李博,肖威,王华伟.岩石损伤模量分析[J].地震工程学报,2018,40(2):384-388.doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2018.02.384 LI Bo, XIAO Wei,WANG Huawei.Analysis of Damage Modulus of Rock[J].China Earthquake Engineering Journal,2018,40 (2):384-388.doi:10.3969/j.issn.1000-0844.2018.02.384

岩石损伤模量分析。

李 博,肖 威,王华伟

(西北核技术研究所,陕西西安 710024)

摘要:从能量的角度出发定义损伤变量,通过应力-应变曲线卸载段有效应力与总应力之间的假定关系,确定损伤模量的计算方法。在单轴和三轴条件下,对岩石损伤相关参数进行统计研究,重点对损伤模量进行计算和对比分析。结果表明,单轴及低围压下损伤模量基本呈逐渐减小的趋势,而随 着围压的增大,损伤模量呈先减小后保持动态稳定的趋势。损伤变量的计算充分考虑到围压的影响,可进一步增进对岩石损伤的认识。

DOI:10.3969/j.issn.1000-0844.2018.02.384

文章编号:1000-0844(2018)02-0384-05

Analysis of Damage Modulus of Rock

LI Bo, XIAO Wei, WANG Huawei

(Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, Shaanxi, China)

Abstract: Rock is a typical brittle non-uniform material that is rich in various internal defects (cracks, pores, joints fissures), which make the rock damage and failure mechanism very complex. Theoretical and laboratory experimental studies indicate that energy plays an important role during rock deformation and failure and abrupt energy release causes rock failure. Under certain conditions, this energy release can constitute an energy dissipation catastrophe. From the thermodynamics perspective, the process of rock damage is irreversible and energy release, the essential characteristic of rock deformation and failure, reflects the process of the propagation of internal defects and decreasing strength. The process of rock damage is one of constant energy evolution, so rock deformation and fracture can be well described from the energy viewpoint. Based on previous studies of rock damage, we know that the elastic modulus decreases while plastic strain emerges in the loading process. Based on the above analyses, we can define the damage variable with respect to energy. By relating the effective and total stress in the unloading stage of the stressstain curve, we can determine a method for calculating the damage modulus. We conducted a statistical analysis of the damage parameters of rock under uniaxial and triaxial states to calculate and contrast the damage moduli. The results show the damage modulus to have a gradual decreasing trend with increasing confining pressure, whereby the damage modulus first decreases and then tends to stabilize. In addition, our method for calculating the damage modulus takes full account of the influence of the confining pressure. Building on the studies mentioned above, the

① 收稿日期:2016-12-06

作者简介:李 博(1986-),男,助理工程师,研究方向为岩土工程。E-mail:libocare@126.com。

analysis results of this paper promote further understanding of rock damage and failure. **Key words:** rock; damage; energy; modulus; stress

0 引言

岩石损伤指的是在环境侵蚀或外荷载作用下, 由于细观结构(微裂纹、微孔洞、位错等)引起的岩石 或结构的不可逆的劣化过程。岩石材料损伤演化过 程是其内部微裂纹不断产生、扩展、贯通的过程,而 定义岩石损伤变量是研究岩石损伤及其演化特征的 前提基础。目前定义岩石损伤变量的方法有很多 种,如 Lemaitre 创立的应变等效性假说以岩石损伤 前后材料弹性模量的变化来定义损伤变量,由于其 定义简单、计算方便、易于测量等特点而得到了广泛 的应用[1-4]。鞠杨、谢和平等[5-6]认为该方法不适用 于描述具有不可逆塑性变形特征的弹塑性行为,因 为其会显著简化或掩盖具有不可逆塑性变形特征材 料真实的损伤行为,而将卸载模量作为岩石损伤后 的弹性模量计算损伤变量会出现损伤变量为负值的 情况,这与实际情况不相符,因此采用该方法研究岩 石损伤是存在缺陷的。

岩石损伤过程是能量不断演化的过程,岩石变 形破坏过程是岩石能量不断积累并不断耗散的过 程,岩石变形失稳破坏,能量发生转化,但保持动态 平衡,对于某一特定的变形形态,都有特定的能量状 态与之相对应。本文采用能量的方法定义损伤变 量,进而对岩石损伤变量进行研究。

