

# 三维大地电磁测深中的薄层近似方法在 地震预报研究中的应用

冯小娟

(西安建筑科技大学, 西安 710054)

**摘要** 本文将 S. Park 1984 年提出的解决三维大地电磁测深问题的薄层近似方法, 用于甘肃省河西地区的大地电磁测深定点复测结果的资料解释, 展示了这种方法应用于复杂介质结构下的大地电磁测深工作的良好前景。依据该方法理论而编制的程序有较高的计算精度。

**关键词:** 三维模型 数值模拟 大地电磁测深 河西走廊地震构造带

## 1 前言

作为一种深部地球物理探测的重要手段, 大地电磁测深法在地震预报乃至整个地学领域日益受到重视, 特别是在研究孕震区电性结构及其变化规律方面已显得必不可少。但由于孕震环境多属构造复杂活动地段, 介质的电学性质空间不均匀性较强; 而孕震过程中前兆信号一般又比较弱; 加之场的多解性等原因, 以往对各测站大地电磁测深资料的单点一维处理结果必将严重失真, 无法满足今日地震预报之用, 这就要求探索出更切实可行的多维理论与方法。本文正是出自这种需要, 依据 S. Park 提出的处理三维问题的薄层近似方法(Park, S., 1984), 根据该文中的理论公式编了三维数值模拟程序(其中部分采用了 S. Park 的程序), 并应用该程序于若干理论模型, 最后将其应用于已有的定点复测大地电磁测深资料, 为其在孕震过程中前兆信息的提取和解释, 提供一种新的理论工具。

## 2 三维问题薄层近似法原理

1984年帕克提出了薄层近似方法处理三维大地电磁测深问题的理论公式, 其中关于薄层近似方法的原理如下(Park, S., 1984):

取 z 轴垂直地面向下, x、y 轴沿地面上两个观测方向的直角坐标系, 假定 z 轴为地下介质的电性主轴之一, 则频域中的 Maxwell 方程为:

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= j\omega\mu\vec{H} \\ \nabla \times \vec{H} &= \underline{\sigma} \cdot \vec{E} - j\omega\epsilon\vec{E} \end{aligned} \quad (1)$$

其中电导率( $\underline{\sigma}$ )是个张量

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & \sigma_z \end{bmatrix}$$

其中  $\alpha_s$  是二阶张量。

$$\alpha_s = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & , & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & , & \sigma_{yy} \end{bmatrix}$$

在大地电磁测深的一般频段 ( $f \leq 100\text{Hz}$ ) 中, 与传导电流相比, 位移电流可以忽略, 方程组(1)则简化为:

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= j\omega\mu\vec{H} \\ \nabla \times \vec{H} &= \underline{\sigma} \cdot \vec{E} \end{aligned} \quad (2)$$

推导可得:

$$\begin{aligned} \partial \vec{E}_s / \partial Z &= j\omega\mu\vec{H} \times \hat{i}_z + \nabla_s [(\nabla \times \vec{H}) \cdot \hat{i}_z / \sigma_{zz}] \\ \partial \vec{H}_s / \partial Z &= (\underline{\sigma} \cdot \vec{E}) \times \hat{i}_z + \nabla_s [(\nabla \times \vec{E}) \cdot \hat{i}_z / (j\omega\mu)] \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $\hat{i}$  为  $z$  轴的单位矢量, 下标为“ $s$ ”的表示场或算子的水平分量。

在(3)式的基础上施行具体的近似计算:

首先, 按测站分布结合大地构造特征, 将待计算的电性不均匀体以上区域平行坐标平面进行空间分块。其中, 横向分块使块内有测站; 纵向分块则不仅取决于地下电性结构, 而且尽可能采用小尺度, 以适应下述近似计算。

其次, 以各层场的垂向变化均值近似替代层中场的垂向导数, 而以层底场的水平导数近似替代层中场的水平导数(这便是薄层近似的内涵), 这样, 由(3)式可导出各层顶部及底部场之间的关系式:

$$\begin{aligned} \vec{E}_s^+ &= \vec{E}_s^- - \Delta Z \{ j\omega\mu\vec{H}^- \times \hat{i}_z + \nabla_s [(\nabla \times \vec{H}^-) \cdot \hat{i}_z / \sigma_{zz}] \} \\ \vec{H}_s^+ &= \vec{H}_s^- - \Delta Z \{ (\underline{\sigma} \cdot \vec{E}^-) \times \hat{i}_z + \nabla_s [(\nabla \times \vec{E}^-) \cdot \hat{i}_z / (j\omega\mu)] \} \end{aligned} \quad (4)$$

