

94-98

# 关于地震震级-频度关系式及其非线性项的讨论

p 315.6  
p 315.9

敖力布

(内蒙古师范大学物理系, 内蒙古 呼和浩特 010022)

**摘要:** 研究了震级-频度关系式中非线性项产生的原因, 指出由于地震孕育过程是非线性的, 很多地震现象都服从分形和混沌规律, 因此传统的震级-频度关系式中应含有非线性项, 才能全面描述地震过程的非线性规律. 得出了新的含有非线性项的震级-频度关系式. 讨论了该公式中非线性项的含义.

**主题词:** 混沌理论; 震级-频度关系; 非线性项

地震

**中图分类号:** P315.6 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-0844(1999)01-0094-05

## 0 引言

由古登堡和里克特首先提出的震级-频度关系式是带有普适性的经验公式, 在不同场合可以演化成各种不同的表述形式<sup>[1-4]</sup>, 其中关于  $b$  值的含义前人进行过较多的讨论<sup>[2,5]</sup>.

地震孕育过程是非线性的, 很多地震现象都服从分形和混沌规律, 在这方面人们已经有了共识<sup>[6]</sup>. 所以描述地震活动的重要数学关系式——震级-频度关系式亦应含有非线性因子, 这样才能全面描述地震过程的非线性规律. 但是由于分形学和混沌理论等非线性学科崛起较晚, 因此传统的震级-频度关系式中并不含非线性项. 本文对该公式中非线性项进行了研究, 并讨论了非线性项的含义.

## 1 震级-频度关系式中的非线性因子

有学者在研究 1970~1992 年四川、云南、新疆和台湾等 4 个地震区的地震资料后发现, 上述时段中的震级-频度关系并不是线性的, 而是呈现 Gauss 分布<sup>[2]</sup>, 得出形式为

$$\begin{aligned} P(M) &= e^{-(\lambda + \lambda_1 M + \lambda_2 M^2)} \\ &= k_0 e^{-(\lambda_1 M + \lambda_2 M^2)} \end{aligned} \quad (1)$$

的关系式, 其中  $P(M)$  为某一时段中震级不小于  $M$  的地震发生的概率,  $k_0$  为一常数. 上式可写成对数形式, 即

$$\log N_T = a - bM - cM^2 \quad (2)$$

其中  $a, b$  和  $c$  分别与  $\lambda, \lambda_1$  和  $\lambda_2$  相联系;  $N_T$  表示震级不小于  $M$  的地震次数. 当不考虑非线性

收稿日期: 1997-11-05

作者简介: 敖力布, 男, 1942 年 11 月生, 副教授, 从事分形学、混沌等非线性科学及其应用研究.

因素,即  $c = 0$  时或在线性近似(传统作法)下,式(2)就演化成传统的古登堡-里克特关系式. 在地震孕育过程是非线性的前提下,人们所感兴趣的是震级和频度与非线性参量之间的关系,也就是震级和频度与地震分形结构的时间分维  $D_0$ 、空间分维  $D_1$  和能量分维  $D_2$  以及表征地震混沌机制的李雅普诺夫指数  $LE$ (以下称李指数)、柯尔莫哥罗夫熵  $S_k$  和黄金中值  $G$  等参量之间的关系.

## 2 震级和频度与非线性参量的关系

### 2.1 地震分形结构引起的非线性因子

作者利用协同学原理的观测方法<sup>[2]</sup>、临界点附近拉氏乘子的直接确定法<sup>[7]</sup>和约束的自洽关系对地震的时域信息、空域信息和能量信息进行非线性分析后发现,式(1)中的  $\lambda$ 、 $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  的物理意义分别与广义分维  $D_0$ 、 $D_1$  和  $D_2$  相对应,此时将式(1)可表示为<sup>[2]</sup>

$$P(M) = A e^{-(D_0 + D_1 M + D_2 M^2)} \quad (3)$$

式中:  $A$  为一常数. 因为地震活动在时空强 3 方面均表现为多重分形,所以  $D_0$ 、 $D_1$  和  $D_2$  是平均值. 将式(3)写成对数形式,则为

