

杨彦鑫, 林大富, 曲瑾, 等. 等效线性场地响应程序对比研究[J]. 地震工程学报, 2019, 41(2): 399-405. doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2019.02.399

YANG Yanxin, LIN Dafu, QU Jin, et al. A Comparative Study of Different Equivalent Linear Analysis Programs[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2019, 41(2): 399-405. doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2019.02.399

## 等效线性场地响应程序对比研究

杨彦鑫, 林大富, 曲瑾, 马建林

(西南交通大学土木工程学院, 四川 成都 610031)

**摘要:** 为了评价 4 种等效线性场地响应软件的适用性, 选取深厚场地作为研究对象, 将基岩地震波作为地震输入, 根据土层剪切波波速和容重确定初始剪切模量并设置对应的模量衰减和阻尼比曲线, 分别用 SHAKE 2000、DEEPSOIL、EERA 和 Strata 4 种等效线性场地响应程序计算得到地表的加速度时程及相应的加速度反应谱和傅里叶幅值谱、场地的最大剪应变和峰值加速度随深度的变化曲线。计算结果表明, 由 4 种场地响应软件得到的地表加速度时程对应的加速度反应谱和傅里叶幅值谱一致, 由于土层划分方式不同, Strata 软件得到的峰值加速度和最大剪应变深度曲线不同。总结 4 种软件的不同, DEEPSOIL 可以较全面考虑土的动力特性, Strata 提供随机振动理论进行场地响应分析并可以考虑土层参数的变异性。

**关键词:** 等效线性分析; 场地响应; SHAKE 2000; EERA; DEEPSOIL; Strata

中图分类号: TU 443

文献标志码: A

文章编号: 1000-0844(2019)02-0399-07

DOI: 10.3969/j.issn.1000-0844.2019.02.399

## A Comparative Study of Different Equivalent Linear Analysis Programs

YANG Yanxin, LIN Dafu, QU Jin, MA Jianlin

(School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, Sichuan, China)

**Abstract:** In this paper, to evaluate the applicability of four equivalent linear analysis programs, i.e., SHAKE 2000, DEEPSOIL, EERA, and Strata, the bedrock seismic wave was chosen as the input motion on a deep site. The initial shear modulus was determined according to the shear wave velocity and density of the soils, and the corresponding modulus decay curves and damping ratio curves were assigned. Surface acceleration time-histories, the corresponding acceleration response spectra, and the Fourier amplitude spectra were obtained by using the four programs. In addition, the maximum shear strain and peak ground acceleration vs. depth for the site were plotted. The results showed that the acceleration response spectra and the Fourier amplitude spectra obtained by the four programs were identical. The plots of maximum shear strain and peak ground acceleration vs. depth obtained by program Strata were different from those of the other three programs due to different division of soil layers. The differences among the four programs were summarized as well. The dynamic properties of soil can be comprehensively considered using DEEPSOIL with more formulas, and the random vibration theory proposed by Strata could be

收稿日期: 2018-08-20

基金项目: 国家留学基金委资助(201407000019)

第一作者简介: 杨彦鑫(1991-), 男, 博士研究生, 主要从事岩土地震工程方向的研究工作。E-mail: yanxinyangswjtu@foxmail.com。

used for equivalent linear analysis.

**Keywords:** equivalent linear analysis; site response; SHAKE 2000; EERA; DEEPSOIL; Strata

## 0 引言

场地响应分析是场地地震安全的重要评价内容。1972年,Seed第一次提出等效线性方法并开发SHAKE程序<sup>[1]</sup>,之后该方法被广泛应用于场地响应分析,其最新版为SHAKE 2000。国际上通用的地震反应分析程序有EERA<sup>[2]</sup>、DEEPSOIL<sup>[3]</sup>和Strata<sup>[4]</sup>等。国内地震反应分析程序的典型代表有RSLEIBM<sup>[5]</sup>、LSSRLI-1<sup>[6]</sup>和SOILQUAKE<sup>[7]</sup>等。

