

利用 $\bar{P}$ 波到时确定近地震震源参数的一种迭代解法及其在波速异常研究中的应用

冯德益 钟廷姣 盛国英

(国家地震局兰州地震研究所)

前 言

为了探索P波速度 V_p 在震前的变化,可以仅仅使用 $\bar{P}$ 波到时资料来进行震源位置与波速的计算。在有电信传输台网工作的地区,由于各台统一授时,而P波到时的量测误差又较小,单独用P波到时探索波速异常更有实际意义。用P波到时资料确定震源位置与波速的方法很多,下面介绍一种效果较好的迭代方法。除探索波速异常外,此方法自然也可用于地震资料的日常处理与机器自动化处理。

众所周知,使用 $\bar{P}$ 波到时确定近地震震源参数 $\varphi, \lambda, T, h, V$,就是解以下残差方程的最优化问题:

$$F(\varphi, \lambda, T, h, V) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(T_i - T - \sqrt{\frac{\Delta_i^2 + h^2}{V^2}} \right)^2, \quad (1.1)$$

$$\text{即 } \min_{\varphi, \lambda, T, h, V} F(\varphi, \lambda, T, h, V) = F(\bar{\varphi}, \bar{\lambda}, \bar{T}, \bar{h}, \bar{V}), \quad (1.2)$$

式中 φ_i, λ_i 为第 i 台的经纬度, φ, λ 为震中经、纬度, T_i 为第 i 台记到的 $\bar{P}$ 波到时, Δ_i 为第 i 台的震中距, T 为发震时刻, h 为震源深度, V 为平均P波速度, n 为选用台数。

震中距 Δ_i 的表达式为:

$$\cos \Delta_i = a_i A + b_i B + c_i C, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1.3)$$

$$\left. \begin{aligned} a_i &= \cos \varphi_i \cos \lambda_i, & A &= \cos \varphi \cos \lambda, \\ b_i &= \cos \varphi_i \sin \lambda_i, & B &= \cos \varphi \sin \lambda, \\ c_i &= \sin \varphi_i, & C &= \sin \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (1.3a)$$

(1.1)、(1.2)是一个平方和形式的最优化问题。对这类最优化问题,已有几种解法^[2]。在本文中,我们提出了一种可以称为“循环迭代”的解法。这种方法不需要计算逆矩阵等,只是求一些点上的函数值,计值点的选择也比较容易;这样不仅迭代格式简单,而且每一迭代步所需计算量也小。此外,又采用了“循环优化”的思想,只要初值选得适当,这种方法就能很快地对五个参数全面地进行优化。不但可以较精确地确定出震中位置 φ, λ 和发震时刻 T ,而且可以算出震源深度 h 和P波速度 V 。

类似的迭代方法在文献^[1]中也提出过,但其初值选择方法不够完善。本文给出了比^[1]更好的初值选择方法。实践表明这种方法给出的初值是比较好的。在此基础上,再利用文中叙述的对初值优化的循环迭代法,就能在很短的时间内得到比较满意的结果。据我们在DJS—6机上的试算,计算一个地震,仅需机时3~10秒。

此外,本文所述方法还有以下特点:(1)直接利用球面坐标,这样可避免投影误差,提高精度;(2)对选定的初值优化时,先采用大步长,求得较好的参数,再采用小步长,求得需要的解,这样可减少计算量,缩短机时。

本文最后给出了用这种方法研究波速异常的一个实例。

一 方 法

1. 初值的确定

(1)震中经、纬度的初值 φ_0, λ_0

假定 V, h 已知(例如,先暂取 $V=6.0$ 公里/秒, $h=0$ 或15公里),未知量为 λ, φ, T ,则

$$\Delta_i = V(T_i - T) = VT_i - VT = \Delta_{i0} - \Delta_0, \quad (2.1)$$

其中 $\Delta_{i0} = VT_i$ 为已知, $\Delta_0 = VT$ 为未知。

利用(1.3)和(2.1)得:

$$\cos \Delta_i = \cos(\Delta_{i0} - \Delta_0) = \cos \Delta_{i0} \cos \Delta_0 + \sin \Delta_{i0} \sin \Delta_0 = a_i A + b_i B + c_i C, \quad (2.2)$$

$$\text{并有} \quad A^2 + B^2 + C^2 = 1 \quad (2.3)$$

我们先用四个台的数据定出 A, B, C 和 Δ_0 ,不妨设 $i=1, 2, 3, 4$ 对应这四个台。

$$\text{令} \quad x = \cos \Delta_0, y = \sin \Delta_0, \quad (2.4)$$

$$\text{显然有} \quad x^2 + y^2 = 1 \quad (2.5)$$

由(2.2)得

$$a_i A + b_i B + c_i C - x \cos \Delta_{i0} - y \sin \Delta_{i0} = 0, \quad (2.6)$$