$$\log N_T = a' - b'M - c'M^2 \quad (4)$$

其中  $a'$ 、 $b'$  和  $c'$  分别与  $D_0$ 、 $D_1$  和  $D_2$  相关联. 当忽略非线性项,即取  $c' = 0$  时或在线性近似(传统作法)下,式(4)又会恢复到传统的古登堡-里克特线性关系式. 这里略去了与能量分维  $D_2$  相关的非线性因子. 对此作者认为可以这样理解,即地震的能量与地震波振幅的平方成正比,而震级则是由释放的能量(地震波振幅之平方)多少来确定,能量  $E$  与震级  $M$  之间的关系为<sup>[2]</sup>

$$\log E = B + 1.5M \quad (5)$$

其中  $B$  是常数. 释放的能量越多,震级越高,破坏性越大,同时发生地震的次数也越少. 可见,在确定震级时已经将能量因素的作用考虑了进去(只能在线性近似下这样认识,实际上只考虑了一部分),这样处理的结果是指出了地震的非线性主要由于地震孕育过程中能量的传播和释放的非线性非平衡的自组织行为所致.

### 2.2 地震的混沌机制引起的非线性因子

地震活动是既非完全呈周期性和有序也非完全无序的随机运动,属于一种局域运动无序整体行为有序的混沌运动<sup>[8]</sup>,也就是说在其随机无序的背后隐含着确定性的规律. 研究地震活动的混沌机制要利用相空间中的奇怪吸引子和吸引盆的特征参量. 研究表明,式(1)或式(2)中的  $\lambda$ 、 $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  或  $a$ 、 $b$  和  $c$  与表征地震混沌机制的特征量黄金中值  $G$ 、李雅普诺夫指数  $LE$  和柯尔莫哥罗夫熵  $S_k$  相对应.

#### 2.2.1 黄金中值

黄金中值原理是自然界中形态生长的重要原理<sup>[2]</sup>,也是自然界的一个和谐原理. 在动物繁衍、植物生长,尺寸大小比、种类数量比和增长速度比等问题中常出现黄金中值.

地震孕育过程就是能量聚集的过程,地震的爆发是能量最佳配备的比例效应. 黄金中值点是能量最佳配备位置<sup>[2]</sup>,可作为预测地震发生地点的重要依据. 例如以某次地震前兆点为原点,建立直角坐标系,若可能的方向在第一象限(可由李指数确定),那么下一个能量聚集最佳位置即震源将会在  $m \times n$  范围内以  $n/m$  或  $m/n$  为黄金中值,即  $n/m = (\sqrt{5} + 1)/2$  或  $m/n = (\sqrt{5} + 1)/2$  或它的倒数的那些点上(图1).

由黄金中值

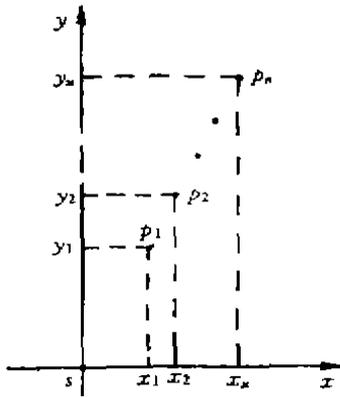


图1 用黄金中值点预测地震震源

Fig. 1 Prediction on the location of earthquakes by using golden section.

$$G = \frac{n}{m} = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \dots \quad (6)$$

得到一个点序列  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , 它们的实际位置用经纬度表示后可看得更清楚. 要确定震源究竟位于哪些点上, 还需要借助于其它参量(如  $T-1/S_k$ ).

2.2.2 李雅普诺夫指数

李雅普诺夫指数反映相空间轨道不同方向上的收缩与膨胀性质, 给出轨道在相空间独立方向上发散或收敛速率. 李指数  $LE_i = 0$  表征轨道处于分岔点上, 正李指数是混沌运动的动力学诊断<sup>[9]</sup>. 一对相邻相点之间的距离  $\epsilon$  随时间  $t$  按指数(李指数)规律分离, 即

$$\epsilon = \epsilon_0 e^{LE_i t} \quad (7)$$

多维相空间中每个主轴方向上都有一个李指数  $LE_i (i = 1, 2, \dots, n)$ .  $LE_i > 0$  方向上相空间伸长,  $LE_i < 0$  方向上相空间收缩, 如一个球形邻域的演化(图2). 地震的震源的位置是三维的, 即由经度、纬度和深度表示, 3个李指数  $LE_i (i = 1, 2, 3)$  与之对应. 在

