第35卷 第4期

2013年12月

强震作用下高墩桥梁抗震性能特点分析

卢 皓,李建中

(同济大学桥梁工程系,上海 200092;)

摘要:西部山区高墩桥梁通常是线路中的控制工程,本文结合西部山区典型高墩桥梁,基于纤维模型的有限元 方法建立了高墩桥梁的非线性数值分析模型。通过采用增量动力分析法,即IDA方法对高墩桥梁结构进行了 非线性动力时程分析,探讨了在横桥向强震作用下该结构墩身截面曲率的分布特点、墩身中部塑性区域的形成 和发育、以及不同频谱特性的地震动激励下的破坏模式和损伤过程,在此基础上以截面曲率作为性能指标对高 墩桥梁结构进入塑性后的抗震性能特点展开讨论,揭示高墩桥梁结构在高阶模态影响下抗震性能的复杂性。 关键词:高墩桥梁; IDA; 纤维模型; 抗震性能

中图分类号:P315.9 文献标识码:A 文章编号:1000-0844(2013)04-858-08 DOI:10.3969/j.issn.1000-0844.2013.04.858

Analysis of Seismic Performance Characteristics of Bridge with High Piers under Strong Earthquake Motion

LU Hao, Li Jian-zhong

(Department of Bridge Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: With the implementation of Western Development Program in recent years, many highways and railways have been planned and erected in West China. For bridges in mountainous areas with high piers, a nonlinear numerical analysis model is constructed on the basis of the fiber. Finite element analysis is simulated by code OpenSees developed by Pacific Earthquake Engineering Research (PEER). The Mander model is used to imitate the constitutive model of concrete, and the Giuffré – Menegotto – Pinto model is used to imitate the constitutive model of reinforcement. Incremental dynamic analysis (IDA) is used to research the distribution features of pier section curvature under strong earthquake motions. As a result of the effects of higher modal contribution, the seismic response and performance of bridges with high piers are complicated. The formation and development of the plastic range in the pier upper position, as well as the damage process and failure mechanism of high piers, are studied under various earthquake motions. Results indicate that high pier base section curvature and its top displacement are not simultaneous; therefore, the latter is not inappropriate for representing the performance index. Therefore, seismic performance characteristics of bridges with high piers in the plastic stage are discussed in which pier section curvature is used as the performance index. In addition, the seismic performances of such bridges are more complex due to higher

收稿日期:2013-11-04

基金项目:国家重点基础研究发展计划(2013CB036302);国家科技支撑计划(2009BAG15B01);国家自然科学基金项目(51008222);西部交通 建设科技项目(200731882233)

作者简介:卢 皓(1984-), 男,博士研究生,主要从事桥梁抗震方面的研究. E-mail:963alex@tongji.edu.cn

mode contribution, and are strongly influenced by the spectral characteristics of ground motion. In this study, six earthquake waves are selected from a database of PEER II class sites. Because of space constraints, this study involves the seismic performances of only bridges with high piers under transversal earthquake action. Careful analysis reveals that the base section curvature of one pier is greater than that in other piers when all piers are plastic, and the location of the pier depends on the degree of higher mode contribution. Damage to higher piers could be more substantial than that to low piers, and the envelopes of section curvature above the pier base plastic region do not exhibit a linear trend. The occurrence of plastic hinges at middle and upper parts of piers is attributed to the contribution of higher modal shape, and the extent and size of this plastic region are affected by Therefore, bridges with high piers are not safe in earthquakes when designed according to existing specifications.

Key words: high piers; incremental dynamic analysis; fiber model; seismic performance

0 引言

随着西部地区交通建设事业的不断发展,跨越深谷、 沟壑、江河的高墩桥梁日益增多,高墩桥梁的抗震性能也 显得越来越重要。现行的《公路桥梁抗震细则》(JTG/ TB02-01-2008)对于墩高不超过40 m的规则桥梁提供了 可靠的设计流程^[1],然而对于墩高超过40 m的桥梁,需要 专门进行研究^[2-4]。美国CALTRANS抗震设计规范也仅适 用于规则桥梁,而高墩桥梁一般都是典型的非规则桥梁 ^[5]。由于高墩桥梁墩身质量较大、高阶模态参与程度不可 忽视、以及地震频谱特性对其抗震性能影响较大等特点, 该类桥梁需要在理论分析、数值模拟和模型试验等方面 开展更细致、更深入的工作。

