

叠层板状结构在非线性支承下的流固耦合振动

崔振东^{1,2}, 唐益群^{1,2}, 郭长青³

(1. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学岩土及地下工程教育部
重点实验室, 上海 200092; 3. 南华大学数理学院, 湖南 衡阳 421001)

摘要: 基于叠层板状结构的固有振动特性, 对在非线性支承下的叠层板状结构的流固耦合振动进行了理论研究和数值计算, 运用稳定性理论分析了平衡点附近定常解的稳定性问题, 为叠层板状结构元件的设计和安全分析提供依据。

关键词: 叠层板; 非线性; 振动; 流固耦合

中图分类号: TU311.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-0844(2007)02-0119-04

Fluid-structure Interaction Vibration of the Parallel-plate Fuel Assembly with Nonlinear Support

CUI Zhen-dong^{1,2}, TANG Yi-qun^{1,2}, GUO Chang-qing³

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. School of Mathematics and Physics, Nanhua University, Hengyang 421001, China)

Abstract: The parallel-plate assembly is a new type fuel element in nuclear reactors. According to the natural vibration characteristics of the parallel-plate assembly, its fluid-structure interaction vibration with nonlinear support is theoretically analyzed and numerical computed. The stability of steady-state solution near the equilibrium points is analyzed using the theory of stability. The result offers reference to the design and the safe analyse of the the parallel-plate assembly.

Key words: Parallel-plate assembly; Nonlinear; Vibration-mode; Fluid-structure interaction

0 引言

板状结构的流固耦合振动问题是在许多实际工程领域中经常遇到和急需解决的难题。某些核反应堆中的叠层板状堆芯元件、水电站的拦污格栅、某些强制对流热交换器件、高速舰船的船体等是这类问题的典型实例。C. Q. Guo 和 M. P. Paidoussis^[1-2]研究了单板的流固耦合振动特性; 文献[3, 4]和文献[5]分别对叠层板状结构在两端固支情况下的流致振动特性和临界流速及失稳挠曲线进行了研究。

但是由于长时间的工作使得板与板之间的联结常常出现松动, 此时叠层板状结构两端的固定支承相当于变成了弹性支承(可以进行线性或非线性处理)。对于具有非线性支承条件的板状结构在流体

动压力作用下的振动情况目前探讨的很少。文献[6]研究了圆柱型结构对于各种不同的松动支承情况在流体作用下的碰撞问题, 从大量数值仿真和实验中发现这类问题存在着复杂的力学行为。本文主要研究在非线性支承条件下叠层板状结构在流体动压力作用下的振动问题。

1 模型的建立

叠层板状元件是新型核反应堆设计中采用的一种具有较高热效率的堆芯元件。文献[3]采用的是两端固支、多梁与单梁对接的力学模型, 如图1所示。将该模型置于刚性矩形方管内, 流体从矩形方

收稿日期: 2007-01-15

基金项目: 湖南省教育厅青年科学基金资助(01B017)

作者简介: 崔振东(1978—), 男, 山东莒南人, 博士生, 主要从事工程地质与土木工程方面研究。

管的左端留入,进入管道前平均流速为 u_0 。本文采用的模型由原来两端固定支承,变为一端固定支承、一端非线性支承。假设板的宽向刚性,板只在 xoz 平面内振动,流体为沿 x 和 z 方向流动的二维不可压缩粘性流。 a_1 、 a_2 分别称为流道(或称为间隙)1和流道2。图2为对应于图1的横截面简图,图3为其非线性支承结构简图,图4为模型结构示意图。对于受非线性支承的叠层板状结构仍采用梁的力学模型。

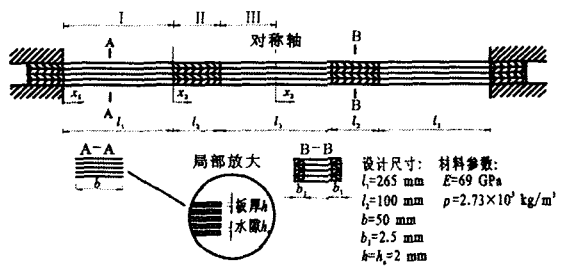


图 1 叠层板状堆芯元件模型
Fig. 1 Testmodel of parallel-plate assembly.

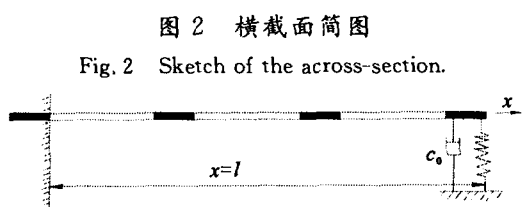
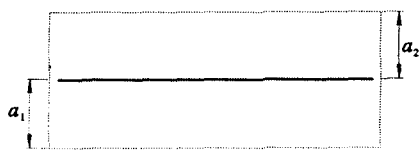


图 3 非线性支承简图
Fig. 3 Structure with nonlinear support.