由(2.5)、(2.6)消去 x 后得:

$$a'_i A + b'_i B + c'_i C + d'_i y = 0, \quad (2.7)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} a'_i &= a_i \cos \Delta_{i0} - a_i \cos \Delta_{i0}, \\ b'_i &= b_i \cos \Delta_{i0} - b_i \cos \Delta_{i0}, \\ c'_i &= c_i \cos \Delta_{i0} - c_i \cos \Delta_{i0}, \\ d'_i &= \cos \Delta_{i0} \sin \Delta_{i0} - \sin \Delta_{i0} \cos \Delta_{i0}. \end{aligned} \right\} (i=2,3,4) \quad (2.8)$$

由方程组(2.7)消去 y 后即得:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 A + \beta_1 B &= \xi_1 C, \\ \alpha_2 A + \beta_2 B &= \xi_2 C, \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

设

$$\bar{A} = \frac{A}{C}, \quad \bar{B} = \frac{B}{C},$$

则有:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 \bar{A} + \beta_1 \bar{B} &= \xi_1, \\ \alpha_2 \bar{A} + \beta_2 \bar{B} &= \xi_2, \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= d_3 a_2 - d_2 a_3, \quad \alpha_2 = d_4 a_2 - d_2 a_4; \\ \beta_1 &= d_3 b_2 - d_2 b_3, \quad \beta_2 = d_4 b_2 - d_2 b_4; \\ \xi_1 &= d_2 c_3 - d_3 c_2, \quad \xi_2 = d_2 c_4 - d_4 c_2. \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

由(2.10)解得:

$$\left. \begin{aligned} \bar{A} &= \frac{A}{C} = \frac{\xi_1 \beta_2 - \xi_2 \beta_1}{\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1}, \\ \bar{B} &= \frac{B}{C} = \frac{\alpha_1 \xi_2 - \alpha_2 \xi_1}{\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1}. \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

由(2.3)可得:

$$C = \pm \sqrt{\frac{1}{\bar{A}^2 + \bar{B}^2 + 1}} \quad (2.13)$$

在(2.13)中C取正号, 最终得出初值:

$$\varphi_0 = \sin^{-1} C, \quad \lambda = \operatorname{tg}^{-1} \frac{B}{A} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\bar{B}}{\bar{A}}. \quad (2.14)$$

(2) 发震时刻T的初值 T_0 .

先在(2.2)中取 $i = 1, 2, 3, 4$ 求出 Δ_i , 然后便可按下式求出初值 T_0 :

$$T_0 = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \left(T_i - \sqrt{\frac{\Delta_i^2 + h^2}{V^2}} \right). \quad (2.15)$$

(3) 震源深度的初值 h_0 .

利用前面求得的初值 $\varphi_0, \lambda_0, T_0$, 代入残差方程(1.1)得:

$$F = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(T_i - T_0 - \sqrt{\frac{(\Delta_i^{(0)})^2 + h^2}{V^2}} \right)^2. \quad (2.16)$$

当V取固定值时, F就是h的一元函数。显然, h_0 应是以下方程的解:

$$\min_{0 \leq h \leq H} F(\varphi_0, \lambda_0, T_0, h, V) = F(\varphi_0, \lambda_0, T_0, h_0, V) \quad (2.17)$$

式中H为地壳厚度, 对甘宁青地区可取 $H = 52$ 公里。这里认为地震发生在地壳内。

(2.17)的具体解法是, 取步长 $\Delta h = 2$ 公里, 令 $h_i = i\Delta h, i = 0, 1, 2, \dots, 26$; 依次计算 $F(\varphi_0, \lambda_0, T_0, h_i, V)$, 并利用比较F值大小的方法确定 h_0 。

(4) 波速V的初值 V_0 .