高阶模态的贡献程度会直接影响高墩桥梁的破坏模 式和损伤过程,以往对于地震响应中高阶模态影响不可 忽略的结构所进行的研究,主要集中在高层建筑,烟囱等 结构^[6-9],对于高墩桥梁的研究还处在起步阶段。由于地 震动的不同频谱特性所激发出的高阶模态贡献程度不 同,高墩桥梁的损伤过程与中、低墩有明显的区别,性能 指标也需要进行恰当的选择^[10]。本文将采用墩身截面曲 率作为性能指标,结合纤维模型和增量动力分析方法,对 高墩桥梁的抗震性能予以研究,探讨横桥向强震作用下 高墩桥梁结构的抗震性能特点。

1 增量动力分析

反应谱法和时程分析方法对规则结构在弹性阶段进 行抗震分析具有一致性^[11],由于本文讨论的是强震作用下 高墩桥梁进入塑性阶段后的地震抗震性能特点,因此,这 里采用在非线性时程分析方法的基础上发展的用于评估 结构抗震性能的增量动力分析方法。 增量动力分析(Incremental Dynamic Analysis,即 IDA)是近年来发展起来的用于评估地震动作用下结构性 能的一种参数化分析方法。该方法的基本概念早在1977 年就由 Bertero等人提出¹¹²,但是限于当时数值计算手段 和方法的发展水平,未引起研究人员的注意。近年来,一 些学者对其进行了完善和发展,尤其是 Dimitrios Vamvatsikos 的工作将其推向了实用化¹¹³,随后这种方法在国 外地震研究领域得到了进一步的应用,成为一种极具潜 力的进行基于位移地震设计的计算方法。

IDA方法最早被应用于多层框架结构, M.C.Griffith 用地震波的速度作为强度指标, 通过观察 1940 El Centro N-S波在不同级别的速度增量下, 框架结构的基底剪力 和层间位移之间的关系, 以判断整体倒塌时对应的地震 波安全系数^[14]。2000年, IDA方法被美国联邦紧急事务管 理处(Federal Emergency Management Agency)规范 FE-MA-350采纳用来评估新建钢结构在地震作用下的动力 稳定性能^[15]。国内, 这种方法首先被李建中、宋晓东等应 用于高墩的位移延性能力计算和徐艳等计算钢管混凝土 拱桥动力稳定性能的研究工作中^[3,16]。

2 纤维模型

为了较为准确的了解高墩桥梁在强震作用下的抗震 性能,合理的模拟钢筋混凝土墩柱非线性阶段的材料性 能是至为关键的。本文采用Taucer等人提出的基于柔度 法的弹塑性梁柱单元(分布塑性单元)^[17],该单元将钢筋和 混凝土离散为纤维,假设纤维之间完全粘结,且满足平截 面假定。

弹塑性纤维梁柱单元的非线性特性由纤维的非线性 应力一应变关系(材料非线性)来表示,国外学者已提出 了许多模拟混凝土和钢筋材料本构关系的计算模型,本 文对混凝土应力一应变关系采用 Mander 模型^[18]来模拟,见图 1(a);钢筋应力一应变关系采用 Giuffré-Menegotto-Pinto模型来模拟^[19],见图 1(b)。



(b) Giuffre-Menegotto-Pinto 钢筋本构模型
 图 1 材料本构模型
 Fig.1 Material constitutive model

本文的有限元分析采用 OpenSees(Open System for Earthquake Engineering Simulation)程序完成。该程序是加 州大学 Berkeley 分校太平洋地震工程研究中心(PEER,即 Pacific Earthquake Engineering Research)开发的一个面向 对象,能够建立结构体系计算模型,并进行非线性动力分 析以及地震反应结果处理的结构分析系统。OpenSees 的 研发目标是为地震工程研究人员提供一个统一、开放的 非线性动力仿真计算平台^[20]。

3 性能指标的选取

基于强度和基于位移的抗震设计方法包含两个方 面:结构在地震作用下的需求和能力,结构的性能水平可 以采用相应的性能指标来描述。结构反应的任何参数, 如应力、应变、位移、层间角等,都可以指定为结构的性能 指标。

