

# 纯框架结构基本周期值的简化计算

莫 庸

(甘肃省建筑勘察设计院)

基本周期是决定框架地震荷载大小的主要参数。当前,纯框架结构主要采用顶点位移法或能量法公式计算基本周期;该二法虽优点较多,但计算工作仍嫌繁琐,不便工程实用。本文按等层假定提出一简化计算公式,效率可提高2~3倍,误差控制在3%以内。

## 一、基本周期简化计算公式的推导

按等层假定(即框架各层层高、刚度、重量均相等),设将某一工程框架以一等层框架替代;令 $\bar{h}$ 、 $\bar{W}$ 、 $\bar{K}_L$ 、 $\bar{K}_Z$ 、 $\bar{D}$ 、 $\bar{\alpha}$ 分别为等层框架的平均层高、平均层重量、平均梁线刚度、平均柱线刚度、平均柱层总抗剪刚度、总平均结点转动影响系数。 $H$ 、 $W$ 、 $n$ 、 $m$ 分别为框架总高、框架总重、框架层数和柱数。(其中 $\bar{K}_L$ 、 $\bar{K}_Z$ 为整个框架梁柱线刚度( $\frac{EJ}{L}$ )的加权平均值,可以求每层平均值后算得)。

则: 
$$\bar{h} = \frac{H}{n}, \quad \bar{W} = \frac{W}{n};$$

视各层重量为水平力,由分总位移的相互关系知:

$$\Delta_a = \sum_{i=1}^{i=n} \delta_i = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\sum_{j=i}^{j=n} W_j}{\sum_{j=1}^{j=m} D_j} \quad (1)$$

式中:  $\Delta_a$ 为框架顶点假想位移。

$\delta_i$ 为某 $i$ 层楼层相对假想位移。

$W_i$ 为某 $i$ 层层重量。

$\sum_{j=i}^{j=n} W_j$ 为 $i$ 层以上层重量之和。

$D_j$ 为 $i$ 层某 $j$ 柱抗剪刚度。

$\sum_{j=1}^{j=m} D_j$ 为 $i$ 层柱总抗剪刚度。

以  $\bar{D}$  代替  $\sum_{j=1}^{j=m} D_j$ , 则  $\bar{D}$  与层数无关。

$$\text{故} \quad \Delta_n = \frac{1}{\bar{D}} \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{i=i}^{i=n} W_i \quad (2)$$

由等层假定知:

$$\sum_{i=i}^{i=n} W_i = (n-i+1) \bar{W} \quad (3)$$

$$\therefore \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{i=i}^{i=n} W_i = \sum_{i=1}^{i=n} (n-i+1) \bar{W} \quad (4)$$

$$\text{而} \quad \sum_{i=1}^{i=n} (n-i+1) = \frac{n+1}{2} n$$

$$\text{又} \quad n \bar{W} = W$$

$$\therefore \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{i=i}^{i=n} W_i = \frac{n+1}{2} W \quad (5)$$

$$\text{而} \quad \bar{D} = 12 \bar{\alpha} \frac{\sum \bar{K}_z}{h^2} \quad (6)$$

$$\text{其中} \quad \sum \bar{K}_z = m \bar{K}_z$$

$$\text{故} \quad \bar{D} = 12 m \bar{\alpha} \frac{\bar{K}_z}{h^2} \quad (7)$$

代入顶点位移法公式;

$$T_1 = 1.7k \sqrt{\Delta_n} \quad (8)$$

式中:  $k$  为考虑填充墙影响的基本周期调整系数、

实心砖填充墙较多时 暂取  $k = 0.65$ 、

实心砖填充墙较少时 暂取  $k = 0.85$ 、

整理之得:

$$T_1 = 0.347 k \sqrt{\frac{(n+1) W h^2}{m \bar{\alpha} \bar{K}_z}} \quad (9)$$

式(9)即为纯框架结构基本周期简化计算公式。

## 二、总平均结点转动影响系数 $\bar{\alpha}$ 值简化计算:

设框架刚度沿高度均匀分布。框架底层中柱、底层边柱、上层中柱、上层边柱的柱结点转动影响系数分别为  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$ 、 $\alpha_4$  (图1)。