1 损伤变量

1.1 损伤变量

研究岩石损伤及其演化特征的前提是采用一个 合适的损伤变量,既能反映岩石在变形破坏过程中 内部裂纹出现、扩展的程度,又能与岩石宏观力学效 应相关联^[7]。损伤使得岩石材料的微观结构和某些 宏观上的物理力学参数发生变化,因此岩石损伤可 以从微观和宏观两个角度来选择损伤度量的基准。 微观上,主要采用裂纹数目、长度、面积、体积、几何 形状等;宏观上,可选用弹性模量法、密度和重度法、 超声波波速法、屈服应力及应变法、CT 数法、声发 射累计数法、能量法等。岩石变形破坏的过程就是 一个能量不断转化的过程,岩石受载变形破坏经历 微裂纹及缺陷闭合、新裂纹产生及扩展、裂纹沟通最 终贯通的过程,因此从能量的角度研究岩石损伤破 坏规律,更接近岩石变形破坏的本质^[8-10]。

1.2 岩石损伤的能量计算方法

外界输入的能量一部分转化为弹性应变能储存 于岩石内,外界能量中的环境热能存储为岩石的内 能;另一部分转化为塑性变形能、损伤能(主要为表 面能),同时以摩擦热能、电磁辐射、声发射等形式向 外界释放能量,当输入的能量达到岩石材料的储能 极限时,弹性应变能向外界释放,岩石发生破 坏^[11-13]。能量耗散是岩石变形破坏的本质属性,反 映了岩石内部微缺陷不断发展、强度不断弱化并最 终丧失的过程^[14]。对于受载岩石系统,它的能量转 化可以分为能量输入、能量积聚、能量耗散、能量释 放四个阶段,具体见图 1。



图 1 岩石系统的能量转化



假定岩石单元与外界无热交换,在外荷载作用 下产生变形,外力做功产生的输入能量为U,由热力 学第一定律得:

$$U = U^{\rm d} + U^{\rm e} \tag{1}$$

其中:U^d 为耗散能;U^e 为弹性变形能。

定义损伤变量 D 为

$$D = U^{\rm d}/U \tag{2}$$

其中:D 为损伤变量。

三轴试验条件下,外力输入的机械能为:

$$U = V \int \sigma_i \, \mathrm{d}\varepsilon_i = V \int_0^{\varepsilon_l} \sigma_1 \, \mathrm{d}\varepsilon_1 + V \int_0^{\varepsilon_2} \sigma_2 \, \mathrm{d}\varepsilon_2 + V \int_0^{\varepsilon_3} \sigma_3 \, \mathrm{d}\varepsilon_3$$

其中:V为试件体积; σ_i 为各主方向应力; ε_i 为 σ_i 所 对应的应变。

常三轴试验条件下,围压一定,则总机械能为:

$$U = V \int \sigma_i d\varepsilon_i = \int_0^{\varepsilon_1} \sigma_1 d\varepsilon_1 + 2V \int_0^{\varepsilon_3} \sigma_3 d\varepsilon_3 = V \int_0^{\varepsilon_1} \sigma_1 d\varepsilon_1 + 2V \sigma_3 \varepsilon_3$$
(4)

可释放的弹性应变能为:

$$U^{\mathfrak{e}} = V \int \sigma_{i} \, \mathrm{d} \mathfrak{e}_{ie} = V \int_{0}^{\mathfrak{e}_{1}e} \sigma_{1} \, \mathrm{d} \mathfrak{e}_{1e} + 2V \int_{0}^{\mathfrak{e}_{3e}} \sigma_{3} \, \mathrm{d} \mathfrak{e}_{3e} =$$

$$V \int_{0}^{\varepsilon_{1}e} \sigma_{1} d\varepsilon_{1e} + 2Vv \int_{0}^{\varepsilon_{1e}} \sigma_{3} d\varepsilon_{1e} = V\varepsilon_{1e} \left(\frac{1}{2}\sigma_{1} + v\sigma_{3}\right)$$
(5)

其中:υ为泊松比;ε_{ie}为各主应力对应的可恢复的弹 性应变。

由式(1)、(2)、(4)、(5)可得:

$$D_{1} = 1 - \frac{U^{e}}{U} =$$

$$1 - \frac{V\varepsilon_{1e} \left(\frac{1}{2}\sigma_{1} + \upsilon\sigma_{3}\right)}{V \int_{0}^{\varepsilon_{1}} \sigma_{1} d\varepsilon_{1} + 2V\sigma_{3}\varepsilon_{3}} =$$

$$1 - \frac{\varepsilon_{1e} \left(\frac{1}{2}\sigma_{1} + \upsilon\sigma_{3}\right)}{\int_{0}^{\varepsilon_{1}} \sigma_{1} d\varepsilon_{1} + 2\sigma_{3}\varepsilon_{3}}$$
(6)