部分学者以等效线性方法为基础开发了相关程序,得到了一定的对比结果。李亚东<sup>[8]</sup>针对上海地区典型场地,利用SHAKE 91、LSSRLI-1及NERA对不同场地进行分析,发现当等效刚度较小时三类程序计算结果差距较大。李俊超等<sup>[9]</sup>分别利用美国加州大学开发的EERA程序与中国地震局开发的RSLEIBM程序对石家庄某会展中心所处的Ⅲ类场地进行动力分析,发现在中小震工况下两类软件计算结果基本一致;在大震工况下,EERA的PGA及地震影响系数计算结果偏大,特征周期偏小。李瑞山等<sup>[10]</sup>采取简化单层与双层计算模型,分别建立硬、软理想剖面,用SHAKE 2000与LSSRLI-1进行响应分析,发现在硬场地条件下两者的地表加速度反应谱一致,对于软场地,LSSRLI-1的计算结果偏大。杨洋等<sup>[11]</sup>根据《建筑抗震设计规范》(GB50011-2010)构造了4类场地条件下的若干个理想场地并利用SHAKE2000与DEEPSOIL进行响应分析,得出PGA、反应谱及剪应变计算结果并对软件的适用性进行总结。李兆焱等<sup>[12]</sup>根据日本某强震动数据库对巨厚土层的井下强震记录,分别验证SOILQUAKE 16、SHAKE 2000及DEEPSOIL在巨厚场地响应分析中的可靠性,分析3种软件在巨厚场地中的适用性。

为对比研究国际上常用的4种等效线性分析程序在深厚场地响应分析中的异同,本文选取具有完整地层资料的典型深厚土层场地作为研究对象,在4种程序中构造一维等效线性分析模型,并将场地附近记录的基岩地震波作为地震输入,得到同一场地在地震作用下的场地响应,对比场地峰值加速度和最大剪应变随着深度的变化、场地的地表加速度时程曲线、加速度时程曲线对应的加速度反应谱和傅里叶谱。

## 1 等效线性分析方法

场地的动力响应可以利用等效线性化方法或时域非线性方法分析<sup>[5]</sup>,由于等效线性化方法的原理更简单,计算所需的土体参数容易获得,其得到了广泛应用<sup>[13]</sup>。其原理为:场地被假设为水平成层且置于基岩上,并在水平方向上无限延伸,地震波由基岩向上垂直传播。在不同应变幅值下的剪切模量和阻尼比由等效剪切模量和等效阻尼比代替,并利用频域线性波动方程求解。

等效剪应变根据折减系数和地震中土体的最大剪应变确定,折减系数根据地震震级确定。在计算过程中,先假设土层的初始等效剪应变,计算得到的土层最大剪应变折减为等效剪应变作为下一次计算的初始剪应变输入,并再次迭代计算,当计算所得的等效剪应变与输入等效剪应变对应的等效动力剪切模量各滞回阻尼比的相对误差在误差允许范围之内时,可确定出相应的等效剪应变。

## 2 等效线性分析软件

随着计算机技术的发展,等效线性分析程序被提出并广泛应用。本文选取目前国际上通用的4种等效线性分析软件:SHAKE 2000、EERA、DEEPSOIL和Strata对场地的响应进行对比。

SHAKE 2000是在SHAKE、PROSHAKE和SHAKE91等程序基础上开发完善的等效线性场地分析软件。SHAKE 2000从已有文献中收录了模量衰减曲线和阻尼比曲线,提供针对砂土、黏土以及基岩的动模量衰减曲线和滞回阻尼比曲线。同时可以根据超固结比、竖向有效应力、塑性参数等定义在不同深度下土体的动模量衰减曲线和滞回阻尼比曲线。

EERA是基于Fortran 90语言开发的等效线性场地响应软件。该软件以Excel为开发平台,具有强大的快速傅里叶变换(FFT)计算功能,同时可计算数千个FFT数据点<sup>[2]</sup>。EERA需要手动定义模量衰减曲线和滞回阻尼比曲线,但其具有操作简单、计算功能强大的特点。

DEEPSOIL是由美国伊利诺伊大学Hashash等<sup>[3]</sup>开发的一维分析软件,可计算同一场地在多条地震输入下的场地响应。DEEPSOIL不仅提供了

频域内的线性和等效线性分析方法,同时提供时域内的线性分析和等效非线性分析,其等效非线性分析也可以考虑孔隙水压消散模型,但是 DEEPSOIL 提供的动模量衰减曲线和滞回阻尼比曲线较少,需手动定义。

Strata 可以同时为一场地加载多条地震输入。该软件不仅提供了频域计算方法,也提供随机振动理论法进行场地响应分析。Strata 软件引入了随机化概念,根据传递函数,程序可对场地特性随机化。随机振动理论方法无需输入时域地震波,仅需地震波的傅里叶幅值谱的幅值作为输入,无需对应傅里叶幅值谱的相位。利用极值统计得到 PGA 及加速度反应谱等地表场地响应相关参数。Strata 提供的动模量衰减曲线和滞回阻尼比曲线有限。