表 1 总平均结点转动影响系数 $\bar{\alpha}$ 值计算表

层数	$\bar{K}_L/\bar{K}_Z$													
		0.1	0.25	0.5	0.75	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
3	1	0.160	0.185	0.267	0.334	0.389	0.476	0.542	0.593	0.633	0.666	0.695	0.718	0.738
	2	0.162	0.212	0.307	0.381	0.439	0.528	0.592	0.641	0.679	0.709	0.735	0.756	0.774
	3	0.163	0.225	0.327	0.404	0.465	0.554	0.618	0.665	0.702	0.731	0.755	0.775	0.792
	4	0.164	0.234	0.339	0.418	0.480	0.570	0.633	0.679	0.715	0.744	0.767	0.787	0.803
	5	0.164	0.239	0.348	0.428	0.490	0.580	0.643	0.689	0.724	0.753	0.776	0.794	0.810
	6	0.165	0.243	0.353	0.435	0.498	0.588	0.650	0.696	0.731	0.759	0.782	0.800	0.815
$\geq 7$	0.165	0.246	0.362	0.440	0.503	0.593	0.655	0.702	0.736	0.763	0.786	0.804	0.819	
4	1	0.144	0.166	0.250	0.318	0.374	0.463	0.531	0.583	0.625	0.658	0.687	0.711	0.732
	2	0.145	0.194	0.291	0.366	0.426	0.517	0.583	0.633	0.671	0.703	0.729	0.750	0.769
	3	0.146	0.208	0.312	0.391	0.453	0.544	0.609	0.657	0.695	0.725	0.750	0.770	0.787
	4	0.146	0.216	0.324	0.405	0.468	0.560	0.624	0.672	0.709	0.738	0.762	0.782	0.799
	5	0.146	0.222	0.333	0.415	0.479	0.571	0.635	0.682	0.718	0.747	0.770	0.790	0.806
	6	0.146	0.226	0.339	0.422	0.486	0.578	0.642	0.691	0.725	0.753	0.776	0.795	0.811
$\geq 7$	0.147	0.229	0.343	0.427	0.398	0.584	0.648	0.694	0.730	0.758	0.781	0.799	0.815	
5	1	0.135	0.155	0.240	0.309	0.366	0.456	0.525	0.578	0.620	0.654	0.683	0.707	0.728
	2	0.135	0.183	0.282	0.358	0.419	0.511	0.577	0.628	0.667	0.699	0.725	0.747	0.766
	3	0.135	0.197	0.303	0.383	0.445	0.538	0.604	0.653	0.691	0.721	0.746	0.767	0.781
	4	0.136	0.206	0.315	0.397	0.461	0.554	0.619	0.668	0.705	0.735	0.759	0.779	0.796
	5	0.136	0.211	0.324	0.407	0.472	0.565	0.630	0.678	0.714	0.744	0.767	0.787	0.803
	6	0.136	0.215	0.329	0.414	0.479	0.573	0.637	0.685	0.721	0.750	0.773	0.792	0.809
$\geq 7$	0.136	0.218	0.334	0.419	0.485	0.579	0.643	0.690	0.726	0.755	0.778	0.797	0.813	
$\geq 6$	1	0.128	0.148	0.233	0.303	0.360	0.453	0.520	0.574	0.616	0.651	0.680	0.704	0.726
	2	0.128	0.176	0.249	0.352	0.414	0.506	0.573	0.624	0.664	0.696	0.723	0.745	0.764
	3	0.128	0.190	0.297	0.377	0.440	0.534	0.600	0.650	0.688	0.719	0.744	0.765	0.783
	4	0.128	0.199	0.309	0.392	0.456	0.550	0.616	0.665	0.702	0.732	0.759	0.777	0.794
	5	0.128	0.204	0.318	0.402	0.467	0.561	0.626	0.675	0.712	0.741	0.765	0.785	0.802
	6	0.128	0.208	0.324	0.409	0.469	0.569	0.634	0.682	0.719	0.748	0.771	0.791	0.807
$\geq 7$	0.128	0.212	0.328	0.414	0.480	0.575	0.640	0.688	0.724	0.753	0.777	0.795	0.811	

