高速铁路桥梁-桥墩-桩基础-地基 耦合系统的地震反应₀

薛富春^{1,2},张建民^{1,2}

(1.清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室,北京 100084;2.清华大学土木水利学院岩土工程研究所,北京 100084)

摘要:高速铁路中的桥梁常采用灌注桩基础以控制沉降,地震作用是桩基础的设计工况之一。建立桥梁-桥墩-桩基础-地基为一体的耦合系统非线性三维数值分析模型,以典型地震波为输入,考虑上部结构和基础的共同工作、土-结构动力相互作用、材料非线性和土层对桩的侧阻及端阻作用,开展三向地震作用下的动力有限元计算,并对地基主要土层压缩模量、桩体材料弹性模量、桩径和桩长进行参数敏感性分析。计算结果表明:现行的桩基础设计方案能有效控制地震荷载作用下桥梁的变形;地震过程中的不同时刻,桩侧阻发挥程度不同且不可忽略,以单纯的梁单元模拟桩的动力学行为的适用性值得商榷;桩长和地基主要土层压缩模量对桥梁地震反应影响最大,桩体材料弹性模量的影响次之,桩径的影响最小。

关键词:高速铁路桥梁;桩基础;土-结构动力相互作用;参数敏感性分析 中图分类号:TU44 文献标志码:A 文章编号:1000-0844(2015)02-0310-07 DOI:10.3969/j.issn.1000-0844.2015.02.0310

Seismic Response of Coupled Bridge-pier-pile-foundation on High-speed Railway

XUE Fu-chun^{1,2}, ZHANG Jian-min^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Hydroscience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 2. Institute of Geotechnical Engineering, School of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract:Cast-in-place piles are generally chosen as the foundation for high-speed railway bridges to control settlement.One of the working conditions for the pile foundation design is seismic action. A three dimensional coupled nonlinear bridge-pier-pile-foundation numerical model was established using the typical earthquake record as the input excitation. The combined effects between superstructure and foundation, dynamic soil-structure interaction, material nonlinearity, side skin friction between pile and soil layers, and pile base resistance were taken into account in a dynamic finite element analyses that considered three-dimensional seismic actions.Parameter sensitivity analyses of the compression modulus of the major soil layer in addition to the elastic modulus of the pile material, pile diameter, and pile length were performed.Results showed that the design of the pile foundation can effectively control the deformation of a bridge under earthquake conditions.Side skin friction differed during earthquakes and cannot be neglected. The suitability of pile dynamic behaviors modeled by beam element is open to discussion.The dynamic response of a

① 收稿日期:2014-08-20

金基项目:铁道部科技研究开发计划重点课题(2012G013-F)

作者简介:薛富春(1978-),男,贵州兴仁人,博士,助理研究员,主要从事高速铁路动力效应、地下结构抗震等方面的研究工作. E-mail: ocean2008xfc@163.com

bridge was influenced mainly by pile length and the compression modulus of the major soil layer and, secondly, by the elastic modulus of the pile material. Pile diameter had no prominent impact on the dynamic response of the bridge.

Key words: high-speed railway bridge; pile foundation; dynamic soil-structure interaction; parameter sensitivity analysis

0 引言

桩基础是具有悠久历史的基础形式,能适应复杂地质条件和荷载工况,具有承载力高、稳定性好、 沉降小等优点而被广泛应用于高层建筑工程、公路 工程、铁路工程、港口工程和海洋工程等领域。正常 使用情况下桩基础承受的是静力荷载,在特殊情况 下还将承受地震作用,桩基础的设计应同时满足静 力荷载作用和动力荷载作用下的要求。