为了直接得到结构在地震作用下的材料应变往往需要更加精细的计算模型,考虑到计算的便利和描述结构 损伤的有效性,在抗震设计中往往倾向于采用较为宏观 的结构反应参数来描述结构的损伤程度。对于规则桥 梁,目前用得最多的是将其目标位移作为性能指标。 Smith在总结 SEAOC 2000、ATC-40和FEMA等研究成果 的基础上,提出采用位移来定义结构的性能目标^[21]。Kowalsky、Priestley等人的研究指出,结构的损伤状态总是与 材料应变和截面变形密切相关,当材料应变、截面变形以 及构件位移一一对应时,可以直接将构件的位移与结构 的损伤程度联系起来,于是在抗震设计中就可以通过目 标位移来控制结构的损伤程度^[22-23]。

大量的中、低墩拟静力试验验证了材料应变与结构 位移之间的对应关系,而高墩最大墩顶位移与最大墩底 截面曲率出现不同步,变形大时损伤不一定严重,损伤严 重时变形不一定大,二者之间不满足一一对应关系。既 然在高墩中墩底材料应变与墩顶位移之间的对应关系不 成立,墩顶位移作为表征高墩损伤程度的性能指标并不 准确¹⁰⁰。

在应变、曲率及位移三个基本的构件性能指标中,墩 顶位移被证明作为高墩的性能指标并不准确。材料应变 虽然可以较为准确地描述构件进入弹塑性阶段时的损伤 状态,但是需要建立精细到每一根钢筋和每一小条混凝 土的纤维单元模型,并且输出大量的材料应变信息,基于 海量输出信息来判断构件损伤状态的过程显然是不现实 的。截面曲率既具有描述构件损伤状态的便利,又可以 采用相对简化的纤维单元模型以提高计算效率。且对于 桥梁在横桥向地震动作用下的地震响应而言,动轴力的 变化并不大,采用墩身各截面的曲率判断构件损伤程度 是适当的。

对高墩进行抗震分析时,在整个非线性过程中,本文 主要关注的两个状态是等效屈服状态和极限状态,这按 照墩底曲率进行判断。根据《公路桥梁抗震设计细则 (JTG/T B02-01--2008)》条文7.4.4条将实际的墩底截面轴 力一弯矩 - 曲率曲线按能量等效的原则确定等效屈服曲 率^[1],极限曲率是受拉的纵向钢筋应变达到折减极限拉应 变时对应的墩底曲率 φ_u。

4 工程实例分析

4.1 高墩桥梁的实例建模

本文选择了内昆铁路花土坡大桥的主桥结构为研究 背景。本桥位于贵州省威宁县,地处云南、贵州两省交界 处的深谷垭口之中。主梁采用单箱单室、直腹板、变截面 变高度箱梁,其几何尺寸的确定由梁的横、竖向刚度及某 些构造因素控制。本桥跨中梁高为4.5 m,中支点梁高为 7.6 m。桥面宽7.0 m。箱梁顶板厚度为0.42 m,边跨端块 处顶板厚由0.42 m渐变至0.80 m,主要为构造控制。底板 厚度为0.40~0.90 m,腹板厚度为0.40~0.70 m,主要为强度 及构造控制。连续梁三个主墩(7号、8号、9号)墩高分别 为104 m、110 m和78 m,两个边墩(6号和10号)墩高分别 为66 m和55 m。墩身采用钢筋混凝土圆端型空心墩,墩

第35卷 第4期

身顶部及底部根据结构的传力要求设置实体过渡段。7 拟, 号、8号、9号墩墩顶处纵向宽7.5 m,横向宽9.6 m,壁厚 关系 0.75 m,墩身外坡30:1,内坡85:1。6号、10号墩墩顶处纵 to模

向宽5.0 m,横向宽6.1 m,壁厚0.6 m,墩身外坡30:1,内坡 85:1。 进行横桥向抗震分析的花土坡大桥有限元模型见图 2 主梁采用三维谱性梁单元模拟 单元质量堆聚在单元

2。主梁采用三维弹性梁单元模拟,单元质量堆聚在单元 两端节点。P6~P10桥墩均采用弹塑性纤维梁柱单元模 拟,将纤维分别赋予相应的应力一应变关系,混凝土本构 关系用 Mander 模型^[10]模拟,钢筋用 Giuffré-Menegotto-Pinto 模型^[10]模拟,混凝土结构的阻尼比取 5%的 Rayleigh 阻 尼,墩身质量堆聚在相应的节点上。墩底固结,不考虑 土-结构的相互作用。由于篇幅所限,本章只进行横桥向 的抗震分析。该桥为连续梁桥,为了简化约束条件,在计 算模型中采用 P6~P10墩顶端在横桥向与主梁固结的约 束。