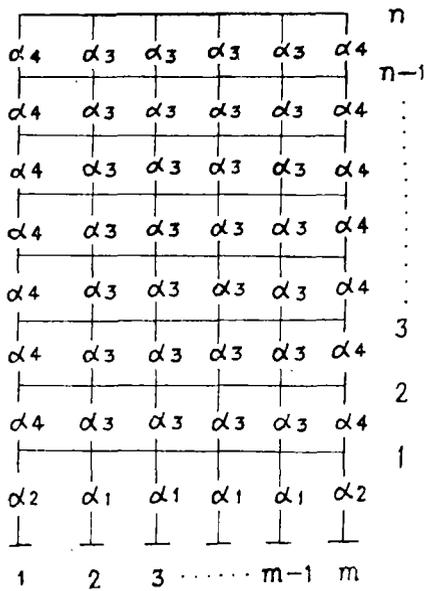
则总平均结点转动影响系数 $\bar{\alpha}$ 值可由下式求得:

$$\bar{\alpha} = \frac{[(m-2)\alpha_1 + 2\alpha_2] + (n-1)[(m-2)\alpha_3 + 2\alpha_4]}{n \cdot m} \quad (10)$$

式中:

$$\text{上层柱} \quad \alpha_{3,4} = \frac{\bar{K}}{2 + \bar{K}}$$

$$\text{底层柱} \quad \alpha_{1,2} = \frac{0.5 + \bar{K}}{2 + \bar{K}}$$



(图 1)

其中 中柱  $\bar{K} = \frac{2K_L}{K_Z}$

边柱  $\bar{K} = \frac{K_L}{K_Z}$

分别设  $n = 3, 4, 5, 6, 7, 8;$   
 $m = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,$   
 $11;$

按(10)式进行计算, 其结果:

当层数  $n \geq 6$  及柱数  $m \geq 8$  时,  $\bar{\alpha}$  值接近于一常数。故以层数  $n = 3, 4, 5, \geq 6;$

跨数  $m - 1 = 1, 2, 3, 4, 5, 6, \geq 7;$  制表得总平均结点转动影响系数  $\bar{\alpha}$  值计算表(表 1), 查表则  $\bar{\alpha}$  值计算十分简便。

### 三、算例和比较:

笔者用简化计算公式计算了四个层数、层高、活荷、用途均不相同的多层纯框架结构的基本周期值, 与顶点位移法比较(表 2); 计算工作量大为简化, 无需再求 D 值及  $\delta_1$  值, 效率可提高 2 ~ 3 倍, 误差却控制在  $\pm 2.2\%$  以内, 取得了满意结果。

(表 2) 基本周期简化计算比较表 (单位: 秒)

项 目	建筑物类型			
	某招待所	某研究所	某工业厂房	某工业厂房
层 数	7	6	6	4
简化计算法	0.89	1.42	0.91	1.09
顶点位移法	0.91	1.40	0.90	1.07
误 差	-2.2%	+1.5%	+1.1%	+1.8%

算例: 某研究所六层试验楼为一装配式纯框架结构、机房与水箱间局部突出屋顶, 设计烈度为 8 度、Ⅱ类场地、有较少实心砖填充墙。

结构剖面简图如(图 2)示。梁柱断面及根数、刚度值见(表 3)、(表 4)。

(表 3) 梁断面、根数及刚度表 (刚度单位: 吨-米)

项 目	断 面	边 框 架 梁		中 框 架 梁	
		根 数	刚度 $K_L$	根 数	刚度 $K_L$
屋 顶 梁	0.24 × 0.60	4	1537	14	1921
楼 层 梁	0.24 × 0.65	20	1953	70	2442
过 道 梁	0.24 × 0.40	12	1236	42	1545

(表4) 柱断面、根数及刚度表 (刚度单位: 吨-米)