### 3 等效线性响应算例

为了对比 4 种等效线性软件在深厚场地响应分析中的异同,需要选取典型场地进行对比分析。4 种软件都基于等效线性分析方法开发,而 EERA<sup>[2]</sup>、DEEPSOIL<sup>[3]</sup>、Strata<sup>[4]</sup> 为了保证程序的准确性,会先构造场地进行分析,并将计算结果与 SHAKE 2000 的分析结果对比。在此基础上,为了进一步验证 4 种程序在单一场地线性分析的适用性,本文选择文献<sup>[14]</sup>提供在 Loma Prieta 地震中的 Treasure island(TI)场地的典型场地剖面,建立该场地一维等效线性模型,将基岩地震波作为地震输入,对土赋值相同的模量衰减曲线和阻尼比曲线,利用不同的等效线性软件进行场地响应分析并作对比。

1989 年美国 Loma Prieta 地震<sup>[14]</sup> 矩震级为 6.9 级。该地震造成了加利福尼亚州旧金山地区的较大破坏,并在多处场地观察到液化现象。本文的研究对象 Treasure Island (TI)是一座人工岛,位于旧金山地区 Yerba Island 的西北处。文献<sup>[14]</sup>中详细记录了该场地的地层信息,且在其附近的 Yerba Island 记录有基岩地震波。

表 1 列出了文献<sup>[14]</sup>给出的场地剖面及土层参数。场地由上至下依次为 11.6 m 厚的砂性填充物、17.4 m 厚的新湾泥层、12 m 厚的致密砂土层和 38 m 厚的旧湾泥层。基岩位于地表下 85 m 处。为了进行场地响应分析,文献<sup>[14]</sup>将该场地土层划分为 15 层,本文根据表 1 的土层参数,建立场地线性响应模型。根据 Vucetic 等<sup>[15]</sup>的研究成果,设置砂性土的模量衰减曲线和阻尼比曲线,根据 Darendeli<sup>[16]</sup>的研究成果设置黏性土的模量衰减曲线和阻尼

比曲线。基岩则根据美国电力研究协会<sup>[17]</sup>研究成果设置对应的模量衰减曲线和阻尼比曲线。

表 1 场地剖面及土层参数<sup>[14]</sup>

土层类型	土层序号	厚度 /m	重度 /( $\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$ )	$v_s$ /( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )
填充砂土	1	0.9	18.9	490.1
	2	5	18.1	128
	3	3	18.1	152.1
	4	2.7	18.9	177.1
新湾泥	5	2.3	15.7	177.1
	6	4.9	15.7	155.1
	7	3	17.3	242.9
致密细砂	8	7	17.3	168.9
	9	12.2	18.1	292.6
旧湾泥	10	4.9	18.1	292.6
	11	21.3	19.6	313.9
	12	7.3	19.6	368.8
	13	4.6	19.6	368.8
砂土	14	7.6	19.6	368.8
基岩	15	10	22	1 219.2

Yerba Island 记录有基岩地震波,可直接用于场地的地震输入。Yerba Island 的地震波在 PEER<sup>[18]</sup>的强震数据库中获取(图 1)。两条地震波分别代表 YBI 台站两个方向记录的地震波,记为 YBI-000 和 YBI-090。

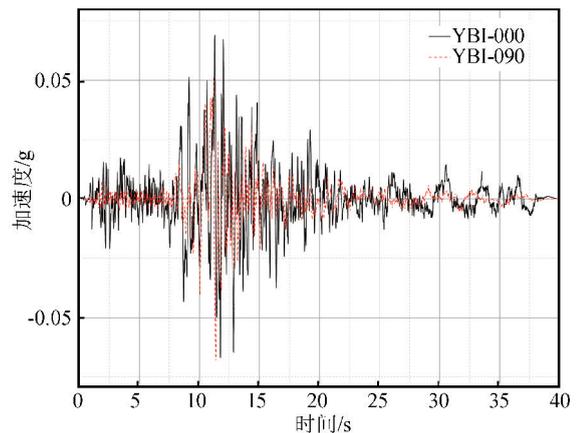


图 1 基岩地震输入加速度时程

Fig.1 The outcrop acceleration time history

### 4 计算结果对比分析

利用 4 个等效线性程序分别计算场地的地表加速度时程、加速度反应谱、加速度时程的傅里叶幅值谱和土层中 PGA 及最大剪应变随深度的变化,其计算结果如图 2~图 6 所示。