McGuire 等^[1]使用桥梁分析程序 SEISAB,将 桩基础模拟为一系列离散弹簧,将桥梁以梁柱单元 模拟,对饱和泥炭土层中高速公路桥梁桩基础进行 了抗震评估。Ingham 等^[2]以梁单元模拟桩,以弹簧 单元模拟土体对桩的作用,借助 ADINA 软件,研究 了采用斜桩方案的圣地亚哥一科罗拉多海湾大桥和 旧金山一奥克兰海湾大桥的地震响应。凌贤长等[3] 归纳与总结了液化场地桩-土-桥梁结构动力相互作 用振动台试验及相关领域的国内外研究进展,提出 在我国开展液化场地桩-土-桥梁结构动力相互作用 振动台试验研究的必要性。龙晓鸿^[4]以ANSYS软 件为分析手段,以梁单元模拟梁体、桥墩和桩,以壳 单元模拟承台,以 COMBIN14 单元模拟土弹簧,建 立了澳凼三桥连续梁桥的空间有限元模型,进行地 震响应分析。Soneji 等^[5]将桩土相互作用理想化为 非线性 Winkler 地基上的梁, 假定桥面板为固结于 塔上的连续梁,评估了桩土动力相互作用对斜拉桥 隔振效果的影响。Folic'等^[6]将上部结构假设为集 中质量,把桩简化为梁单元,桩土相互作用以弹簧表 示,分析了采用不同基础形式的土-基础-桥梁结构 的地震反应。韩振峰等^[7]在 OpenSees 平台下,对 位于黏土中的高桩承台群桩基础建立非线性有限元 模型,采用二阶中心差分法进行灵敏性分析,探索影 响桥梁高桩承台群桩基础抗震能力的关键因素。张 德明等[8]针对桥梁桩基础的抗震性能试验研究进行 了综述,指出现有研究取得的成果和不足之处。 Carbonari 等^[9] 借助 SAP2000 程序, 假定土体为 Winkler介质,以梁单元模拟桩、拱形构件、主要钢 梁和吊杆,以壳单元模拟梁板,研究了土-结构相互 动力作用在铁路桥梁中应用。李永波等[10]以等效

基础弹簧来反映桩-土相互作用,以具有初始间隙的 并联弹簧-阻尼单元模拟伸缩缝两端结构的碰撞,建 立了一座 10 m×32 m 箱形多跨简支梁桥三维全桥 模型,研究了冻土融化深度、行波效应及碰撞效应对 多跨简支桥梁结构地震响应的影响。已有的研究取 得了一定成果,但也存在不足之处,譬如,多数研究 者采用的土体本构模型为弹性模型,用于土体显得 过于简单;桩-土动力相互作用非常复杂,地震过程 中可能产生相对滑移或分离,仅以弹簧模拟并不能 反映实际情况;以单纯的梁单元模拟桩,地基不同土 层对桩的侧阻效应无法得到反映,端阻效应也不能 考虑;可能的群桩效应、土拱效应也无法分析;上部 结构假定为集中质量过于简化。

本文建立完整的桥梁-桥墩-承台-桩-地基耦合 系统的非线性三维数值分析模型,考虑上部结构和 基础的共同工作、材料非线性、桩-土相互作用、不同 土层对桩的侧阻作用、桩的端阻效应等因素,进行了 三向地震作用下整个系统的动力响应研究和参数敏 感性分析。

1 数值分析模型

某高速铁路桥梁由多跨组成,以5 跨梁为研究 对象,借助 PLAXIS 有限元分析程序,建立如图 1 所示的数值分析模型,重点研究中间跨梁的地震响 应。

分析模型沿线路方向长度为450 m,宽度为120 m,深度为100 m。岩土工程勘察报告显示地基土 体有8层,对厚度不大且性质相近的土层进行适当 概化,概化后土体共5层,如图1(a),每层厚度及物 理力学参数如表1。每个桥墩的群桩基础由8根直 径为1.0 m的钢筋混凝土钻孔灌注桩组成,桩长为 47 m,承台长度、宽度和厚度分别为10 m、7 m 和 2.5 m。桥墩高度为7 m,每跨梁长度为32.7 m。

采用 15 节点实体单元模拟土体,采用 embedded pile单元模拟钢筋混凝土灌注桩,该单元 能考虑侧阻、端阻效应以和桩-土相互作用效应,采 用板单元模拟承台,采用梁单元模拟桥墩和桥梁。 整个模型节点总数为 98 281,单元总数为 70 652。

1.1 计算参数

(1) 岩土参数

场地岩土的物理力学指标见表 1,表中的瑞利 阻尼系数 α、β 是依据模态分析结果,由材料的阻尼 比计算得出。地下水水位在地面以下 5.0 m 处。

土体本构模型采用摩尔-库伦理想弹塑性模型, 桩-土接触面单元在建模时由程序自动施加于 embedded pile的表面,其参数由邻近的土体参数和 界面折减系数 R_{inter}共同决定。