取前面确定的 $\varphi_0, \lambda_0, T_0, h_0$, 便可用同样方法算出初值 V_0 , 即 V_0 应是以下方程的解:

$$\min_{a \leq v \leq b} F(\varphi_0, \lambda_0, T_0, h_0, V) = F(\varphi_0, \lambda_0, T_0, h_0, V_0) \quad (2.18)$$

其中a, b是地壳内波速V的上下限。具体计算时我们取 $a = 4$ 公里/秒, $b = 6.5$ 公里/秒, 速度步长取 $\Delta V = 0.1$ 公里/秒。

2. 优化初值的循环迭代法

在用前述方法确定出各参数的初值之后, 我们利用如下方法进行优化迭代。

(1) 首先固定 $h = h_0, V = V_0$, 采用大步长分别对 φ, λ, T 进行优化。

第一步: 固定 $\lambda = \lambda_0, T = T_0$, 求 φ_1 ; 使得

$$\min_{\varphi} F(\varphi, \lambda_0, T_0, h_0, V_0) = F(\varphi_1, \lambda_0, T_0, h_0, V_0) \quad (2.19)$$

具体作法是：令 $\Delta\varphi = 0.1^\circ$ ，分别计算

$$F_1^+ = F(\varphi_0 + \Delta\varphi, \lambda_0, T_0, h_0, V_0)$$

和 $F_1^- = F(\varphi_0 - \Delta\varphi, \lambda_0, T_0, h_0, V_0)$ ，

并与 $F_0 = F(\varphi_0, \lambda_0, T_0, h_0, V_0)$ 比较。如果有 $\min[F_1^+, F_1^-, F_0] = F_1^+$ ，则计算

$$F_2^+ = F(\varphi_0 + 2\Delta\varphi, \lambda_0, T_0, h_0, V_0)$$

并比较 F_2^+ 与 F_1^+ 的大小，如此重复下去，直到 F 不再减小为止，此时的 $\varphi_1 = \varphi_0 + M\Delta\varphi$ 即为所求 (M 为迭代的步数)。若 $\min[F_1^+, F_1^-, F_0] = F_1^-$ ，则需计算

$$F_2^- = F(\varphi_0 - 2\Delta\varphi, \lambda_0, T_0, h_0, V_0)$$

并比较 F_2^- 与 F_1^- 的大小，反复进行，直到 F 不再减小为止，此时有 $\varphi_1 = \varphi_0 - K\Delta\varphi$ ， K 为迭代步数。若 $\min[F_1^+, F_1^-, F_0] = F_0$ ，则有 $\varphi_1 = \varphi_0$ 。

第二步：固定 $\varphi = \varphi_1$ ， $T = T_0$ ，求 λ_1 使

$$\min_{\lambda} F(\varphi_1, \lambda, T_0, h_0, V_0) = F(\varphi_1, \lambda_1, T_0, h_0, V_0) \quad (2.20)$$

取 $\Delta\lambda = 0.1^\circ$ ，求 (2.20) 的解法与第一步类似。

第三步：固定 $\varphi = \varphi_1$ ， $\lambda = \lambda_1$ ，求 T_1 使

$$\min_T F(\varphi_1, \lambda_1, T, h_0, V_0) = F(\varphi_1, \lambda_1, T_1, h_0, V_0) \quad (2.21)$$

取 $\Delta T = 0.5$ 秒，求解办法与前两步相似。

(2) 再取小步长，对 $\varphi_1, \lambda_1, T_1, h_0, V_0$ 进行全面修正。

第四步：对 $K = 1, 2, \dots$ 依次求

$\varphi_{K+1}, \lambda_{K+1}, T_{K+1}, h_{K+1}, V_{K+1}$ ，使其

$$\min_{\varphi} F(\varphi, \lambda_K, T_K, h_K, V_K) = F(\varphi_{K+1}, \lambda_K, T_K, h_K, V_K),$$

$$\min_{\lambda} F(\varphi_{K+1}, \lambda, T_K, h_K, V_K) = F(\varphi_{K+1}, \lambda_{K+1}, T_K, h_K, V_K),$$

$$\min_T F(\varphi_{K+1}, \lambda_{K+1}, T, h_K, V_K) = F(\varphi_{K+1}, \lambda_{K+1}, T_{K+1}, h_K, V_K),$$

$$\min_h F(\varphi_{K+1}, \lambda_{K+1}, T_{K+1}, h, V_K) = F(\varphi_{K+1}, \lambda_{K+1}, T_{K+1}, h_{K+1}, V_K),$$

$$\min_V F(\varphi_{K+1}, \lambda_{K+1}, T_{K+1}, h_{K+1}, V) = F(\varphi_{K+1}, \lambda_{K+1}, T_{K+1}, h_{K+1}, V_{K+1}).$$

求以上诸式的解的办法仍与第一步类似，此处各参数的步长取为 $\Delta\varphi = \Delta\lambda = 0.01^\circ$ ， $\Delta T = 0.05$ 秒， $\Delta h = 2$ 公里， $\Delta V = 0.02$ 公里/秒。

