第23卷　第4期
2001年12月

西　北　地　震　学　报
NORTHWESTERN SEISMOLOGICAL JOURNAL

Vol. 23　No. 4
Dec., 2001

Rundle 模式地震滞后环和突变现象研究

李丁一
(华东船舶工业学院, 江苏 镇江　212003)

摘要: 基于耗散结构理论详细研究了地震活动的主要特征. 研究结果表明, 地震活动呈现双稳态及尖拐突变现象. 主要表现是: 发生在应力场临界值区间[$-p_c$, p_c] 内的滞后环现象和发生在临界值 p_c 和 $-p_c$ 处的突变现象, 前者对应系统应变能积累过程, 后者(即强震过程)是该系统能量的主要耗散机制.

关键词: 耗散结构; 滞后环现象; 尖拐突变; Rundle 模式; 强震机制
中图分类号: O415.3; P315　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1000-0844(2001)04-0354-05

0　引言

长期以来, 地震一直是危害人类的主要自然灾害之一. 至今, 人们还不能准确地预报地震活动(特别是强震). 地震是一种复杂的爆发性现象[1~4], 正像绝大多数自然现象一样, 其过程是不可逆的, 因而断层系统本身应该具有耗散结构[5,6]. 根据普利高津[5]提出的耗散结构理论, 地震断层破裂的过程(相应于前震过程)应该属于系统在外力场作用下其内部非线性动力学机制自动产生的自组织过程.

自然界许多领域, 诸如在物理、化学、生物、地球物理及空间科学等领域, 存在着极其大量的远离平衡态的开放系统. 这些开放系统, 由于不断与外部交换物质或能量, 以及其内部存在着复杂的非线性相互作用, 它们可以经历分叉过程, 演化为更高级的具有稳定结构的复杂系统, 有些则演化为不稳定的复杂的混沌态系统[5]. 应用耗散结构理论能够说明自然界很多复杂性(包括生物物种的多样性等)现象的起源, 并给出可产生复杂性的基本模型. 本文应用耗散结构理论研究地震活动这一复杂现象.

1　根据 Rundle 模式求解断层位错平衡态

复杂性现象产生的先决条件是系统本身具有非线性动力学特性, 其次是适当的外界作用. 这样, 在某些条件下可以导致系统运动的不稳定性, 并出现分叉现象. 为研究某种复杂性现象, 人们首先需要选用适当的非线性动力学模型(或自建此类模型). 本文选用 Rundle 模型[1]来研究地震活动的基本特征.

Rundle[1]采用断层剪切位错粘滑模型, 得到如下平均自由能密度表达式:

$$f = -p'u + a'_0 + a'_1 u^2 + a'_2 u^4 \tag{1}$$

其中: u 是弹性介质断层面上平均剪切位错; p' 代表外部作用所致的剪切应力场; a'_0 表示无

收稿日期: 2001-03-19
作者简介: 李丁一(1940-), 男(汉族), 江苏扬州人, 研究员, 主要从事等离子体物理和非线性科学及其应用研究.

位错时断层面能量密度初值. 系数 a'_1 和 a'_2 与断层面间的摩擦力分布起伏差值 $\Delta\tau$ 及断层面粗糙度(即起伏分布特征波长)λ 有定量关系[3]. 这就是说, 这 2 个系数与已破裂断层面的某些宏观标度有密切关系. 根据文献[1], $a'_1 > 0$, $a'_2 > 0$.

自由能是等温过程中外界作用所做的功[3], 因而, 根据功能原理, 由式(1), 经简单的参量符号变换处理, 可以得到如下非线性动力学方程[3,4]:

$$\left(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}\right)^2 = 2(-pu + a_0 + a_1u^2 + a_2u^4) \equiv 2h(u) \tag{2}$$

其中: $p = p'/m$; $a_j = a'_j/m$ $(j = 0, 1, 2)$. 其中 m 是单位长度断层面介质的质量, $m\left(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}\right)^2$ 代表其 2 倍的动能, $mh(u)$ 代表其自由能. 与文献[3] 和[4] 求解析解的方法不同, 本文按照耗散结构理论的分析程序, 首先求解断层位错的平衡解.

对式(2) 二边求微商, 这时应将 $\mathrm{d}u/\mathrm{d}t$ 作为速度变量来处理, 可得到下列结果:

$$\frac{d^2u}{\mathrm{d}t^2} = -p + 2a_1u + 4a_2u^3 \tag{3}$$

如果将动力学方程(3)二边对 $\mathrm{d}u$ 积分, 则变为式(2), 此时会形成一个增根 $\mathrm{d}u/\mathrm{d}t = 0$. 因此, 在对式(2)二边求微商时, 应将 $\mathrm{d}u/\mathrm{d}t = 0$ 情形剔除, 则式(3)是与式(2)等价的唯一确定形式.