图 2 为场地在两条地震波作用下的地表加速度时程。经对比,4 个等效线性软件所得结果差异较

小,在 YBI-000 作用下,由 DEEPSOIL 计算所得地表峰值加速度为  $0.11g$ ,其他 3 个软件计算得到地

表峰值加速度为  $0.12g$ 。在 YBI-090 作用下,地表峰值加速度均为  $0.14g$ 。图3是场地在两条地震波

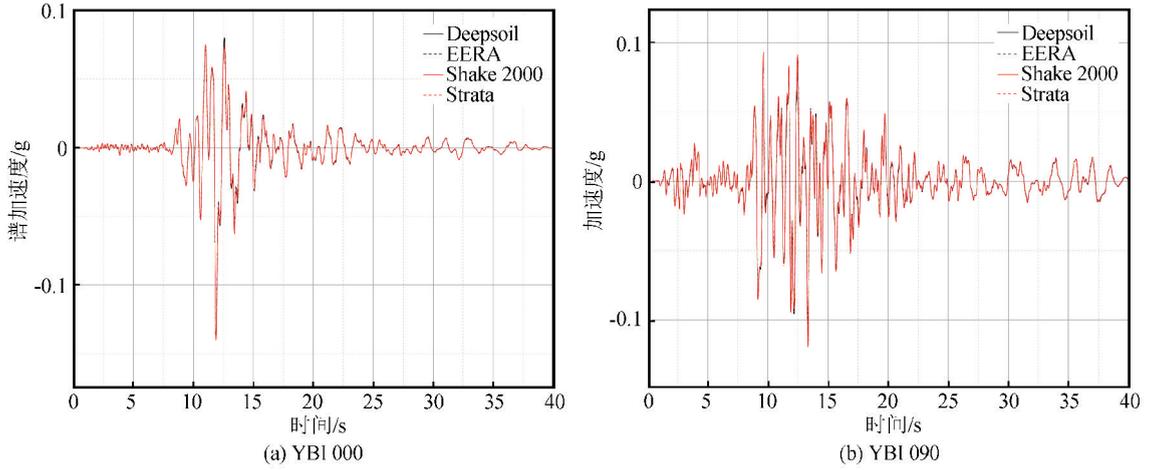


图 2 地表加速度时程

Fig.2 Acceleration time history

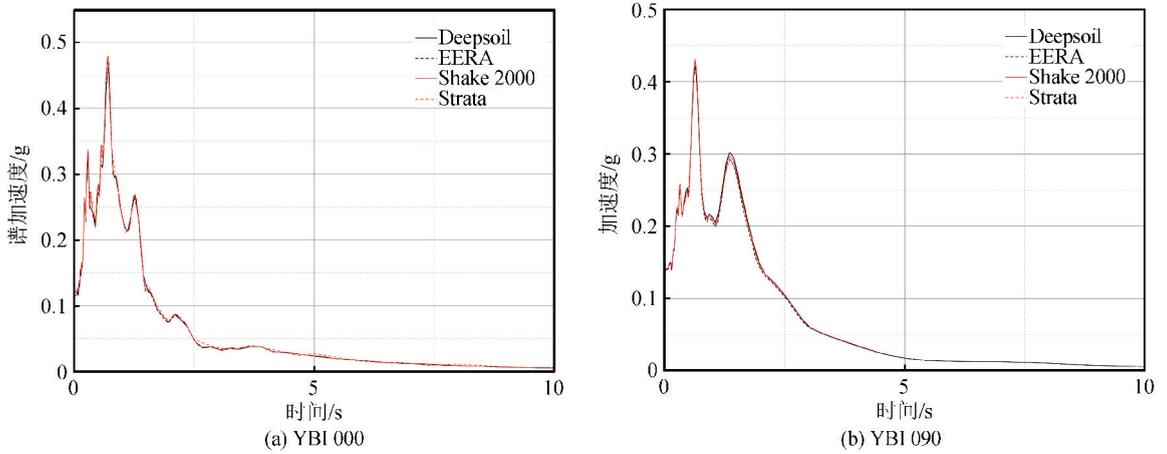


图 3 地表加速度反应谱

Fig.3 Acceleration spectrum of acceleration

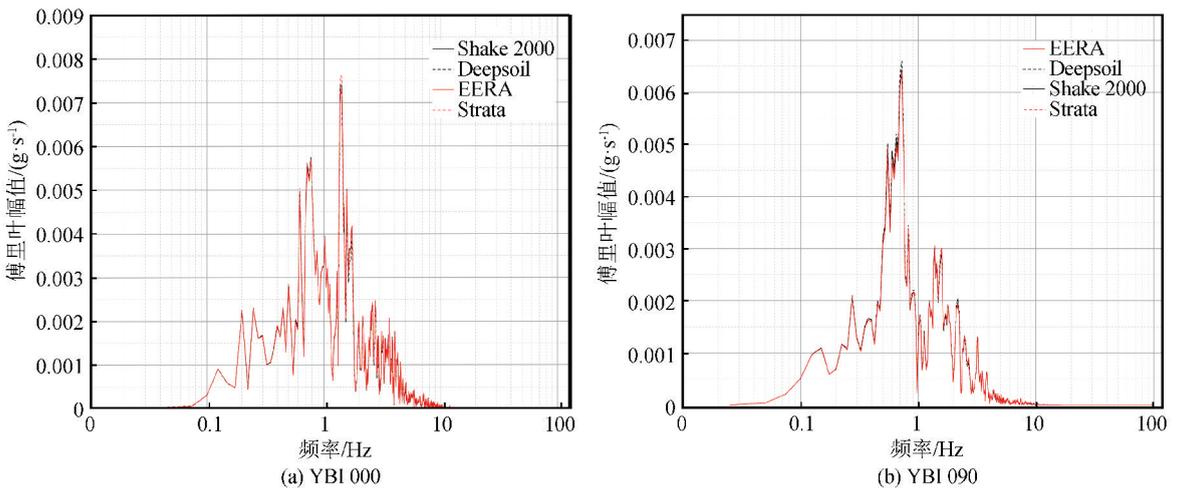


图 4 傅里叶幅值谱

Fig.4 Fourier Spectrum amplitude

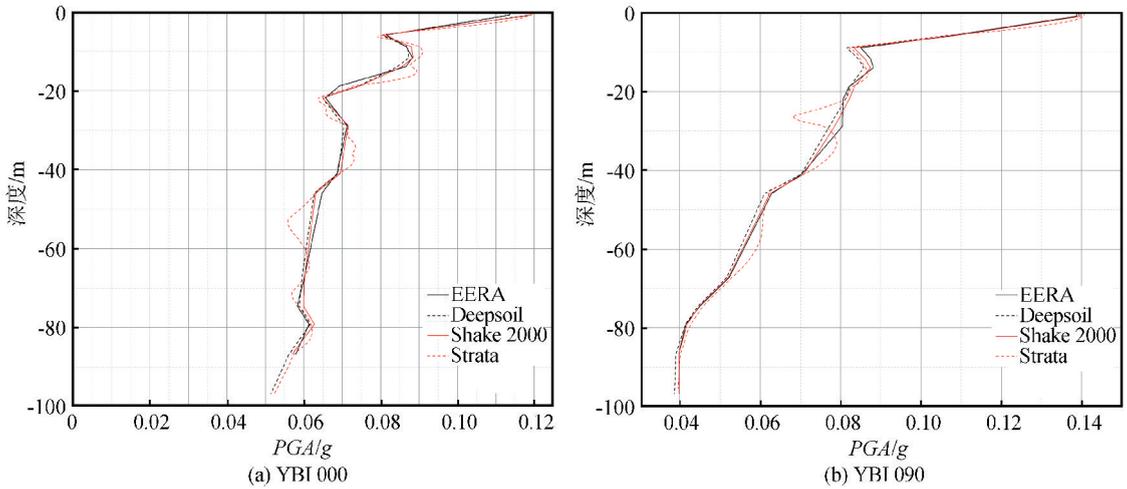


图 5 PGA 随深度变化图

Fig.5 PGA versus depth

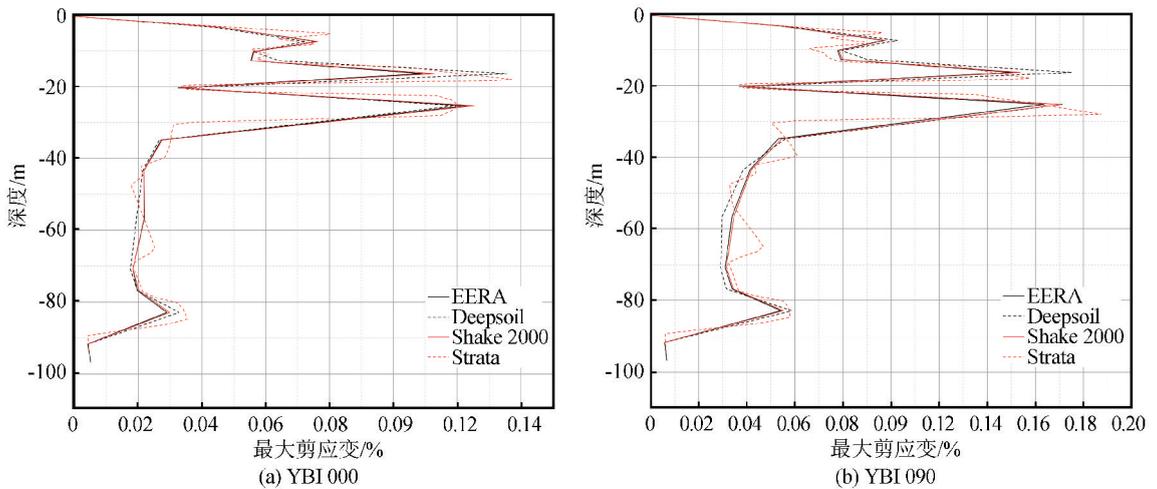


图 6 最大剪应变随深度变化图

Fig.6 Maximum shear strain versus depth

作用下地表加速度时程的加速度反应谱。YBI-000 作用下对应的谱加速度峰值为 0.46~0.48g,其中 SHAKE 2000 计算得到谱加速度为 0.48g,DEEPSOIL 计算得到谱加速度 0.46g,EERA 和 Strata 得到谱加速度为 0.47g;在 YBI-090 地震输入作用下,只有 DEEPSOIL 计算的谱加速度为 0.42g,其余软件分析得到谱加速度为 0.43g。