求出 $\varphi_{K+1}, \lambda_{K+1}, T_{K+1}, h_{K+1}, V_{K+1}$ 后，比较 F_{K+1} 与 F_K 的大小，其中 $F_K = F(\varphi_K, \lambda_K, T_K, h_K, V_K)$ 。若 $F_{K+1} \leq F_K$ ，且 $|F_{K+1} - F_K| \leq \varepsilon$ ；或 $F_{K+1} > F_K$ ，且 $|F_{K+1} - F_K| \leq \varepsilon$ ，则优化终止。前者以 $\varphi_{K+1}, \lambda_{K+1}, T_{K+1}, h_{K+1}, V_{K+1}$ 为所求的解，后者以 $\varphi_K, \lambda_K, T_K, h_K, V_K$ 为所求的解。此处 ε 为事先给定的任意小的正数，例如取 $\varepsilon = 10^{-6}$ 。

若 $F_{K+1} \leq F_K$ 且 $|F_{K+1} - F_K| > \varepsilon$ ，则以 $\varphi_{K+1}, \lambda_{K+1}, T_{K+1}, h_{K+1}, V_{K+1}$ 作为初值重新做第四步；若 $F_{K+1} > F_K$ 且 $|F_{K+1} - F_K| > \varepsilon$ ，则以 $\varphi_K, \lambda_K, T_K, h_K, V_K$ 作为初值，选取更小的步长重新作第四步（在我们的计算实践中尚未遇到这种情况）。

3. 选台

当上面的计算完成后，就要进行选台，这是为了避免个别台 P 波到时误差较大造成精度

的降低。为此需要计算单个台的残差

$$F_i = T_i - T - \sqrt{\frac{\Delta_i^2 + h^2}{V^2}}, \quad (2.22)$$

并将其与

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n F_i^2}{n-5}} \quad (2.23)$$

相比较,当某一台的残差 F_i 超过 $3\sigma_0$ 时,就舍去该台不用。若舍去的台数为 $g \geq 1$,就用 $n-g$ 代替前面的 n ,用同样的方法对各参数值重新进行修正,直到不再舍台或 $n-g=5$ 时为止,这时的震源参数值才是最终的结果。在我们的计算实践中,当 $\bar{P}$ 到时足够可靠时,舍台的情况较少,舍去的台数也较少。

五个震源参数的综合计算精度可通过最终的 F 值或 σ_0 值 ($n > 5$ 时)来估计,各参数的测定误差也可用相应公式分别算出^[1]。

二 应用实例

作为例子,图1上给出用这种方法算得的1975年1月15日四川九龙6.2级地震前 V_p 随时间的变化曲线。

所用计算结果都对应着 $F < 1 \text{ 秒}^2$ 的精度。由图1可看出此次地震前 V_p 有较明显的异常变化。同^[8]中的研究结果对比可知, V_p 的异常时间与变化趋势和波速比异常基本相符。

如果选用 $\bar{S}$ 波到时资料,则用上述方法同样可算出震源位置、发震时刻与 S 波平均速度 V_s ,然后探索 V_s 在震前的异常变化。用本方法分别算出 V_p , V_s 后,就可以不依赖于和达图而单独求出波速比 V_p/V_s 并研究其异常特性。

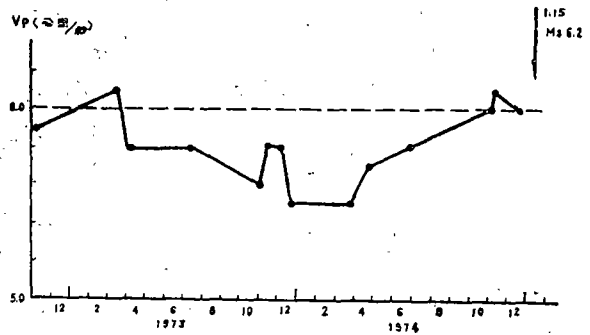


图1 1975年1月15日四川九龙6.2级地震前P波速度 V_p 随时间的变化

参 考 文 献

[1] С. И. Голенецкий, Г. И. Перевалова, Программа определения гипоцентров близких землетрясений на ЭВМ по наблюдениям сейсмических станций Прибайкалья, сб. «Изучение сейсмич. опасности», ФАН, Ташкент, 1971.

[2] 最优化方法, 南京大学编, 科学出版社, 1978.

[3] 冯德益等, 我国西部地区一些强震及中强震前后波速异常的初步研究(一)——波速比异常, 地球物理学报, 19, 3, 1976.