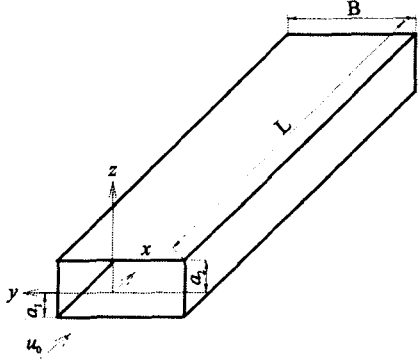


图 4 模型结构示意图
Fig. 4 Sketch of the model.

2 运动微分方程的建立

在二维不可压缩粘性流假设下,文献[7]把流体看成是 Poiseuille 流,给出了流体动压力的一次谐

波近似表达式:

$$\Delta p = -\frac{a_2 B \rho_0}{2} \ddot{v} - 6\mu B \left(\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} \right) \int_0^x \dot{v} dx + Ba_2 \left[\frac{\mu}{2} \frac{\partial^2 \dot{v}}{\partial x^2} + \frac{54\rho_0}{5} \frac{\partial \dot{v}}{\partial x} \right] - 12B\mu u_0 \nu \left(\frac{2}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} \right) + 6uBu_0 \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} \right) \frac{\partial \nu}{\partial x} - \frac{51}{5} Ba_2 u_0^2 \rho \frac{\partial^2 \nu}{\partial x^2} + \frac{Ba_2 u_0 \mu}{2} \frac{\partial^3 \nu}{\partial x^3} \quad (1)$$

则流固耦合系统的运动微分方程为

$$EI \frac{\partial^4 \nu}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 \nu}{\partial t^2} + \delta(x-x_b) [f(\nu) + c_0 \frac{\partial \nu}{\partial t}] = \Delta p \quad (2)$$

式中, $\nu = \nu(x, t)$ 为板中性层的垂向位移; EI 为弹性刚度; m 为板单位长度的质量; δ 为 δ 函数; $f(\nu)$ 为梁右端点的弹性约束反力; c_0 为阻尼系数。立方型非线性可表示为^[8]

$$f(\nu) = K_0 \nu + K_1 \nu^3 \quad (3)$$

式中 K_0 为弹簧的线弹性系数; K_1 为弹簧的非线性弹性系数。

运用 Galerkin 变分方法^[9]将方程(2)离散化,

即假设 $\nu(x, t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x) q_i(t)$, 对应于式(2)的 Galerkin 变分方程为

$$\int_0^L \left\{ EI \frac{\partial^4 \nu}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 \nu}{\partial t^2} + \delta(x-x_b) [f(\nu) + c_0 \frac{\partial \nu}{\partial t}] - \frac{a_2 b \rho_0}{2} \ddot{\nu} - 6\mu b \left(\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} \right) \int_0^x \dot{\nu} dx + ba_2 \left[\frac{\mu}{2} \frac{\partial^2 \dot{\nu}}{\partial x^2} + \frac{54\rho_0}{5} \frac{\partial \dot{\nu}}{\partial x} \right] - 12b\mu u_0 \nu \left(\frac{2}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} \right) + 6ubu_0 \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} \right) \frac{\partial \nu}{\partial x} - \frac{51}{5} ba_2 u_0^2 \rho \frac{\partial^2 \nu}{\partial x^2} + \frac{ba_2 u_0 \mu}{2} \frac{\partial^3 \nu}{\partial x^3} \right\} \phi_k(x) dx = 0 \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

对式(2)进行离散化,可得

$$\begin{aligned} & (md_1 + \frac{a_2}{2} b \rho d_1) \ddot{q}_1 + [6\mu b \left(\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} \right) d_3 + \\ & c_0 \phi_1^2(L) - ba_2 \left(\frac{\mu}{2} d_4 + \frac{54\rho_0}{5} d_2 \right)] \dot{q}_1 \\ & + [EIK_1^4 d_1 + K_0 \phi_1^2(L) + 12b\mu u_0 \left(\frac{2}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} \right) d_1 \\ & - 6b\mu u_0 \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} \right) d_2 + \frac{51}{5} ba_2 u_0^2 \rho d_4 \\ & - \frac{ba_2 u_0 \mu}{2} d_5] q_1 + K_1 \phi_1^4(L) q_1^3 = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