层数 柱号	项	1	2	3	4	5	6
Z <sub>1</sub> (中框架边柱)	断面	0.45×0.50	0.35×0.50	0.35×0.50	0.35×0.50	0.35×0.50	0.35×0.50
	根数	14	14	14	14	14	14
	刚度K <sub>Z</sub>	1738	1879	1713	1713	1713	1713
Z <sub>2</sub> (中框架中柱)	断面	0.45×0.45	0.40×0.40	0.40×0.40	0.35×0.35	0.35×0.35	0.30×0.30
	根数	14	14	14	14	14	14
	刚度K <sub>Z</sub>	1296	1098	1001	587	587	317
Z <sub>3</sub> (边框架角柱)	断面	0.35×0.40	0.35×0.40	0.35×0.40	0.35×0.40	0.35×0.40	0.35×0.40
	根数	2	2	2	2	2	2
	刚度K <sub>Z</sub>	692	961	876	876	876	876
Z <sub>4</sub> (边框架中柱)	断面	0.35×0.45	0.35×0.40	0.35×0.40	0.35×0.35	0.35×0.35	0.30×0.30
	根数	4	4	4	4	4	4
	刚度K <sub>Z</sub>	985	961	876	587	587	370
Z <sub>5</sub> (边框架角柱)	断面	0.35×0.50	0.35×0.50	0.35×0.50	0.35×0.50	0.35×0.50	0.35×0.50
	根数	2	2	2	2	2	2
	刚度K <sub>Z</sub>	1353	1879	1713	1713	1713	1713

$$\text{求 } \bar{h}: \quad \bar{h} = \frac{H}{n} = \frac{5 \times 3.6 + 5}{6} = 3.833^M$$

$$\text{求 } W: \quad W = \sum_{i=1}^{i=n} W_i = 1036 + 933 + 933 + 933 + 933 + 613 + 82 = 5463^T$$

$$m = 36$$

求整个框架梁刚度加权平均值  $\bar{K}_L$ :

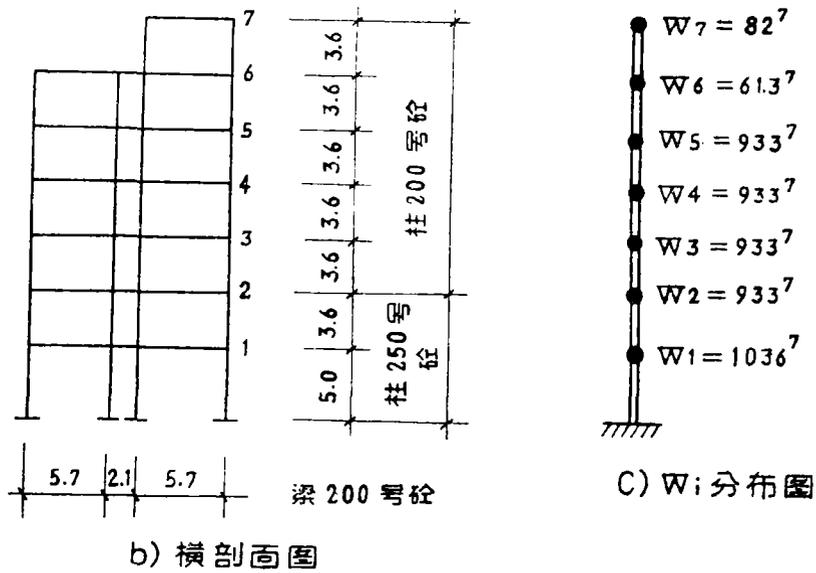
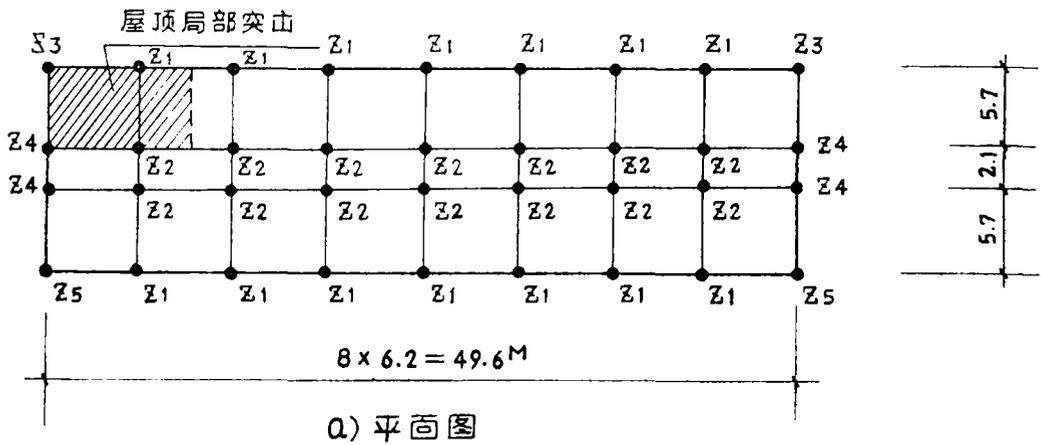
$$\begin{aligned} \bar{K}_L &= (4 \times 1.537 + 20 \times 1.953 + 12 \times 1.236 + 14 \times 1.921 + 70 \\ &\quad \times 2.442 + 42 \times 1.545) \times 10^3 / 162 \\ &= 322.764 \times 10^3 / 162 = 1.992 \times 10^3 \text{ T-M} \end{aligned}$$