图2 花土坡大桥有限元模型示意图 Fig.2 Finite element model of Huatupo bridge

4.2 地震波输入

本桥抗震设防烈度为7度,桥址处覆盖土层以松散冲 积碎石土为主,故可断定属于II类场地。在对花土坡大 桥进行抗震分析时,从美国太平洋地震工程中心的强震 数据库中选取选用了6条震级在6.8~7.0之间的II类场地 远场地震波,见表1。

表1 地震波记录 Table 1 Ground motion records

序号	PEER编号	地震名称及时间	记录分量	PGA/g	卓越周期 /s
EQ1	<u>P0006</u>	Imperial Valley 1940	IMPVALL/I-ELC180	0.313	0.46
EQ2	<u>P0589</u>	New Zealand 1987	NEWZEAL/B-MAT353	0.055	0.44
EQ3	<u>P0053</u>	San Fernando 1971	SFERN/PAS090	0.11	0.42
EQ4	<u>P0269</u>	Victoria, Mexico 1980	VICT/SHP010	0.101	0.22
EQ5	<u>P0456</u>	Morgan Hill 1984	MORGAN/FRE075	0.025	0.3
EQ6	<u>P0167</u>	Imperial Valley 1979	IMPVALL/H-CC4135	0.128	0.56

4.3 横桥向破坏历程

地震动作用的频谱特性对高墩桥梁的损伤过程影响 很大,通过采用IDA分析可知,在II类场地远场波(表1中 列出的6条)地震动作用下,花土坡大桥首先进入塑性的 位置以及塑性程度发育较快的区域都在墩底附近。

这里将采用IDA方法计算得到的花土坡大桥在地震

动作用下各墩墩底截面曲率延性 μ_{φBase} (墩底截面曲率地 震响应与墩底截面屈服曲率的比值)随着 PGA 增加的变 化曲线绘制在图3中,图中红色竖向虚线表示墩底截面曲 率延性达到1。







从图3中可以看到,在不同地震动作用下,随着地震 动强度的增加各桥墩 μ_{φBase} 的增长趋势发生了变化。如 EQ1 地震动作用下,P8桥墩先进入屈服,而当P7桥墩进 入塑性后,该墩 μ_{φBase} 增长明显比其它桥墩更快,并最终 率先达到极限状态(纵筋拉断)。而在 EQ4 地震动作用下,P10桥墩的 μ_{qBase} 增长速度在不同塑性阶段内都是最快的,P10桥墩墩底截面会先达到屈服曲率并最先达到极限曲率。

通过以上分析可知,在高墩桥梁结构中,不同强度地 震动作用下墩底截面曲率延性最大位置并不是出现在同 一个桥墩,地震动的频谱特性也会影响这个位置。截面 曲率延性最大的桥墩有可能是高墩有可能是矮墩,这与 高阶模态被激发的贡献程度有关。

4.4 墩身截面曲率分布特点

通过 IDA 分析可知,实桥模型在 EQ1、EQ2、EQ3、 EQ5 地震动作用下都是高墩先进达到极限状态,而在 EQ4、EQ6 地震动作用下为矮墩先进达到极限状态,这说 明 EQ1、EQ2、EQ3、EQ5 地震动作用激发出高墩的高阶模 态贡献程度较大。

为了说明高阶模态贡献程度较高的情况下,屈服状态和极限状态的各墩墩身截面曲率包络。将EQ1、EQ3和 EQ5地震动作用下高墩桥梁达到屈服状态和极限状态的 各墩墩身截面曲率包络绘制在图4和图5中。





图4 屈服状态的各墩墩身截面曲率地震响应峰值 Fig.4 Pier section curvature in yield state





图5 极限状态的各墩墩身截面曲率地震响应峰值 Fig.5 Pier section curvature in ultimate state

图5中红色竖向虚线表示墩底截面曲率达到屈服, 从图4和图5中可以看到,P10墩较矮,在不同地震动作用 下达到屈服状态的墩身截面曲率包络基本一致,达到极 限状态时墩身中部也并未出现截面曲率较大的塑性区 域。而P7和P8由于墩高较高,曲率包络受到高阶模态的 影响也最为明显,在EQ1、EQ3、EQ5地震动作用下,墩身 中部都出现了截面曲率较大的塑性区域,并且可以看出 这个塑性区域的范围以及发育程度和地震动频谱特性有 很大的关系。