损伤变量也可以通过累积耗散能与累积总能量 之间的比值计算得到,即

$$D_{2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{i} U_{i}^{e}}{\sum_{i=1}^{i} U_{i}}$$
(7)

其中:U^e;为第*i*次循环时的累积弹性变形能;Uⁱ;为 第*i*次循环时的累积总能量。

利用应力-应变曲线进行耗散能和应变能的计 算,具体见图 2。

2 损伤模量理论方法

记岩石损伤模量为E,卸载后的弹性应变为 ε' , 卸载阶段的有效应力与总应力之间的关系定义为:

$$E\varepsilon' = (1-D)E_{0}\varepsilon \tag{8}$$

其中:E₀为弹性模量;ε为卸载过程的总应变。

Table 1



图 2 岩体单元中的耗散能和弹性应变能 Fig.2 Dissipated energy and elastic strain energy of rock mass element

由上式可得:

$$E = (1 - D) \frac{\varepsilon}{\varepsilon'} E_0 = \left(1 - \frac{U^d}{U}\right) \frac{\varepsilon}{\varepsilon'} E_0 = \frac{U^e}{U} \frac{\varepsilon}{\varepsilon'} E_0$$
(9)

利用 D_1 、 D_2 和式(9)可得损伤模量 E_1 、 E_2 。

虽然式(9)得出的损伤模量公式与文献[5]、[6] 形式上是相同的,但上述文献是以 Lemaitre 创立的 应变等效性假说为基础进行修正的,本文则是从应 力的角度进行考虑,对损伤变量的定义方法也不同。

3 损伤模量应用

3.1 单轴下损伤模量计算

利用文献[15]中砂岩试件单轴循环压缩条件下 的应力-应变曲线数据,对单轴条件下的循环加卸载 损伤模量进行分析。统计结果见表1。

从表1可以看出,文献[15]中第5次循环周次下 应力水平已达到峰值强度的95%,而损伤变量才

循环次数 原损伤变量 D 原模量 Es/GPa 能量释放率 Y/(10⁻⁶ J•mm⁻³) E_1/GPa Y_1 E_2/GPa Y_2 D_1 D_{2} 0 79.32 579 0.063 1 74.01 618 0.063 1 74.01 618 1 2 0.002 79.14 922 7 0.128 5 68.85 10 567 0.124 9 69.14 10 523 3 0.007 78.78 27 366 0.128 3 73.15 31 175 0.128 4 73.15 31 177 54 976 4 0.013 78.32 46 901 0.158 0 72.52 0.147 3 73.44 54 285 5 0.043 75.89 62 492 0.2 039 70.31 75 118 0.1 845 72.02 73 332

表 1 单轴循环加卸载损伤统计表

Statistics of damage under uniaxial cyclic loading and unloading conditions

0.043 1,这与实际情况不符。这说明采用模量比值 的方法定义损伤变量,其值偏小,而且有文献指出其 计算时存在损伤变量为负的情况,因此该方法需要 进一步完善。

岩石损伤破坏过程是能量不断演化的过程,从

表1中可以得出,损伤变量随循环次数的增加而增加;能量释放率Y₁、Y₂与原能量释放率Y相比,随循环次数增加呈逐步增多的趋势。弹性模量随循环次数的变化情况见图3。

由图 3 分析可知,基于能量的方法定义的循环

加卸载下的模量与原模量相比较小,且呈先减小再 增加后又减小的趋势,与原割线模量变化趋势不同。 文献[15]中的砂岩试样单轴循环压缩时的能量耗散 图中,卸载曲线起点和终点的连线斜率是先增后减, 与原文统计结果不一致。能量法计算的损伤迅速减 小可能是因为岩样破坏后新裂纹产生且没有被压 密,导致模量迅速减小,随荷载的增加裂纹被逐渐压 密,从而使模量有所提升。



图 3 单轴条件下砂岩损伤模量-循环次数变化曲线 Fig.3 Variation curves of sandstone damage modulus with cycle numble under uniaxial compression