(2) 结构参数

分析模型中的结构包括桩、承台、桥墩、桥梁和 临时支护结构,其材料均为钢筋混凝土,采用弹性本 构模型,参数见表2。

表 2 中的桥墩和梁,由于形状不规则,在 PLAXIS中建模尚有难度,故采用刚度等效原则,将 其简化为圆截面的梁。



表 1 土体参数 Table 1 Parameters of soil mass

土层	层厚	天然容重	饱和容重	压缩模	泊松比	泊松比 凝聚力 内摩擦 /kPa 角/(°)	界面折减	极限侧阻	极限端阻	阳尼比	瑞利阻尼系数		
	$/\mathrm{m}$	$/(kN \cdot m^{-3})$	$/(kN \cdot m^{-3})$	量/MPa			角/(°)	系数 R _{inter} *	/kPa	/MPa	면표가도 다니	$\alpha/(s^{-1})$	β/s
1	3.0	16.3	16.8	6.0	0.26	10.2	13.2	0.64	32.0	-	0.10	0.774	0.013
2	12.0	17.8	18.2	7.7	0.27	25.0	15.0	0.71	63.9	-	0.08	0.619	0.010
3	11.0	18.5	18.8	5.6	0.29	31.0	16.0	0.75	88.5	-	0.06	0.464	0.008
4	24.0	19.1	19.7	8.6	0.31	34.0	16.8	0.81	95.1	-	0.06	0.464	0.008
5	50.0	19.3	19.8	16.8	0.30	36.0	18.0	0.85	112.4	1.3	0.05	0.387	0.006

*:"R_{inter}"是反映桩-土相互作用的系数^[11]。

表 2 结构参数

Table 2Parameters of structures

夕称	容重/	弹性模	泊杁屮	厚度或直	阳尼中	瑞利阻尼系数		
伯你	(kN•m	-3)量/GPa	1111216	径/m	PH /C IC	$\alpha/(s^{-1})$	β/s	
桩	25.0	30.0	0.15	1.0	0.05	0.387	0.006	
承台	24.0	28.0	0.15	2.5	0.05	0.387	0.006	
桥墩	25.0	30.0	0.15	3.6	0.05	0.387	0.006	
梁	25.0	34.5	0.10	1.7	0.05	0.387	0.006	

1.2 边界条件及地震动输入方式

在有限的计算范围模拟无限地基,通常需要采 用人工边界以消除波在计算域边界的反射并模拟人 工边界外侧无限地基的弹性恢复性能^[12]。PLAXIS 程序提供的是黏性边界,不能模拟人工边界外侧无 限地基的弹性恢复性能,故将计算范围取得尽可能 大,以保证在模型边界处的土体处于弹性状态,这样 的处理方式在前期的研究中被证明是可行的。

位于岩土介质中的结构,由于受到周围介质的 约束,地震条件下的破坏模式和机理与地面结构不 同,因此抗震分析中不宜直接输入加速度。将地面 台站测得的加速度时程通过反演,得到模型底部处



的加速度时程,PLAXIS 程序读入此加速度时程后, 自动将其"转换"为相应的位移时程,以施加位移的 方式实现地震动的输入。参照土石坝抗震计算中多 向地震波的处理方式,本文中的地震波以与竖向成 30°入射,竖向加速度按照水平加速度值乘以 tan(30°)计算,这样处理即实现了地震波的三向输 入。本文采用的水平地震动加速度波形如图 2。

1.3 模态分析

土工结构的抗震,重点关注的是低阶模态及其 对应的振型。由于目前 PLAXIS 不能分析模态,借 助大型通用程序 ABAQUS 进行本文模型的模态分 析,获得前 20 阶模态和相应频率,其中第一阶、第二 阶模态对应的频率分别为 $f_1 = 1.231$ Hz 和 $f_2 = 1.233$ Hz。

2 计算结果与参数敏感性分析

根据地震波的特点,结合计算成本,动力分析时间取为 9.0 s。

计算前,选取中间梁段(第三跨,见图1(b)的跨 中节点为监测点。计算获得地基的变形、桥梁-桥 墩-承台-桩等结构的变形和内力、桩的侧阻和端阻 以及监测点的位移时程、速度时程和加速度时程等 结果。