横桥向地震动作用下,花土坡大桥的高墩墩身截面 曲率分布与中、低墩呈现出明显的不同,最大的特点是在 墩身中部一段范围内出现了塑性区域。

4.5 墩身塑性区域的形成和发育

以EQ1、EQ3、EQ5 地震动作用下高墩(P7 和 P8 墩) 墩底截面达到不同曲率延性 μ_{φBaar} 时的墩身截面曲率延 性分布为例,说明该桥高墩墩身中部塑性区域的出现和 发育,见图 6。为了能够更加明显的看到墩底塑性区域之 外的墩身各截面曲率延性在不同强度地震作用下的变 化,图中桥墩的墩身截面曲率延性隐去了墩高 10 m 以下 的部分。

通过截面的弯矩-曲率分析,该桥P7和P8桥墩的极 限状态的截面曲率延性分别为22.92、22.87。从图6中可 以看到,由于不同地震动激发出的高阶模态贡献程度并 不相同,P7和P8在不同地震动作用下墩身中部塑性区域 的形成和发展过程有很大差别,且不同地震动作用下的 墩身中部塑性区域的范围略有不同。如EQ3地震动作用 下,P7和P8墩身中部塑性区域基本在墩身中部的20m范 围内;而在EQ5地震动作用下,P7和P8墩身中部塑性区 域较EQ3地震动作用下引起的墩身塑性区域的位置略 高。





5 结论

本文通过对横桥向强震作用下高墩桥梁的损伤过 程、墩身截面曲率分布以及墩身中部塑性区域的形成和 发展进行分析,对高墩桥梁的抗震性能特点展开了讨论, 得到了以下一些结论。

(1)非规则高墩桥梁在横桥向地震动作用下,当各桥 墩均进入塑性阶段后,在地震动作用下有一个桥墩的墩 底截面曲率延性地震响应都比其它桥墩更大,且随着地 震强度的增加,最终率先达到极限曲率,这个墩有可能是 高墩也有可能是矮墩,取决于高阶模态被地震动激发的 贡献程度。

(2)高墩在地震动作用下墩身截面曲率分布特点与 中、低墩截然不同,在墩底塑性区域以上的墩身各截面曲 率包络也并不再是简单的线性趋势,而呈现出墩身中部 较为突出的曲线形状。

(3)非规则高墩桥梁在某些地震动作用下,高墩的损伤程度会比矮墩的损伤程度更严重,这种情况下,高墩桥梁的高墩墩身中部形成一段塑性区域,且这个塑性区域的范围以及曲率峰值的大小受到地震动作用频谱特性的影响。

通过以上结论可以看到,仅根据现有规范对高墩桥 梁进行抗震设计会产生不安全的隐患,应该认识到高墩 桥梁在地震动频谱特性影响下高阶模态的贡献程度对其 抗震性能的影响,进一步采取适当的抗震措施。 第35卷 第4期

参考文献(References)

- [1] 中华人民共和国交通运输部.公路桥梁抗震设计细则(JTG/T B02-01-2008)[S]. 北京:人民交通出版社,2008.
 Ministry of Transport of the People's Republic of China. Guidelines for Seismic Design of Highway Bridges(JTG/T B02-01-2008)[S].Beijing: China Communications Press, 2008.(in Chinese)
- [2] 梁智垚.桥梁高墩位移延性能力计算方法研究[J].工程抗震与加固改造,2005,27(5):57-62.
 LI Zhi-yao. Study on Calculational Methods of Displacement Ductility Capacity of Tall Pier[J]. Earthquake Resistant Engineering and Retrofitting, 2005,27(5):57-62.(in Chinese)
- [3] 李建中,朱晓东,范立础.桥梁高墩位移延性能力的探讨[J]. 地震工程与工程振动,2005,25(1):43-48.
 LI Jian-zhong, SONG Xiao-dong, FAN Li-chu. Investigation for Displacement Ductility Capacity of Tall Pier[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2005 25(1):43-48.(in Chinese)
- [4] 卢皓,李建中,管仲国.高阶振型对高墩桥梁抗震性能的影响及识别[J].振动与冲击,2012,31(17):81-85.
 LU Hao, LI Jian-zhong, GUAN Zhong-guo. Effect of Higher Modal Shapes on Aseismic Performance of A Bridge with High Piers and Its Identification[J].Journal of Vibration and Shock, 2012,31(17):81-85.(in Chinese)
- [5] California Department of Transportation. Caltrans Seismic Design Criteria Version 1.5[S].State of California: Business Transportation and Housing Agency, 2009.
- [6] Sasaki K K, Freeman S A, Paret T F. Multi-mode Pushover Procedure(MMP)-A Method to Identify the Effects of Higher Modes in A Pushover Analysis[J]. Proc. of the Sixth US National Conference on Earthquake Engineering, Earthquake Engineering Research Inst, Oka. 1 and, California, 1998:1-12.
- [7] Panagiotou M, Restrepo J I. Dual-plastic Hinge Design Concept for Reducing Higher-mode Effects on High-rise Cantilever Wall Building [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2009, 38:1359-1380.
- [8] Phillip L. Gould, Wei Huang. Higher Mode Effects in the Nonlinear Static Analysis of a Collapsed Chimney[J]. Structural Engineering and Public Safety, Structures Congress, 2006:1-9.
- [9] 夏坤,张令心,刘洁平.建筑物高低层地震反应差异研究[J]. 西北地震学报,2011,33(3):284-290.
 XIA Kun, ZHANG Li-xin, LU Jie-ping. Study on Difference between Seismic Response of Lower Stories and That of Higher Stories of Building[J].Northwestern Seismological Journal, 2011,33(3):284-290.(in Chinese)
- [10] 梁智垚. 非规则高墩桥梁抗震设计理论研究[D].上海:同济大学,2007.
 UANC 7bi non Studie Sciencia Data Theory (Jacobia)