3.2 三轴下损伤模量计算

三轴循环加卸载条件下的损伤模量计算引用文 献[16]中的三轴循环加卸载数据。统计结果见表 2。

文献[16]中模量的获得是通过卸载曲线中卸载 点与最小应力点连线的割线模量计算而来。从表 2 可以看出,弹性模量并不是随荷载及循环次数增加 逐渐降低的,其在 10 MPa 荷载下先增后减,15 MPa 下则先增然后缓慢增加,20 MPa 下先增后减,未出 现单轴条件下随循环次数增加而下降的情况,这是因为围压对裂纹扩展有制约作用,有利于裂纹的压密,从而导致弹性模量不降反升。

表 2 三轴循环加卸载损伤统计表

 Table 2
 Statistics of damage under triaxial cyclic loading and unloading conditions

围压	循环	卸载点	原模量	D_1	F	E /CD	D_2		E₂/GPa
/MPa	次数	/MPa	$E_{\rm S}/{ m GPa}$			E_1/GPa			
10	1	20.32	7.712	0.649	1	14.82	0.649	1	14.82
	2	30.09	9.001	0.490	7	11.64	0.527	3	10.80
	3	39.91	9.221	0.379	8	10.79	0.435	8	9.82
	4	45.83	9.452	0.389	3	9.86	0.413	9	9.46
	5	47.86	8.519	0.458	1	9.18	0.430	8	9.64
15	1	20.07	7.885	0.626	9	15.55	0.626	9	15.55
	2	29.70	8.663	0.410	3	12.40	0.459	3	11.37
	3	39.91	8.865	0.337	1	11.25	0.382	3	10.48
	4	49.98	8.875	0.297	0	10.49	0.337	3	9.89
	5	55.95	8.990	0.257	1	10.52	0.305	0	9.84
	6	60.43	9.212	0.252	6	10.38	0.288	1	9.89
20	1	20.28	6.087	0.693	3	7.131 4	0.693	3	7.13
	2	30.01	6.519	0.490	8	6.255 5	0.536	8	5.69
	3	40.03	6.663	0.402	1	6.005 4	0.451	7	5.51
	4	49.76	6.606	0.356	9	5.920 7	0.401	6	5.51
	5	60.11	6.558	0.335	8	5.914 4	0.371	4	5.60

从损伤的角度来看,随着循环周次的增加,损伤 程度不是递增,而是逐渐下降的,这可能与岩性、卸 荷方式有关。因为煤岩为软岩,受围压的影响较大, 文献中的卸荷方式为不完全卸荷,弹性变形能在统 计中与实际值相比较小,所得损伤变量结果偏大,尤 其是在初始循环过程中。随着循环次数的增加,耗 散能的比重越来越大,从损伤模量计算结果与原模 量对比结果来看,二者随循环次数的增加越来越 接近。

由于原文中各能量的计算没有考虑到围压的影响,本文利用式(4)及式(5)对总能量和弹性变形能 进行修正,即 D_1 、 E_1 、 D_2 、 E_2 修正后为 D'_1 、 E'_1 、 D'_2 、 E'_2 。修正后的损伤变量-循环次数关系见图5。

从图 5 可以看出,损伤变量随循环次数的增加 呈减小趋势,能量累积计算出的损伤变量要比非累 积的要高,且随围压的增加损伤变量先增加然后保 持稳定。15 MPa 和 20 MPa 围压下损伤变量循环 次数在 4 次之前基本相同,4 次后随围压增加 D₁['] 比 D₂['] 要高。

从图 5 可以看出,能量累积计算出的损伤模量 高于非累积的,且随围压的增大损伤模量呈减小趋势,与文献中的数据一致。随循环次数的增加损伤 模量 E²规律性不明显,10 MPa 下是减小的,而 15



- 次数变化曲线 Fig.5 Variation curves of coal-rock damage modulus
- with cycle number under triaxial compression

MPa 和 20 MP 则先增然后保持动态稳定;随循环次数的增加损伤模量 E'_{2} 呈先减后缓增的趋势,具有明显的规律性。

4 结论

研究岩石损伤及其演化特征要求定义一个合适的损伤变量,而在岩石损伤破坏过程中能量在不断 发生演化,从能量的角度将耗散能与总能量的比值 定义为损伤变量。基于卸载段定义有效应力与总应 力的关系,确定损伤模量的计算方法,通过引用文献 中单轴和三轴的试验数据进行该方法验证,并对其 进行对比分析。结果表明,基于能量的损伤模量的 计算方法能够反映出岩石损伤破坏过程中模量降低 的性质,且充分考虑到围压对损伤参数的影响,进一 步加深进了对岩石损伤破坏的认识。