其中, 上标为“+”者表示顶部场, 上标为“-”者表示同层底部场。

这里已经用该层底部的场值近似了层内的场值。在两层之间的相互作用面上使用切向场的连续性。因而任一层顶部的表面场等于该层上边一层底部的表面场之值。这样就有了一种连续两层之间场值的方法。把许多不均匀薄层迭在一起就形成了一般化的三维介质。

对于水平微商必须进行不同的处理, 即进行空间域-波数域的变换方法。因为我们采用了一个水平步长, 其尺度与电导率变化的最小标量长度相等。处理的方法是假设电导率结构以及因此而引起的场的变化是精确地用一个有限系列的波数来描述, 在波数域中应用波数乘法严格的计算了水平微商。这个假定给模型设置了一些限制条件: 模型在  $x$  和  $y$  方向上不定地重复出现, 且横向不均匀性的最小波长必须大于 Nyquist 波长。通过使用二维 FFT 会有效地获得空间域与波数域之间的转换。

对(4)式作水平面上的二维付氏变换, 变换后得:

$$\left. \begin{aligned} e_x^+ &= e_x^- + \Delta Z [ -j\omega\mu h_y^- - \tilde{\rho}_{xx} \times (k_x k_y h_x^- - k_x^2 h_y^-) ] \\ e_y^+ &= e_y^- + \Delta Z [ j\omega\mu h_x^- - \tilde{\rho}_{zz} \times (k_y^2 h_x^- - k_x k_y h_y^-) ] \\ h_x^+ &= h_x^- + \Delta Z [ -(\tilde{\sigma}_{xx} \times e_x^- + \tilde{\sigma}_{yy} \times e_y^-) - (k_x k_y e_x^- - k_x^2 e_y^-) / (j\omega\mu) ] \\ h_y^+ &= h_y^- + \Delta Z [ (\tilde{\sigma}_{xx} \times e_x^- + \tilde{\sigma}_{yy} \times e_y^-) - (k_y^2 e_x^- - k_x k_y e_y^-) / (j\omega\mu) ] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

使用类似于付氏分析的方法, 首先找出问题所有可能的解(一个有限的集合, 因为我们局限于一套有限的波数), 然后施加源和在地表的边界条件。这些边界条件把所有可能解的

集合综合到一个单一解中,它同时满足 Maxwell 方程组和各处边界条件。

现在来确定所有可能解的集合。用  $H_{SB}$  表示多个不均匀层的剖面底面上的磁场,它完全是用一个带有指数项  $\exp(jK_x x + jK_y y)$  的有限项付氏级数来表达的。这个不均匀的导电结构为表面的场给出了一个波数结构。用  $(K'_x, K'_y)$  表示原来对开始的场所选的波数结构,而用  $(K_x, K_y)$  表示总的波数结构。

可以得出在地球表面的场由下式给出:

$$\begin{aligned}\vec{E}_z^- &= \sum_{K'_x} \sum_{K'_y} A(K'_x, K'_y) \vec{E}_z(K_x, K_y, K'_x, K'_y) \\ \vec{H}_z^- &= \sum_{K'_x} \sum_{K'_y} A(K'_x, K'_y) \vec{H}_z(K_x, K_y, K'_x, K'_y)\end{aligned}\quad (6)$$

式中  $\vec{E}_z(K_x, K_y, K'_x, K'_y)$  和  $\vec{H}_z(K_x, K_y, K'_x, K'_y)$  是对每一个起始波数对  $(K'_x, K'_y)$  所计算出来的场。