以流速 u_0 作为变化参数,将式(5)简写为

$$\ddot{q}_1 + \left(\frac{e_2}{e_1} - \frac{e_3}{e_1} u_0 \right) \dot{q}_1 + \left(\frac{e_4}{e_1} + \frac{e_5}{e_1} u_0 + \frac{e_6}{e_1} u_0^2 \right) q_1 + \frac{e_7}{e_1} q_1^3 = 0 \quad (6)$$

这是一个自恰系统的自激振动方程。

将式(6)写成状态方程的形式:

$$\begin{cases} \dot{q}_1 = q_2 \\ \dot{q}_2 = (\frac{e_3}{e_1}u_0 - \frac{e_2}{e_1})q_2 - (\frac{e_4}{e_1} + \frac{e_5}{e_1}u_0 + \frac{e_6}{e_1}u_0^2)q_1 - \frac{e_7}{e_1}q_1^3 \\ \quad = r_1q_2 - r_2q_1 - r_3q_1^3 \end{cases} \quad (7)$$

设式(7)的平衡点为 (q_{10}, q_{20}) , 易求得三个平衡点分别为: $(0, 0)$, $(\sqrt{-\frac{r_2}{r_3}}, 0)$, $(-\sqrt{-\frac{r_2}{r_3}}, 0)$ 。下面利用常微分方程的运动稳定性理论^[10]分别对其进行分析。

3 稳定性分析

式(7)的线性化变分方程的特征方程为

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 1 \\ -r_2 - r_3q_1^2 & r_1 - \lambda \end{vmatrix}_{\substack{q_1=q_{10} \\ q_2=q_{20}}} = 0 \quad (8)$$

特征根为

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}(r_1 \pm \sqrt{r_1^2 - 4r_2 - 4r_3q_{10}^2}) \quad (9)$$

从理论上分析特征根(9), 有以下几种主要情况。

3.1 平衡点为原点

此时特征根为 $\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}(r_1 \pm \sqrt{r_1^2 - 4r_2})$ 。

(1) $r_1 = 0; r_2 < 0$, 特征根为一对等值异号实根, 此时奇点为鞍点, 不稳定; $r_2 = 0$, 特征根为双重零根, 属于非孤立奇点, 需进一步研究; $r_2 > 0$, 特征根为一对等值共轭虚根, 奇点为中点, 稳定。

(2) $r_1 > 0$: ① $r_1^2 - 4r_2 > 0$, 此时有三种情况: (a) $r_2 > 0$, 特征根为两个不等正实根, 奇点为不稳定结点; (b) $r_2 = 0$, 特征根为一个正实数和一个零根, 不稳定; (c) $r_2 < 0$, 特征根为一对不等异号实根, 此时奇点为鞍点, 不稳定。② $r_1^2 - 4r_2 = 0$, 特征根为两个相等正实根, 奇点为不稳定退化结点。③ $r_1^2 - 4r_2 < 0$, 一对不等复根, 奇点为不稳定焦点。

(3) $r_1 < 0$: ① $r_1^2 - 4r_2 > 0$, 此时有三种情况: (a) $r_2 > 0$, 特征根为两个不等负实根, 奇点为不稳定结点; (b) $r_2 = 0$, 特征根为一个负实数和一个零根; (c) $r_2 < 0$, 特征根为一对不等异号实根, 此时奇点为鞍点, 不稳定。② $r_1^2 - 4r_2 = 0$, 特征根为两个相等负实根, 奇点为不稳定退化结点。③ $r_1^2 - 4r_2 < 0$, 一对不等复根, 奇点为不稳定焦点。

3.2 平衡点为其它两点

当平衡点为 $(\sqrt{-\frac{r_2}{r_3}}, 0)$ 和 $(-\sqrt{-\frac{r_2}{r_3}}, 0)$, 在给定的

的实际物理参数下, 经计算可知 $r_2 > 0, r_3 > 0$, 即 $\frac{r_2}{r_3} > 0$, 所以平衡点 $(\sqrt{-\frac{r_2}{r_3}}, 0)$ 和 $(-\sqrt{-\frac{r_2}{r_3}}, 0)$ 实际上并不存在。

4 数值计算

对图2所示的模型进行求解, 模型的材料参数和尺寸仍与图1模型的相同。材料的弹性模量 $E = 69 \text{ GPa}$; 材料的密度为 $2.73 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$; 板的相当厚度为 $H = 3.24 \text{ mm}$; 板长 $L = 3 \times l_1 + 2 \times l_2 = 1\,002.1 \text{ mm}$; 板宽 $B = 50 \text{ mm}$ 。此外, 流道(间隙) $a_1 = a_2 = 2 \text{ mm}$; 流体密度 $\rho = 1\,000 \text{ kg/m}^3$; 粘性系数 $\mu = 1.006 \times 10^{-3} \text{ Ns/m}^2$ 。取弹性支承的刚度系数为 $K_0 = 10^3 \text{ N/m}$, $K_1 = 10^7 \text{ N/m}^3$; 阻尼系数取为 $C_0 = 20 \text{ Ns/m}$ 。