图 4 为场地在两条地震输入作用下,地表加速度时程的傅里叶幅值谱。在 YBI-000 作用下,最大傅里叶幅值对应的频率  $f=1.4$  Hz;在 YBI-090 作用下,最大傅里叶幅值对应频率  $f=0.73$  Hz。4 个软件计算结果一致。

图 5 为场地在地震输入作用下土层 PGA 随着深度的变化。图 6 为场地的最大剪应变随深度变化。4 个软件计算 PGA 最大值均出现在地表。EERA 和 SHAKE 2000 软件计算所得 PGA 和最

大剪应变分布一致,场地的最大剪应变出现在地表下 25 m 处左右。但由 Strata 软件计算所得 PGA 及最大剪应变随深度变化与其他 3 个软件所得结果不同,分析其原因是 Strata 将场地离散为较薄的土层,所以获得了更多的数据点,故在曲线上表现出突变或者与其他 3 个软件在同一位置数据点上不同。由 DEEPSOIL 计算得到的最大剪应变与 EERA 和 SHAKE 2000 软件计算趋势相同,但是最大剪应变出现在地表下 16 m。

总结计算分析结果,同一场地在地震作用下,由 4 种等效线性分析软件所得地表加速度时程、其对应的加速度反应谱和地表加速度时程的傅里叶反应谱基本一致,由 Strata 软件计算所得的随深度变化的 PGA 和最大剪应变曲线与其余 3 个软件有一定的差异,主要是由软件划分较薄的土层造成的。

## 5 等效线性分析软件的不同点及缺陷

### 5.1 分析软件的不同点

经对比分析,4种软件均可对场地进行等效线性分析,且计算结果较为接近,但4种软件在功能实现上有所差异:对剪切模量、傅里叶谱计算和对土体的变异性,软件的实用性均有所不同。

#### (1) 剪切模量的定义

SHAKE 2000 中提供了不同的模量估计方法,可以根据剪切波波速、动力触探值、不排水剪切强度、竖向有效应力等估计初始剪切模量,而其他软件主要依据  $G_{\max} = \rho v_s^2$  对初始模量进行估计。