2.1 计算结果分析

以计算结束时刻的结果为例进行分析。

(1) 整个系统的总变形

整个系统的变形云图见图 3,总的最大变形值 为 1.37 mm。





桥梁-桥墩-承台-桩的变形如图 4,最大变形值 为 1.37 mm。

(2) 梁和墩的变形

图 5 显示的是变形前、后梁和墩的相对位置,最 大变形值为 1.23 mm。

(3) 桩的变形、内力与侧阻发挥水平

在 PLAXIS 中,轴力、剪力和弯矩方向的定 义^[13]如图 6 所示。桩基础的变形见图 7,最大变形 值为 1.29 mm。桩基础的内力有轴力、剪力和弯矩, 见图 8~图 10。

图 8 显示,计算结束时刻各桩轴力沿桩身的分 布差异较大,不同土层交界面处轴力出现了突变。 最大拉,压轴力分别为 197.4 kN 和 2 914.0 kN。



图 4 桥梁-桥墩-承台-桩的变形(放大 10⁴ 倍)

Fig.4 Deformation of bridge-pier-pile cap-pile(Magnified by 10^4 times)



图 5 梁和墩的变形(放大 104 倍)





(Ⅰ)局部座标系(Ⅱ)轴向力N(Ⅲ)剪力Q₁₂(Ⅳ)剪力Q₁₃
 (a)轴力、剪力方向的定义



图 6 PLAXIS 中内力方向的定义

Fig.6 Definition of internal forces in PLAXIS



图 7 桩的变形(放大 10⁴ 倍) Fig.7 Deformation of pile (Magnified by 10⁴ times)





图 9 桩的弯矩 Fig.9 Bending moments of piles





桩侧阻的分布 图 11 Fig.11 Distribution of side skin friction of piles

图 11 显示,计算结束时刻各桩的侧阻发挥程度 并不相同,在桩底附近发挥得最为充分,在桩身中部 次之,在桩顶附近发挥得最少,这是单纯以梁单元模 拟桩所不能反映的。





(4) 监测点的响应

监测点的位移、速度和加速度响应如图 12。

图 12 显示,在三向地震作用下,计算结束时刻 该监测点位移响应、速度和加速度响应在竖向最大,

横向次之,纵向最小。这可能是三个方向地震动作 用相互影响的结果。

2.2 参数敏感性分析

从图 12 可见,Z 方向的响应量为最大,本文以加 速度响应为例研究各参数对桥梁动力反应影响的敏 感性。从前述内容可知地基由 5 层土体组成,选取桩 基础穿过的厚度最大的土层即第四层土体,考察其压 缩模量以及桩体材料弹性模量、桩径、桩长对桥梁结 构地震反应的影响,计算结果如图 13~图 16。







图 13 显示,较低的地基主要土层压缩模量对监测点 Z 方向加速度的响应影响最大,并随着压缩模量的提高逐渐减小,当压缩模量大于 8.6 MPa 后, 其影响趋于不明显。

图 14 显示,桩体材料弹性模量为 10 GPa 时,监测点 Z 方向加速度响应最大且衰减很快;30 GPa 时 的响应次之但衰减最慢;40 GPa 和 50 GPa 时响应 最小且衰减最快。由此可见监测点 Z 方向加速度 响应随桩体材料弹性模量的减小而增大,但衰减速 度先慢后快。

图 15 显示,当桩径为 0.6 m 和 0.8 m 时,监测 点 Z 方向加速度响应相差不大但衰减很快且规律 相似;桩径为 1.0 m 时的响应有所增大但衰减最慢; 桩径为 1.2 m 时的响应略微增大,但衰减较快。故 响应随桩径的增加而增大,但衰减先快再慢最后较 快。

图 16 显示, 桩长为最小时对监测点 Z 方向加速度响应的影响非常显著, 随着桩长的增加其影响



图 14 桩体材料弹性模量的影响

Fig.14' The impact of elastic modulus of pile material



逐渐降低,当桩长大于47 m 后其影响已经不明显。

参数敏感性分析表明,桩长和地基主要土层压 缩模量对桥梁结构地震反应的影响最大,其次是桩 体材料弹性模量,最后是桩径。

3 讨论与结论

3.1 讨论

对于由地面结构和地下结构组成的复合结构体,将上部结构、基础和地基视为整体进行分析更为 合理。这种复合结构体的精细化静力学分析尚有不 小难度,动力学分析的难度更大,主要体现在:

(1) 土动力本构模型的复杂性。目前尚缺少模



型能全面描述土体在动荷载(特别是地震等随机荷载)作用下的力学行为;