设
$$\mathrm{d}u/\mathrm{d}t = v \tag{4}$$
则
$$\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = -p + 2a_1u + 4a_2u^3 \tag{5}$$

使上面二式的右端为 0, 可得平衡态解(u_s, v_s)如下.

(1) 当 $p^2 < -\frac{8a_1^3}{27a_2}$(即 $J' > 27$) 时, 有[7]:

$$u_{sj} = 2\sqrt{\frac{-a_1}{6a_2}}\cos\left[\mu + \frac{2\pi}{3}(j-1)\right] \qquad (j = 1, 2, 3) \tag{6}$$

其中:
$$\mu = \frac{1}{3}\arccos\left[\sin(p)\sqrt{\frac{27}{J'}}\right] \tag{7}$$

$$J' = -\frac{8a_1^3}{p^2a_2} \tag{8}$$

另外, $v_s = 0$, 它与式(6)共同组成了位错的 3 个平衡态解.

(2) 当 $p^2 \geqslant -\frac{8a_1^3}{27a_2}$(即 $J' \leqslant 27$) 时, 有唯一解[7]: $v_s = 0$ 和

$$u_s = \frac{1}{2}\left(\frac{p}{a_2}\right)^{\frac{1}{3}}\left[\left(1 + \sqrt{1 - \frac{J'}{27}}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(1 - \sqrt{1 - \frac{J'}{27}}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \tag{9}$$

根据式(6)和式(9), 画出平衡态 $u_s(p)$ 曲线, 如图 1 所示. 图中应力场临界值 $p_c = \sqrt{\frac{-8a_1^3}{27a_2}}$; 当 $-p_c < p < p_c$ 时, 对应同一个 p 值有 3 个平衡态($Q'K$ 段为 $j = 1$, $K'Q$ 段为 $j = 2$, $Q'Q$ 虚线段为 $j = 3$), 而在此范围之外只存在一个平衡态(KS 段或 $K'S'$ 段), 即式(9).

2 断层位错平衡态解的稳定性分析

根据耗散结构理论提供的线性化稳定性分析法[5], 对上节求出的平衡态解进行稳定性分

析. 假设系统围绕平衡态(u_s, v_s) 有小扰动 (Δu, Δv), 即:

$$u(t) = u_s + \Delta u \tag{10}$$

$$v(t) = v_s + \Delta v \tag{11}$$

将式(10)和(11)代入方程组(4)和(5), 并做线性化处理(扰动只保留到一次项), 得到扰动方程组:

$$\begin{pmatrix} \dfrac{\partial \Delta u}{\partial t} \\ \dfrac{\partial \Delta v}{\partial t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2a_1 + 12a_2u_s^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta u \\ \Delta v \end{pmatrix} \tag{12}$$

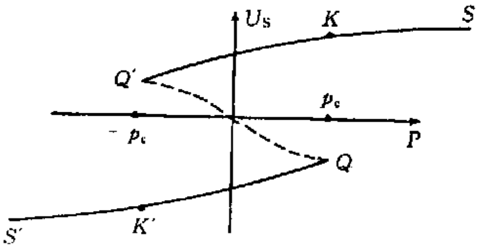

图 1　断层位错平衡态解 $u_s(p)$

Fig. 1　Solutions of balance states $u_s(p)$ for the fault dislocation.

该方程组等号右端的前部为 Jacobi 矩阵[6] .

设 $\Delta u = \alpha \exp(\lambda t)$, $\Delta v = \beta \exp(\lambda t)$, 其中: λ 为特征值. 相应的特征值方程为:

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 1 \\ 2(a_1 + 6a_2u_s^2) & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \tag{13}$$

解得: 当 $p^2 < -\dfrac{8a_1^3}{27a_2}$ 时, 特征值为:

$$\lambda_j = \pm\sqrt{2(a_1 + 6a_2u_{sj}^2)} \qquad (j = 1, 2, 3) \tag{14}$$

用式(6)代入, 很容易证明: $\mathrm{Re}\,\lambda_3 = 0$, $\mathrm{Im}\,\lambda_3 \neq 0$. 这时, 在扰动方程组(12) 右端需包含2次以上扰动项. 可以证明: 相应 $j = 3$ 的平衡态对扰动是欠稳定的. 实际上, 这个平衡态对应 $h(u)$(相当于自由能) 的极大值状态(图 2 的 M 点).