对于动剪切模量,SHAKE 2000 中动剪切模量为:

$$G^* = G(1 + 2i\beta) \quad (1)$$

式中: $G^*$  为动剪切模量; $\beta$  是临界阻尼比; $G$  为初始剪切模量。

在 Strata 中,动剪切模量为:

$$G^* = G(1 + 2i\beta) \quad (2)$$

式中: $G$  为动剪切模量; $\beta$  是临界阻尼比; $G$  为初始剪切模量。

DEEPSOIL 提供了 3 种定义动剪切模量的方式:频率不相关动力剪切模量,与 SHAKE 2000 中定义一致,动剪切模量根据式(1)确定。频率相关的动剪切模量为:

$$G^* = G(1 - 2\beta^2 + i2\sqrt{1 - 2\beta^2}) \quad (3)$$

简化频率不相关动剪切模量为:

$$G^* = G(1 - \beta^2 + i2\beta) \quad (4)$$

其中: $G^*$  为动剪切模量; $\beta$  是临界阻尼比; $G$  为初始剪切模量。

EERA 中,以下两类公式用来定义动剪切模量:

$$|G^*| = G\sqrt{1 + 4\beta^2} \quad (5)$$

$$|G^*| = G[(1 - 2\beta^2) + 2\beta i\sqrt{1 - \beta^2}] \quad (6)$$

式中: $G^*$  为动剪切模量; $\beta$  是临界阻尼比; $G$  为初始剪切模量。

#### (2) 傅里叶幅值谱计算

在计算傅里叶幅值谱(FAS)时,SHAKE 2000 中的计算结果受到数据点数量的限制,当地震输入时间间隔较小且地震数据点较多时,傅里叶幅值谱的计算结果有偏差。在其他情况下,四个等效线性软件计算所得傅里叶幅值谱基本一致。