(2) 土体与结构动力相互作用的复杂性。主要体现在土-结构接触面上,而接触面对整个系统的动力反应有重要影响。地震过程中的某时刻,土体和结构可能脱离或滑移,下一时刻又可能紧密接触。如果脱离尺度过大,在算法实现上有不小难度,甚至不是基于连续介质力学的有限元方法所能解决的;

(3)材料参数的不确定性。一般情况下计算采用的参数多由试验确定,计算过程中各参数的取值相对固定,事实上地震过程中土体和结构可能出现局部破坏,其物理力学参数必然不断发生变化,这是目前分析所不能实现的。

鉴于问题的复杂性,在目前研究水平下尽可能 考虑更多因素,放弃不必要的假定,以更接近实际地 反映客观情况。这方面本文进行了初步探索。

3.2 结论

以某高速铁路桥梁为例,建立完整的桥梁-桥 墩-承台-桩-地基耦合系统的非线性三维数值分析模 型,考虑上部结构和基础的共同工作、材料非线性、 桩-土动力相互作用、不同土层对桩的侧阻和端阻效 应等因素,研究了三向地震作用下整个系统的动力 反应,并进行参数敏感性分析,获得如下认识和结 论:

(1)现行的桩基础设计方案能有效控制本文地 震条件下桥梁的变形;

(2) 地震过程中不同时刻桩基础的侧阻发挥程度不同且不可忽略,以单纯的梁单元模拟桩的动力力学行为,为其适用性值得商榷;

(3)在所研究范围内,桩长和地基主要土层压缩 模量对桥梁动力反应的影响最为显著,其次是桩体 材料弹性模量,桩径的影响最不明显。

参考文献(References)

- [1] Jeffrey W McGuire, Ian B S Cannon, William F Cofer, et al. Seismic Evaluation of Pile-founded Highway Bridge on Saturates Peat[J].Journal of Structural Engineering, 1998, 124:71-79.
- [2] Tim J Ingham, Santiago Rodriguez, Roupen Donikian, et al.
 Seismic Analysis of Bridges With Pile Foundations [J].
 Computers and Structures, 1999, 72:49-62.
- [3] 凌贤长,王东升.液化场地桩-土-桥梁结构动力相互作用振动台 试验研究进展[J].地震工程与工程振动,2002,22(4):53-59.
 LING Xian-zhang, WANG Dong-sheng. Study on Shaking Table Test for Seismic Interaction of Pile-soil Bridge Structure in Case of Soil Liquefaction Caused by Earthquake[J].Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration,2002,22 (4):53-59.(in Chinese)
- [4] 龙晓鸿.斜拉桥及连续梁桥空间地震反应分析[D].武汉:华中 科技大学,2004.
 LONG Xiao-hong. Spatial Seismic Response Analysis on the Cable-stayed Bridge and the Continuous Girder Bridg[D].Wuhan:Huazhong University of Science and Technology, 2004.
 (in Chinese)
- B B Soneji, R S Jangid. Influence of Soil-structure Interaction on the Response of Seismically Isolated Cable-stayed Bridge[J].
 Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2008, 28: 245-257.
- [6] Boris Foli, Radomir Foli, Analysis of Seismic Interactions Soilfoundation-bridge Structures for Different Foundations [J]. Coupled Site and Soil-Structure Interaction Effects With Application to Seismic Risk Mitigation, NATO Science for Peace and Security Series C:Environmental Security, 2009, 179-191.
- [7] 韩振峰,叶爱君.桥梁群桩基础抗震能力值灵敏性分析[J].深 圳大学学报:理工版,2010,27(4):452-458.
 HAN Zhen-feng, YE Ai-jun. Sensitivity Analysis on Antiseismic Capacity of Bridge Pile Foundation[J].Journal of Shenzhen University:Science and Engineering,2010,27(4):452-458.(in Chinese)
- [8] 张德明,叶爱君.桥梁桩基础抗震性能试验研究综述[J].结构 工程师,2010,26(5):157-163.
 ZHANG De-ming, YE Ai-jun. Review of Experimental Research on Seismic Performance of Bridge Pile Foundations[J].
 Structural Engineers,2010,26(5):157-163.(in Chinese)
- [9] Sandro Carbonari, Francesca Dezi, Graziano Leoni. Seismic Soilstructure Interaction in Multi-span Bridges: Application to a Railway Bridge [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2011, 40:1219-1239.

of Earth Structures of Road Engineering in the 2008 Wenchuan Earthquake[J].Environment Earth Science, 2012, 65, 987-993.

