾近台便于定 h ,可视不同的距离再改标准如下: $\Delta < 60$ 公里时取 $\sigma_2 = 1.25\sigma_1$;否则取 $\sigma_2 = \sigma_1$ 。

舍去 $|\delta T_{\bar{p}i}| > \sigma_2$ 的台站,重复第3到5步,直到没有台被选掉或不能计算时为止。

6.由最后一次迭代所用的方程组(7)及其正规方程组求出 X_e, y_e, h 和 T_0 的误差;若 $h=0$,则由最近台的震中距 Δ_{\min} 及 σ (或 $\delta T_{\bar{p}\min}$)计算震源深度的上限

$$h_{\max} = \sqrt{2 \Delta_{\min} \sigma V_{\bar{p}}} \quad (8)$$

式中若 $\delta T_{\bar{p}\min} > 0$,可用 $\delta T_{\bar{p}\min}$ 代替 σ 进行计算。

7.利用球面三角公式将震中坐标还原为地理经纬度(λ_e, φ_e);

显然, $V_{\bar{p}}$ 的精度对整个结果影响甚大,由此可见,应特别注重求解 $V_{\bar{p}}$ 时资料的精选, $\delta \Delta = \Delta_{\max} - \Delta_{\min}$ 的大小和资料点的多少及分布状况,还有 Δ_0 的适用性等。否则,

V_p 定不准仍会出现 V_p 越小, h 越大的反常趋势变化现象。

四、计算结果举例

初步计算结果表明, “分段迭代法”基本上符合要求。仍以古浪、九条岭地区为例。为便于比较, 选用结果的标准基本同前:

- (1) 最后迭代使用的台站基本包围震中;
- (2) $\sigma < 0.5$ 秒;
- (3) 最后一次计算 V_p 时 $\delta\Delta = \Delta_{\max} - \Delta_{\min} > 120$ 公里, $\Delta_{\min} < 110$ 公里, 此外, 对于 $h = 0$ 公里的地震另外还限定:
- (4) $\Delta_{\max} < 250$ 公里。

同原方法结果相比, 改进后的方法精度有所提高, 尤其是 h 和 V_p 更加显著。

图4所示的 $V_p \sim h$ 关系表明: V_p 随 h 成正相关变化, 用一直线拟合, 公式为:

$$\bar{V}_p = 5.95 + 0.0064h$$

这是对原方法结果最根本的改进。当然, 由于计算中所用地壳模型的限制, 0.0064还只能作为该地区 V_p 随 h 增加速率的粗略近似值。但是值得指出的是, 张诚等同志于1976年前后制作甘肃地区地震波走时表的过程中, 用合达法, 高桥法等确定震源时空参数时也得到了甘肃省及其邻近地区的 $V_p \sim h$ 关系, 即:

$$V_p = 5.97 + 0.0057h$$

二者显然相当接近, 这就表明该区地壳顶部的平均 \bar{p} 波速度当在5.9公里/秒左右, 而视速度梯度当在0.0060左右;

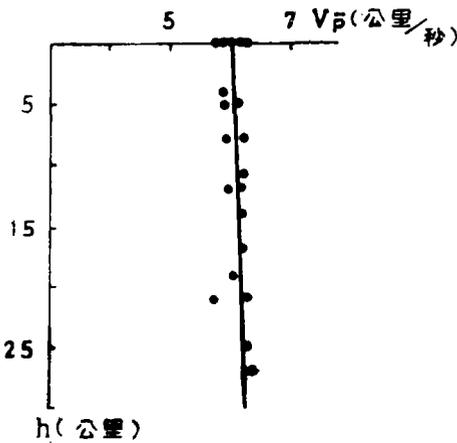


图 4

此外, 图1和图4还表明, 前后两种方法所得震源深度结果的分布大不一样, 前者有不少大于40公里, 后者很多都在5公里至30公里的范围内, 显然“分段迭代法”所得结果较为合理。

本方法原则上也适用于 \bar{S} , P_n , S_n 波求解相应的地震波速度及震源参数。此外, 图4中各点的离散度还比较大, 这应该提醒我们; 要尽量缩小各类误差的影响, 而且应当采用更合理的地壳模型。

参 考 文 献

- [1] 国家地震局地球物理研究所, 《近震分析》, 地震出版社, 1978年,
- [2] 冯德益等, 利用 \bar{p} 波到时资料确定近地震震源参数的一种迭代解法及其在波速异常研究中的应用, 西北地震学报, №1, 2, 1979.年