#### (3) 场地土层特性变异性考虑

天然场地土层分布不均匀,地质勘查的误差等因素会造成土层参数具有变异性。为了描述土体特

性的变异性,Strata 根据蒙特卡洛方法,利用不同模型分别描述土层厚度和剪切波波速的相关性和统计分布、土体的模量衰减曲线和滞回阻尼比曲线的统计分布。SHAKE 中也提供了对土体参数的随机生成,但仅提供敏感性分析。其它两个等效软件则不能在软件中直接考虑土体参数的变异性。

#### (4) 软件的实用性

在进行一维场地响应分析时,SHAKE2000 的计算分析结果被广泛认可,软件内置地地震波、土的模量衰减曲线和阻尼比曲线,使用者能够较快完成场地建模并分析,其分析结果可以作为场地响应分析的主要依据。而 EERA 在 Excel 中实现,其地震波和其他参数均需要手动输入,在对大量场地进行分析时会对计算效率产生较大的影响,而针对较少场地的响应分析时 EERA 具有操作界面简洁,能迅速生成相关图表的优点。DEEPSOIL 软件除了可以进行场地线性响应分析外,也可考虑孔隙水压力的生成和消散模型,在不同的阻尼条件对场地进行非线性响应分析,但软件中需要对土的模量衰减曲线和阻尼比曲线进行手动输入。在依据相关的经验模型进行土体动力参数输入时,对使用者的理论基础要求较高。而其非线性响应分析结果可以作为线性响应分析的补充对比。另外,DEEPSOIL 内置的地震波数据库不够完善,需要使用者自行输入地震波。Strata 也可依据场地进行随机振动理论对场地进行响应分析,并对场地进行多条地震波并行分析,但软件在土体的模量衰减曲线的储备上也显得不足,需要手动输入曲线。综合考虑,SHAKE2000 依旧可以作为场地响应分析的主要软件。在需要进行非线性场地响应分析时,DEEPSOIL 可提供相应的对比结果。

### 5.2 等效线性分析软件的缺陷

等效线性分析不能真实地反映土体的动力响应,因为在计算过程中,每一层土体的剪切模量和阻尼比被假设为定值,并不随着应力水平而改变,同时由于阻尼比的增加,地震输入的高频成分会被过度吸收。在高烈度地震作用下,等效线性分析会过高估计场地峰值加速度和剪切强度<sup>[19]</sup>;在高频成分较多的地震作用下,会过低估计傅里叶反应谱放大比。故在计算分析中需要考虑高频成分和地震输入对计算结果的影响。

## 6 结论

等效线性分析被广泛用于场地响应。本文选取典型深厚场地,根据地层资料,建立一维等效线性模

型,选用基岩地震波作为地震输入,利用 4 个等效线性软件计算场地响应,经分析得到如下结论:

(1) 4 种等效线性软件均可被用于场地响应分析,4 种软件计算所得场地地表的加速度时程曲线及对应的加速度反应谱和傅里叶幅值谱均较为一致。EERA 和 SHAKE 2000 得到的峰值加速度和最大剪应变随深度的变化一致,Strata 在计算峰值加速度和最大剪应变随深度分布的差异需要在软件选用时予以考虑。

(2) DEEPSOIL 提供了多种动剪切模量计算公式,能够更好地考虑土的动力特性,Strata 提供了随机振动理论计算场地响应以及考虑土体参数的变异性,SHAKE 中计算傅里叶谱值时需要地震输入的时间间隔予以关注。同时线性场地响应软件需要考虑地震输入的高频部分。