由振动理论知, 对于自治系统的自激振动, 在正阻尼区振动呈衰减状态; 在负阻尼区振动呈发散状态; 阻尼为零时呈等幅振动状态。

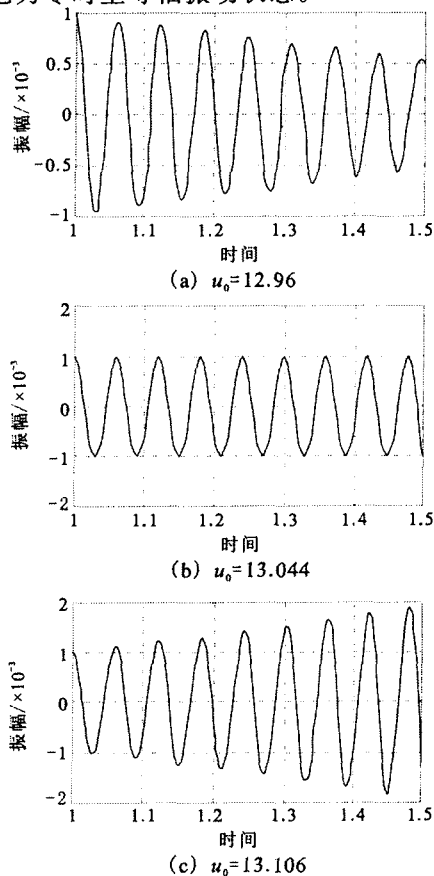


图5 不同流速下的振动情况

Fig. 5 Vibration in different velocities.

按给定的几何参数和流体参数计算可知 $\frac{e_2}{e_3} = 13.044$ 。由方程(7)中的阻尼项等于零可得: $r_1 = 0$, 得到 $u_{0c} = \frac{e_2}{e_3} = 13.044 \text{ m/s}$ 。这时的流速称为临界流速, 即第一阶屈曲临界流速。此时的振动为等幅振动, 相位图上的相迹为极限环。用 Matlab 软件对方程(7)进行数值模拟(初值为: $h_0 = 1 \text{ mm}$), 如图 5 所示。

5 结论

本文对叠层板状结构元件在非线性支承下的流固耦合振动进行了研究。发现当流速小于临界流速时, 振幅随时间的增加而减小, 振动呈衰减状态; 当流速等于临界流速时, 振动呈等幅周期振动状态; 当流速大于临界流速时, 振幅已经急剧上升, 振动呈发散状态; 由于此时振幅偏离平衡位置后不再回来, 此失稳为屈曲失稳。

[参考文献]

- [1] Guo C Q, Paidousisi M P. Analysis of hydroelastic instabilities of rectangular parallel-plate assemblies[J]. ASME Journal of Pressure Vessel Technology, 2000, 122(4): 502-508.
- [2] Guo C Q, Paidousisi M P. Stability of rectangular plates with free side-edges in two-dimensional inviscid channel flow[J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 2000, 67(1): 171-176.
- [3] 崔振东. 板状结构的流致振动与稳定性研究[D]. 衡阳: 南华大学, 2005.
- [4] Guo C Q, Peng R H, Sun D L. A dynamic model for flow-induced vibration of parallel-plate fuel assemblies[A]// SMIRT 12 Transactions[C]. Amestrdam, Holand: Elsevier, 1993: 1-4.
- [5] 崔振东, 郭长青. 叠层板型燃料元件模型的临界流速与失稳挠曲线分析[J]. 暨南大学学报, 2005, 26(1): 5-7.
- [6] Cai Y, Chen S S. Chaotic vibration of nonlinear supported tubes in crossflow[J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 1993, 115, 124-139.
- [7] 陈贵清, 杨翊仁. 受非线性支承的板状梁结构流致振动研究[J]. 固体力学学报, 2003, 24(3): 277-283.
- [8] 陈贵清, 杨翊仁. 板状梁结构流致振动及其稳定性[J]. 河北理工学院学报, 2002, 24(4): 105-113.
- [9] 徐芝纶. 弹性力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1998.
- [10] 邹经湘. 结构动力学[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1996.

[1] Guo C Q, Paidousisi M P. Analysis of hydroelastic instabilities