参考文献(References)

- KACHANOV L M. Introduction to Continuum Damage Mechanics[M].Dordrecht Nethelands: Martinus Nijhoff Publishers, 1986.
- [2] Lemaitre J. Chaboche J L. Mechanics of Solid Materials[M].Cambridge : Cambridge University Press, 1990.
- [3] 谢和平.岩石混凝土损伤力学[M].徐州:中国矿业大学出版社, 1990.

XIE Heping. Damage Mechanics of Rock and Concrete [M]. Xuzhou:China University of Mining and Technology Press, 1990.

- [4] Lemaitre J.A Course on Damage Mechanics[M].Berlin:Spring-Verlag, 1992.
- [5] 鞠杨,谢和平.基于应变等效性假说的损伤定义的适用条件 [J].应用力学学报,1998,15(1):43-49.

JU Yang, XIE Heping. A Variable Condition of the Damage Description Based on Hypothesis of Strain Equivalence[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 1998, 15(1): 43-49.

[6] 谢和平,鞠杨,董毓利.经典损伤定义中的"弹性模量法"探讨 [J].力学与实践,1997,19(2):1-5.

XIE Heping, JU Yang, DONG Yuli. Discussion on the Elastic Modulus in the Classical Damage Definition[J]. Mechanics in Engineering, 1997, 19(2):1-5.

[7] 赵闯.循环荷载作用下花岗岩损伤变形与能量特征分析[D].济 南:山东大学,2014.

ZHAO Chuang.Damage Deformation and Energy Characteristics of Granite Subjected to Cyclic Loading[D].Ji'nan:Shandong University,2014.

[8] 彭瑞东.基于能量耗散及能量释放的岩石损伤与强度研究[D].
 北京:中国矿业大学,2005.
 PENG Ruidong. Damage and Strength Research for Rocks

Based on the Analysis of Energy Dissipation and Energy Release[D].Beijing:China University of Mining and Technology, 2005.

[9] 赵忠虎.基于能量耗散与能量释放的岩石变形破坏研究[D].成 都:四川大学,2007.

ZHAO Zhonghu. Research on Deformation and Failure of Rocks Based on the Principle of Energy Dissipation and Energy Release[D].Chengdu:Sichuan University,2007.

- [10] 姜耀东,赵毅鑫,刘文岗,等.煤岩冲击失稳的机制和试验研究
 [M].北京:科学出版社,2009.
 JIANG Yaodong, ZHAO Yixin, LIU Wengang, et al. Investigation on the Mechanism of Coal Bumps and Relating Experiments[M].Beijing:Science Press,2009.
- [11] 张志镇,高峰.单轴压缩下岩石能量演化的非线性特性研究
 [J].岩石力学与工程学报,2012,31(6):1198-1207.
 ZHANG Zhizhen,GAO Feng.Research on Nonlinear Characteristics of Rock Energy Evolution under Uniaxial Compression[J].Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012,31(6):1198-1207.
- [12] MIKHALYUK A V,ZAKHAROV V V.Dissipation of Dynamic-loading Energy in Quasi-elastic Deformation Processes in Rocks [J]. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 1996, 38(2): 312-318.
- [13] SUJATHAL V, CHANDRA-KISHEN J M. Energy Release Rate due to Friction at Biomaterial Interface in Dams[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2003, 129(7):793-800.
- [14] 谢和平,鞠杨,黎立云.基于能量耗散与释放原理的岩石强度 与整体破坏准则[J].岩石力学与工程学报,2005,24(17): 3003-3010.

XIE Heping, JU Yang, LI Liyun. Criteria for Strength and Structural Failure of Rocks Based on Energy Dissipation and Energy Release Principles[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(17): 3003-3010.

[15] 谢和平,鞠杨,黎立云,等.岩体变形破坏过程的能量机制[J].
 岩石力学与工程学报,2008,27(9):1729-1740.
 XIE Heping, JU Yang, LI Liyun, et al. Energy Mechanism of Deformation and Failure of Rock Masses[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2008,27(9):1729-1740.