$\mathrm{Re}\,\lambda_j \neq 0 (j = 1, 2)$, 而 $\mathrm{Im}\,\lambda_j = 0 (j = 1, 2)$. 注意到, 当 $t \to \infty$ 时, 这时含扰动的位错 u 只能在 $u_{sj}(j = 1, 2)$(即图 2 的 B 或 A 点) 附近变化, 它不可能趋向 ∞. 因此, 只能取实特征值 $\lambda_j < 0 (j = 1, 2)$. 这就是说, 图 1 中相应于 $j = 1, 2$ 的平衡态是渐进稳定的(以实线表示).

当 $p^2 \geqslant -\dfrac{8a_1^3}{27a_2}$ 时, 将式(9) 唯一解 u_s 代入形式如式(14) 一样的关系式, 类似地求得其实特征值 λ. 对这里的扰动也只能取 $\lambda < 0$, 也就是说, 这时图 1 中唯一的平衡态(KS 段或 $S'K'$ 段)也是渐进稳定态.

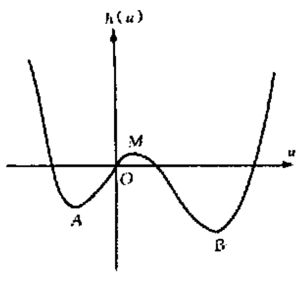

图 2　$p > 0$ 时断层(单位质量)的自由能

Fig. 2　The free energy of the fault with unit mass as $p > 0$.

3　Rundle 模式地震活动的滞后环与突变现象

图1 所示的断层位错平衡态 $u_s(p)$ 曲线显示 Rundle 模式地震有典型的尖拐突变特征[5,6], 这是一种典型的双稳态和滞后现象[5] . 图中 Q 和Q' 点是尖拐点. 当应力场 p 由较大负值向正值变化时, 系统沿着实线 $S'K'Q$ 方向变化. 到达 Q 点时, 平衡态 $j = 2$ 立刻消失, 系统必须跃变到这时的唯一平衡态(且是稳定平衡态)K 点, 这就是一次强震过程. 类似地, 由于外界作用反向, 应力场 p 由较大正值向负值变化, 系统沿着实线 SKQ' 方向变化. 到达 Q' 点时, $j = 1$ 平衡态消失, 系统必须跃变到这时的唯一平衡态 K' 点, 这是又一次强震过程. 图 1 所示的 $K'QKQ'K'$ 滞后环现象以及前文对于 $Q \to K$ 和后来 $Q' \to K'$ 突变的说明, 是对地震科学上著名的 Reid 弹性回跳学说的定量和科学解释.

所谓的滞后环, 指的是在 $Q \to K$ 突变后, SKQ' 段上的任何状态(除 Q' 点外)都不可能直接

返回到 $S'K'Q$ 曲线段. 必须变化到 Q' 点后, 经另一次突变到 K' 后, 才能随 p 的变化返回到 $S'K'Q$ 曲线段上某个状态. 这就是滞后环现象. 经此滞后环回到原处的过程, 也是外界对系统做功的过程.

4 讨论和结论

作者在文献[8]中, 定量计算了上述突变(强震)过程的能量释放. 这时, 应注意: 图2中 M 点已经左移与已经上升的 A 点合一而成为拐点(对应图1的 Q). 当 $p<0$ 时, 这样的拐点对应图1的 Q'. 这时 A 点处原来的稳定平衡态消失, 只剩有唯一的稳定平衡态 B ($h(u)$ 的谷底). 另外, 图1中尖拐点 Q 及 Q' 在地震活动中至关重要, 与该点处的分叉特性密切相关.

对图1中 Q 和 Q' 作分叉(或称分支)分析[5], 发现在 Q 及 Q' 点处特征值变为0, 故2点应为分叉点. 进一步研究表明: 它们属于亚临界型分叉点. $Q'Q$(即 $j=3$) 为亚临界分支解, 自然是不稳定的. 而 $Q\rightarrow K$ 及 $Q'\rightarrow K'$ 属于相应分叉点处的突跃分支[5], 即强震过程. 由于篇幅限制, 关于尖拐点 Q 及 Q' 附近的分叉特性将另文研究.

滞后环的面积为

$$W=\int_{(QKQ'K'Q)}p\times \mathrm{d}u_{\mathrm{s}}=\int_{(Q'KQK'Q')}u_{\mathrm{s}}\times \mathrm{d}p=2\int_{0}^{p_{\mathrm{c}}}(u_{\mathrm{s}1}-u_{\mathrm{s}2})\mathrm{d}p\approx 2p_{\mathrm{c}}(u_K-u_Q) \tag{15}$$

式(15)第一个积分为该滞后环的积分面积, 它等于沿该环变化期间外界对断层系统所做的功. 这是与守恒系统完全相反的特性, 正表明该系统具有耗散结构. 而且, 该系统的状态不只是决定于参量 p 值, 还与变化到该 p 值前的状态演变过程有关, 因而该过程是不可逆的, 这在图1的滞后环上体现得很清楚.