$LE_i > 0$  或  $LE_i < 0$  方向上地震能量的配备位置满足黄金中值的那些点上可能发生强震. 一维混沌运动的映射<sup>[6]</sup>

$$x_{n+1} = f(x_n) \quad (8)$$

其李指数

$$LE = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \log |df^N(x_0)/dx_0| \quad (9)$$

其中  $f^N(x_0)$  是从  $x_0$  出发经  $N$  次迭代后的  $x$  值,  $f^N(x_0) = f[f^{N-1}(x_0)]$ .  $LE_i > 0$  方向上地震发生的可能性更大一些, 因为正李指数是系统处于混沌态的重要判据, 而地震就是能量孕育过程处于混沌态时引发的. 一般不要求所有  $LE_i > 0$  的李指数, 只求其中最大的  $(LE)_{\max}$  即可.

$$(LE)_{\max} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m \Delta t} \sum \ln \left[ \frac{\epsilon_i(t)}{\epsilon(0)} \right] \quad (10)$$

其中:  $m$  为计算步数,  $\Delta t$  为积分步长. 实际上,  $(LE)_{\max}$  是地震系统混沌程度的定量刻划<sup>[9]</sup>. 若地震活动相空间轨道落在吸引盆中的奇怪吸引子上面, 标志着已经处在混沌状态, 此时的李指数是  $(+, 0, -)$ <sup>[2]</sup>(表1).

2.2.3 柯尔莫哥罗夫熵

柯尔莫哥罗夫熵  $S_k$  表征系统状态信息的损失率. 地震混沌的奇怪吸引子具有正柯熵. 有人指出<sup>[9]</sup>, 地震孕育过程是一种极复杂的信息流, 是由

一种由高柯熵的随机状态向另一种低柯熵的随机状态的过渡. 如果发现前震的柯熵  $S_k$  在降低, 那么可以认为该方向上主震要爆发. 对地震资料的分析发现, 对于某些地震前兆, 可将其视为遍历系统, 即其时间平均等于空间平均, 此时  $S_k$  为李指数的和<sup>[9]</sup>. 即

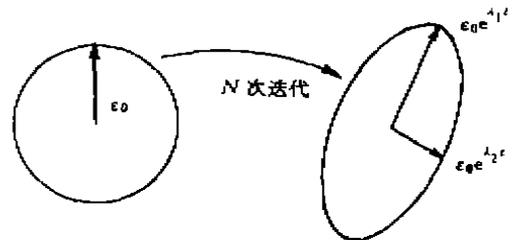


图2 圆球演化成椭球

Fig. 2 Evolution of circular ball to elliptical ball.

$$S_k = \sum_{i=1}^n LE_i \quad (11)$$

量  $S_k^{-1}$  具有时间量纲, 它给出混沌系统的未来可预测的平均时间长度. 若用一维映射模拟地震活动, 那么可预测时间

$$T = \frac{1}{LE} \log_2(1/\epsilon) \quad (12)$$

其中:  $\epsilon$  为区段长度,  $LE$  为相应李指数. 用高维映射模拟时<sup>[9]</sup>,

$$T = \frac{1}{S_k} \log_2(1/\epsilon) \propto \frac{1}{S_k} \quad (13)$$

这里指出, 地震孕育过程的正柯熵  $S_k$  越大 ( $T$  越短), 可预测性越差. 混沌并非不可预测, 不可预测的只是其长期行为<sup>[9]</sup>. 可是地震这一混沌系统例外, 越临近短临阶段越不好预测, 其原因在于地震发生在岩石圈内部, 人们只能依据地面台站所记录的数据图像或实验室模拟来推断前兆演化规律, 这样难免失去一些真实信息,

从而使我们不能掌握或不能正确掌握其混沌奇怪吸引子和吸引盆的位置及其参量的演化规律. 这些漏掉的信息在震级-频度关系中用非线性因子来加以补充, 这样的震级-频度关系式才更符合客观实际.