求各层柱刚度加权平均值  $\bar{K}_i^c$ :

$$\begin{aligned} \text{一层 } \bar{K}_1^c &= (14 \times 1.738 + 14 \times 1.296 + 2 \times 0.692 + 4 \times 0.985 \\ &\quad + 2 \times 1.353) \times 10^3 / 36 = 1.402 \times 10^3 \text{ T-M} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{二层 } \bar{K}_2^c &= (14 \times 1.879 + 14 \times 1.098 + 2 \times 0.961 + 4 \times 0.961 \\ &\quad + 2 \times 1.879) \times 10^3 / 36 = 1.422 \times 10^3 \text{ T-M} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{三层 } \bar{K}_3^c &= (14 \times 1.713 + 14 \times 1.001 + 2 \times 0.876 + 4 \times 0.876 \\ &\quad + 2 \times 1.713) \times 10^3 / 36 = 1.297 \times 10^3 \text{ T-M} \end{aligned}$$



(图 2)

四层  $\bar{K}_4^c = (14 \times 1.713 + 14 \times 0.587 + 2 \times 0.876 + 4 \times 0.587 + 2 \times 1.713) \times 10^3 / 36 = 1.102 \times 10^3 \text{ T-M}$

五层  $\bar{K}_5^c = (14 \times 1.713 + 14 \times 0.587 + 2 \times 0.876 + 4 \times 0.587 + 2 \times 1.713) \times 10^3 / 36 = 1.102 \times 10^3 \text{ T-M}$

六层  $\bar{K}_6^c = (14 \times 1.713 + 14 \times 0.317 + 2 \times 0.876 + 4 \times 0.370 + 2 \times 1.713) \times 10^3 / 36 = 0.974 \times 10^3 \text{ T-M}$

求整个框架柱刚度加权平均值  $\bar{K}_c$  :

$$\bar{K}_c = (1.402 + 1.422 + 1.297 + 1.102 + 1.102 + 0.974) \times 10^3 / 6 = 1.216 \times 10^3 \text{ T/M}$$

$$\therefore \frac{\bar{K}_L}{\bar{K}_Z} = \frac{1.992}{1.216} = 1.638$$

查(表1)得  $\bar{\alpha} = 0.552$   
取  $k = 0.85$

代入式(9)得框架基本周期值:

$$T_1 = 0.347 \times 0.85 \times \sqrt{\frac{(6+1) \times 5463 \times 3.833^2}{36 \times 0.552 - 1.216 \times 10^3}} = 1.42 \text{秒}$$

(与顶点位移法比较误差+1.5%)柱地震剪力分配计算的简化可见文〔2〕。  
本文承陈丙午、李钧、门楷同志提出宝贵意见后修改而成，附此致谢。

### 参 考 文 献

- 〔1〕: 抗震设计手册 [讨论稿]  
〔2〕: 诸葛瑞清: 框架——剪力墙结构建筑刚度特征值 $\lambda$ 的简化计算 载建筑技术通讯(建筑结构) 1979年2期