式(15)右端表示, 外界对断层系统所做的功近似等于连续2次强震 $Q\rightarrow K$ 及 $Q'\rightarrow K'$(因自由能陡降) 所释放的动能[8], 其中只有少部分以地震波能量形式释放[8]. 所谓近似是根据式(6)对图1曲线作数值计算为根据的. 而式(15)第二个面积积分只是交换了积分次序. 注意到, 积分 $\int_{0}^{p_{\mathrm{c}}}(u_{\mathrm{s}1}-u_{\mathrm{s}2})\mathrm{d}p$ 对应于强震 $Q\rightarrow K$ 发生前, 当 p 从0变化到 p_{c} 时系统所积累的应变能. 而 $p_{\mathrm{c}}(u_K-u_Q)$ 应等于原处于 $j=2$ 平衡态的系统在 p_{c} 作用下从自由能曲线拐点[8] 经位错突变 $u_Q\rightarrow u_K$ 后所释放的能量(包括机械能和热能等).

综上所述, 可以得出以下结论:

(1) 滞后环现象对应系统长期的应变能积累过程, 而突变(强震)是系统所积累能量的主要耗散机制, 它们是该耗散结构系统的两个密切相关的现象.

(2) 余震机制新探. 当 $Q\rightarrow K$ 时, 位错可能因"惯性"冲过 K 点, 不是立刻停留在 K 点(即自由能曲线谷底), 而是围绕 u_K 作渐进稳定的振荡(因前述相应特征值为负), 这可能是余震的一种机制. 随着 p 值的增加, 系统沿着曲线 KS 变化, 也会发生余震, 其发生机制除可用非线性解析解[3] 来解释外, 还可有如下解释: 当 p 增加时, 由于断层面间位错有阻力, 位错 u 不是沿 KS 曲线变化, 而是保持暂时不变. 只有当 p 值增加较大时, 突然 $u\rightarrow u_s(p)$(自由能曲线的唯一谷底), 即为一次余震过程. 这就是说, 实际的 $u(p)$ 变化为台阶形式, 每一个位错平台起点及位错阶跃终点(下一个平台起点)都在 KS 曲线上, 每次阶跃对应一次余震. 第 i 次余震释放能量为 $p_i[u_{\mathrm{s}}(p_i)-u_{\mathrm{s}}(p_{i-1})]$, 其形式有点类似于式(15) . ,

.

(3) [3] [4] (2) ,

, , p_c 要低一些. ,

, . 1 所示的滞后环现象以及上述讨论,

.

(4) , ,

. , .

[ ]

[1] Rundle J B. A physical model for earthquakes (III)[J]. J Geophys Res, 1989, 94(B3): 2839—2855.

[2] Li D Y, et al. Normal and anomalous explosion mechanisms for nonlinear instabilities in three wave coupling [J]. J Plasma Phys, 1997, 57(4): 861—873.

[3] . Rundle 模式地震的分叉结构及其爆发判据[J]. , 1998, 20(1): 9—13.

[4] . Rundle 模式地震的爆发判据[J]. , 1998, 41(3): 432—436.

[5] , . [M]. , . : , 1986.

[6] , . [M]. : , 1989.

[7] , . Weierstrass 函数在分歧点($J=27$) [J]. , 1995, 9(3): 21.

[8] . Rundle 模式地震释放的能量及其标度关系[J]. , 1999, 15(3): 278—283.

STUDY ON THE HYSTERESIS LOOP AND CATASTROPHE OF RUNDLE MODEL EARTHQUAKE

LI Ding-yi

(*East China Shipbuilding Institute*, *Zhenjiang* 212003, *China*)

Abstract: On the basis of the theory for dissipative structure, the main characteristics of Rundle model earthquake are studied in detail. It is found that the double-stable states and the cusp catastrophe are shown in the process of fault dislocation for Rundle model. There are the hysteresis loop of fault dislocation, as the external stress changes between the critical values p_c and $-p_c$, and catastrophes occurred at the critical values p_c and $-p_c$. The former corresponds to the accumulation of strain energy of the system, and the latter (i.e., strong earthquakes) is the main mechanism for energy dissipation of the system.

Key words: Dissipative structure; Hysteresis loop; Catastrophe; Rundle model; Strong earthquake mechanism