### 2.3 含有非线性项的震级-频度关系式

对部分震例的分析表明, 式(1)或式(2)中  $a$ ,  $b$  和  $c$  的物理意义与  $G$ ,  $LE$  和  $S_k$  的含意相对应. 式(2)可表示为

$$P(M) = a' - b'M - c'M^2 \quad (14)$$

$$\text{其中: } \begin{cases} a' = f(G) \\ b' = f(LE) \\ c' = f(S_k) \end{cases} \quad (15)$$

$f$  表示某种简单函数关系, 比如  $f(S_k) = 1/S_k$  等. 当不考虑非线性作用即  $c' = 0$  时或在线性近似(传统作法)下式(14)演化成古登堡-里克特线性关系的形式. 很容易看出, 式(15)表示简单函数. 人们已经发现, 简单函数有时反映极复杂的规律<sup>[2]</sup>. 由于  $S_k^{-1} \Rightarrow T$ , 比  $T$  长的时间不可预测, 比  $T$  短的时间按理能够预测, 但由于各种原因又不能正确预测, 所以目前忽略非线性时略去有关  $S_k$  的项从理论上讲是可以的.

研究表明, 地震前兆的变化规律随时空而异<sup>[6]</sup>, 比如美洲大陆前兆规律不一定与亚洲大陆相同, 不同震级的前兆规律也不一定相同, 这种不同以指数分离.

表1 由李指数区分吸引子

LE	豪斯道夫维数	吸引子	特点
- , - , -	$D=0$	稳定不动点	3个方向上轨道收敛
0, - , -	$D=1$	极限环	极限环方向上不收敛也不发散, 其余2个方向上收敛
0, 0, -	$D=2$	二维环面	频率为 $\omega_1$ 和 $\omega_2$ 的2个准周期运动
+ , 0, -	$D$ 为分数	奇怪吸引子	混沌运动, 其轨道的一个方向上发散, 另一方向上收敛, 结果此轨道无限折叠形成奇怪吸引子.

### 3 结束语

综上所述,由于地震过程是非线性的,传统的震级-频度线性关系式不能够全面描述地震过程的非线性规律.加上非线性项后该公式才更加完善和符合实际.由于篇幅所限略去了震例的分析和公式的推演.

### 参考文献

- [1] 张伟东,黄祖洽.地震和地震预报理论研究中的几个问题[J].物理,1997,(7):418~423.
- [2] 敖力布,林鸿溢.分形学导论[M].呼和浩特:内蒙古人民出版社,1996.158,461.
- [3] 彭成斌,陈顺.地震中的分形结构[J].中国地震,1989,5(3):19~26.
- [4] 谷继成.论地震活动性的定量化[J].中国地震,1987,3(增刊):20~27.
- [5] 黄玮琼,李文香. $b$ 值统计的物理背景[J].地震学报,1997,19(1):86~92.
- [6] 陈顺.分形和混沌在地球科学中的应用[M].北京:学术期刊出版社,1989.74~85.
- [7] 哈肯.信息与自组织[M].罗久里,等译.成都:四川教育出版社,1988.180~189.
- [8] 李东升,陆继远.混沌理论与地震预报研究[J].世界地震译丛,1992,(2):1~5.
- [9] 汪秉宏.混沌动力学引论[M].合肥:中国科技大学出版社,1992.124~170.

### ON THE NEW MAGNITUDE-FREQUENCY CORRELATION AND ITS NONLINEAR TERMS

AO Li-bu

(*Department of Physics, Inner Mongolia Normal University, Huhhot Inner Mongolia 010022*)

### Abstract

The linear magnitude-frequency correlation advanced first by Gutenberg and Richter has played a great part in the study of earthquake and its prediction. The correlation itself has been improved and replenished constantly. In this paper it is pointed out that the important cause of generating the nonlinear behavior of earthquake is its fractal structure and its chaos principle. A new magnitude-frequency correlation involving nonlinear terms is gained. It is proved that the correlation can be developed to the linear Gutenberg-Richter relation through linear approximation. A further explanation in physics principle is also given.

**Key words:** Chaos theory; Magnitude-frequency correlation; Nonlinear term