LIANG Zhi-yao. Study on Seismic Design Theory of Irregular Girder Bridges with High Piers[D].Shanghai: Tongji University, 2007.(in Chinese)

[11] 吴小峰,孙启国,狄杰建,等.抗震分析反应谱法和时程分 析法数值仿真比较[J].西北地震学报,2011,33(3):275278.

WU Xiao-feng, SUN Qi-guo, DI Jie-jian, et al. A Numerical Simulation Comparison between Response Spectrum Analysis and Time History Analysis[J].Northwestern Seismological Journal, 2011,33(3):275-278.(in Chinese)

- [12] Bertero V V.Strength and Deformation Capacities of Buildings Extreme Environments[M].Structural Engineering and Structural Mechanics, 1977.
- [13] Dimitrios Vanvatsikos, Cornell C A.Incremental Dynamic Analysis[J].Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2002,31(3).
- [14] M C Griffith, A Kawano, R F Warmer.Short Communication Towards A Direct Collapse-load Method of Design for Concrete Frames Subjected to Severe Ground Motions[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2002,31(11).
- [15] Federal Emergency Management Agency.FEMA350-Recommended Seismic Design Criteria for New Steel Moment-Frame Buildings[M].USA, 2000.
- [16] 徐艳.钢管混凝土拱桥的动力稳定性能研究[D].上海:同济 大学,2004.

XU Yan. Study on Performance of Dynamic Stability of CFST Arch Bridges[D].Shanghai: Tongji University, 2004. (in Chinese)

- [17] Taucer FF, Enrico S.Fiber Beam-column Model for Seismic Response Analysis of Reinforced Concrete Structures[R]. EERC, 1991,91-17.
- [18] Mander J B, Priestley M J N,Park R. Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete[J]. Structural Eng, ASCE, 1988, 114(8): 1804-1826.
- [19] Menegotto M, Pinto PE.Method of Analysis for Cyclically Loaded Reinforced Concrete Plane Frames Including Changes in Geometry and Non-Elastic Behavior of Elements under Combined Normal Force and Bending[C].Proceedings, IAB-SE Symposium on Resistance and Ultimate Deformability of Structures, Lisbon, 1973:15-22.
- [20] Silvia Mazzoni, Frank McKenna, Michael H. Open System for Earthquake Engineering Simulation User Manual[M].Berkeley Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, 2005.
- [21] Smith K G. Innovation in Earthquake Resistant Concrete Structure Design Philosophies: A Century of Progress since Hennebique's Patent[J].Engineering Structures,2011 (23), 72-81.
- [22] Mervyn J Kowalsky.Deformation Limit States for Circular Reinforced Concrete Bridge Columns[J].Journal of Structural Engineering, ASCE, 2000,126(8):869-878.
- [23] T Paulay, M J N Priestley,著.戴瑞同,等译.钢筋混凝土和砌体结构的抗震设计[M].北京:中国建筑工业出版社, 1998: 16-17, 24-28.

T Paulay, M J N Priestley. Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings[M].Beijing:China Architecture & Building Press,1998:16-17, 24-28.(in Chinese)