## 参考文献 (References)

- [1] SCHNABEL P, LYSMER J, SEED H. SHAKE-A Computer Program for Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites[M]. Berkeley, California: Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1972.
- [2] BARDET J, ICHII K, LIN C. EERA-A Computer Program for Equivalent-linear Earthquake Site Response Analyses of Layered Soil Deposits[M]. Los Angeles, California: University of Southern California, 2000.
- [3] HASHASH Y, PARK D. Non-linear One-dimensional Seismic Ground Motion Propagation in The Mississippi Embayment [J]. Engineering Geology, 2001(62): 185-206.
- [4] KOTTKE A, RATHJE E. Technical Manual for Strata[M]. Berkeley, California: Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 2018.
- [5] 李小军. 一维土层地震反应线性化计算程序[M]. 地震小区划(理论与实践), 北京:地震出版社, 1989: 250-265.  
LI Xiaojun. A Computer Program for Calculating Earthquake Response of Ground Layered Soil[M]. Seismic Microzonation (Theory and Practice), Beijing: Seismological Press, 1989, 250-265.
- [6] 廖振鹏, 李小军. 地表土层地震反应的等效线性化解法[M]. 地震小区划(理论与实践), 北京:地震出版社, 1989, 141-153.  
LIAO Zhenpeng, LI Xiaojun. Linearization Method for Computing Earthquake Response of Ground Layered Soil[M]. Seismic Microzonation (Theory and Practice), Beijing: Seismological Press, 1989, 141-153.
- [7] 袁晓铭, 李瑞山, 孙锐. 新一代土层地震反应分析方法[J]. 土木工程学报, 2016(10): 95-102.  
YUAN Xiaoming, LI Ruishan, SUN Yue. A New Generation Method for Earthquake Response Analysis of Soil Layers[J]. China Civil Engineering Journal, 2016(10): 95-102.
- [8] 李亚东. 区域性土的动力特性及对地下结构抗震分析的影响[D]. 广州大学, 2011.  
LI Yadong. Dynamic Properties of Regional Soil and Its Influence on Seismic Analysis of Underground Structure[D]. Guangzhou University, 2011.
- [9] 李俊超, 王孝鄂, 聂克军, 等. 两种土层地震一维反应程序的对比分析[J]. 大地测量与地球动力学, 2013(增刊 2): 31-34.  
LI Junchao, WANG Xiaoe, XIAO Kejun, et al. Comparative Analysis of One-dimensional Reaction Procedures of Two Soil Seismic [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2013 (Supp2): 31-34.
- [10] 李瑞山, 袁晓铭, 李程程. 基于黏弹性解的土层地震反应分析程序 LSSRLI-1 和 SHAKE2000 的对比[J]. 地震工程与工程振动, 2015(3): 17-27.  
LI Ruishan, YUAN Xiaoming, LI Chengcheng. Visco-elastic Solution based Comparison between the Ground Response Analysis Programs LSSRLI-1 and SHAKE 2000[J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2015(3): 17-27.
- [11] 杨洋, 孙锐, 杨洪博, 等. 国际上两种典型土层地震反应分析程序对比研究[J]. 世界地震工程, 2017(3): 17-23.  
YANG Yang, SUN Rui, YANG Hongbo, et al. Contrasting Study between Two International Typical Soil Layers Seismic Response Analysis Programs[J]. World Earthquake Engineering, 2017(3): 17-23.
- [12] 李兆焱, 袁晓铭, 王鸾, 等. 巨厚场地三种土层地震反应分析程序对比检验[J]. 地震工程与工程振动, 2017(4): 42-50.  
LI Zhaoan, YUAN Xiaoming, Wang Luan, et al. Verification of Three Methods for Calculating Earthquake Response of Soil Layers in Deep Sites[J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2017(4): 42-50.
- [13] 齐文浩, 薄景山. 土层地震反应等效线性化方法综述[J]. 世界地震工程, 2007(4): 221-226.  
QI Wenhao, BO Jingshan. Summarization on Equivalent Linear Method of Seismic Responses for Soil Layers[J]. World Earthquake Engineering, 2007(4): 221-226.
- [14] YOU D L T. Influence of Soil Softening and Liquefaction on Response Spectra for Bridge Design: A Research Report Submitted to The Utah Department of Transportation [M]. Salt Lake City, Utah: Utah Department of Transportation, 2003: 159.
- [15] VUCETIC M, DOBRY R. Effect of Soil Plasticity on Cyclic Response[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1991, 117 (1): 89-107.
- [16] DARENDELI M. Development of New Family of Normalized Modulus Reduction and Material Damping Curves[D]. Austin, Texas, The University of Texas at Austin, 2001.
- [17] EPRI (Electric Power Research Institute). Guidelines for Determining Design Ground Motions[S]. Palo Alto, California: Electric Power Research Institute, 1993.
- [18] BOZORGNIA Y, ABRAHAMSON N, ATIK L, et al. NGA-West2 Research Project[J]. Earthquake Spectra, 2014, 30(3): 973-987.
- [19] MIURA K, KOBAYASHI S, YOSHIDA N. Equivalent Linear Analysis Considering Large Strains and Frequency Dependent Characteristics[C]. Proceedings 12th World Conference on Earthquake Engineering, Auckland, New Zealand: New Zealand Society for Earthquake Engineering, 2000; Paper.No.1832.