- [2] Samuel R Christie.Seismic Design Methods for Anchored Sheet Pile Bulkheads[C]//Proceedings of the Twelfth Triannual International Conference.Jacksonville,Florida,2010.
- [3] Zhai Endi.A Comparison Study of Engineering Approaches for Seismic Evaluation of Anchored Sheet Pile Walls [C]//Proceeding of 7th International Conference on Lifeline Earthquake Engineering.Oakland,California,2009.
- [4] 曾云华,郑明新.预应力锚索抗滑桩的受力模型试验[J].华东 交通大学学报,2003,20(2):15-18.
 ZENG Yun-hua,ZHENG Ming-xin.Force Distribution Rule of Retaining Piles With Prestressing Cables[J].Journal of East China Jiaotong University,2003,20(2):15-18.(in Chinese)
- [5] 周德培,王建松.预应力锚索桩内力的一种计算方法[J].岩石 力学与工程学报,2002,21(2):247-250.
 ZHOU De-pei,WANG Jian-song.Design Method of Retaining Pile With Prestressed Cable[J].Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2002,21(2):247-250.(in Chinese)
- [6] 蒋忠信.拉力型锚索锚固段剪应力分布的高斯曲线模式[J].岩 土工程学报,2001,23(6):696-699.
 JIANG Zhong-xin. A Gauss Curve Model on Shear Stress Along Anchoring Section of Anchoring Rope of Extensional Force Type[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001,23(6):696-699.(in Chinese)
- [7] 肖世国,周德培.非全长粘结型锚索锚固段长度的一种确定方 法[J].岩石力学与工程学报,2004,23(9):1530-1534.

XIAO Shi-guo,ZHOU De-pei.Calculation Method of length of Anchoring Segment for Partial-cohesive Cable [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(9): 1530-1534.(in Chinese)

- [8] 杨自友,顾金才,杨本水,等.锚杆对围岩的加固效果和动载响应的数值分析[J].岩土力学,2009,30(9);2805-2809.
 YANG Zi-you, GU Jin-cai, YANG Ben-shui, et al. Numerical Analysis of Reinforcement Effects and Response to Dynamic Loads Characteristics of Rock Bolts[J].Rock and Soil Mechanics,2009,30(9);2805-2809.(in Chinese)
- [9] 尤春安.锚固系统应力传递机理理论及应用研究[D].泰安:山 东科技大学,2004. YOU Chun-an.Theory and Application Study on Stress-Trans-

fer Mechanism of Anchoring System[D]. Taian: Shandong University of Science and Technology, 2004. (in Chinese)

- [10] 徐年丰, 牟春霞, 王利. 预应力岩锚内锚段作用机理与计算方 法探讨[J].长江科学院院报, 2002, 19(3): 45-48.
 XU Nian-feng, MU Chun-xia, WANG Li. Exploration on Working Mechanism and Calculating Method of Inner Bonding Section of Prestressed Cables Within Rock Mass[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2002, 19 (3): 45-48. (in Chinese)
- [10] 何思明.预应力锚索作用机理研究[D].成都:西南交通大学, 2004.

HE Siming.Study on Mechanism of Prestressed Anchoe Rope [D].Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2004.(in Chinese)

[10] 李永波,张鸿儒,郜新军.考虑桩-土相互作用的多年冻土区多 跨简支梁桥地震响应分析[J].工程力学,2012,29(11):183-190.

> LI Yong-bo, ZHANG Hong-ru, GAO Xin-jun. Seismic Response Analysis of Mass Bridge in Permafrost Including Pilesoil Interaction[J].Engineering Mechanics, 2012, 29(11):183-190. (in Chinese)

- [11] PLAXIS bv.PLAXIS 3D Tutorial Manual[Z].2012.
- [12] 廖振鹏.工程波动理论导论(第二版)[M].北京:科学出版社, 2002.

LIAO Zhen-peng, Introduction to Wave Motion Theories in Engineering(2nd Edition) [M]. Beijing: Science Press, 2002. (in Chinese)

[13] PLAXIS bv.PLAXIS 3D Reference Manual[Z].2012.