利用地表的边值关系

$$Y_{aw} \vec{E}_z^- - \vec{H}_z^- = \hat{i}_z \times \vec{J}$$

(式中  $Y_{aw}$  为空气中导纳,  $\vec{J}$  为电流密度), 对未知系数  $A(K'_x, K'_y)$  得到线性方程组:

$$\sum_{K'_x} \sum_{K'_y} A(K'_x, K'_y) \sum_{K_x} \sum_{K_y} [(Y_{aw}(K_x, K_y) \cdot \vec{E}_z(K_x, K_y, K'_x, K'_y) - \vec{H}_z(K_x, K_y, K'_x, K'_y))] = \hat{i}_z \times \vec{J}\quad (7)$$

解出  $A(K'_x, K'_y)$ , 把结果代回(6)式, 就得出了地表的电磁场值, 进而计算出视电阻率值。

### 3 模型

根据大地电磁测深的理论和方法, 除去观测系统故障、观测点附近的电磁干扰以及场源的非均匀效应影响外, 大地电磁测深视电阻率曲线值应当是观测场区介质电性结构的函数, 当介质电性结构受到孕震过程影响或测点环境条件影响随时间变化时, 视电阻率曲线亦将产生相应的改变。上面提到的薄层近似理论和方法适合于讨论三维介质问题, 因此可以处理带有横向不均匀性结构的静态问题和动态问题, 后者将可以在讨论定点复测大地电磁测深问题中加以应用。

笔者在进行此项工作中选用了三个理论模型和一个实际模型进行计算与讨论。这里仅以其中的实际模型为例给出计算结果并进行讨论。

在甘肃省河西地区及毗邻的青海北部地区曾经开展过较大面积的多点电磁测深的工作<sup>[7,8,9,10]</sup>, 参考其中六个测点的一维反演结果, 并根据其它有关资料, 笔者综合成了一个区域性的三维电性结构。如图1所示。在所采用的六个测点中, 青海俄博和甘肃霍城两个测点都曾经进行过大地电磁测深的定点复测工作, 笔者试图在综合的三维电性结构下, 应用前述薄层近似方法, 通过正演问题的计算, 对上述两个测点的复测资料对比中的视电阻率的变化进行数值模拟。在模型中 NW—SE 方向为 X 方向, NE—SW 方向为 Y 方向。由于两个测点复测时间间隔不同, 该模型计算中所取的深部介质电阻率变化量级各不同, 在计算俄博测点的结果时, 是将非均匀区下方水平层状介质第五层电阻率从  $2600\Omega \cdot m$  改变为  $3000\Omega \cdot m$ 。而计算霍城测点结果时, 则将其从  $2600\Omega \cdot m$  改变为  $1100\Omega \cdot m$ 。

### 4 计算结果及讨论

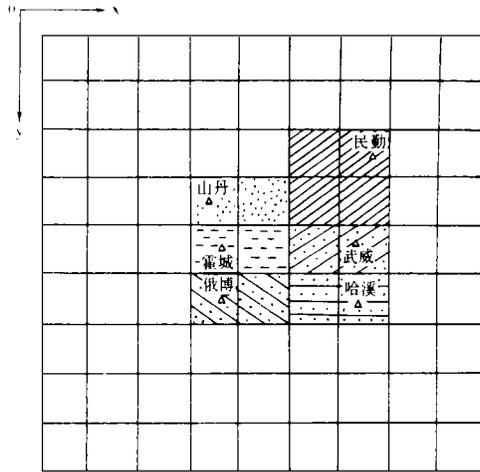
对上述模型, 按照目前大地电磁测深资料处理常规方法的要求, 计算了九个物理量。它

们分别是：两个正交方位上的视电阻率和分别对应的位相，主轴方位角、偏离度、椭率、一维模型视电阻率和相应的位相。限于篇幅的限制，模型的结果用测点视电阻率曲线的形式给出。

与模型相关的模拟青海俄博和甘肃霍城两个定点复测的计算结果示于图2和4中，其中包含了  $\rho_{xy}$  和  $\rho_{yx}$  两条曲线。为了对比，在每个图的下部还分别给出了上述两个测点的实测曲线，见图3和5，其中虚线为第一次实测结果，实线为第二次实测结果；与之相对应的计算结果则分别是两个测点标记为(I)及(II)的曲线。

从对比的结果来看，俄博测点的模拟结果较好，尤其是其中的  $\rho_{xy}$  曲线。该测点在1985年8月到1986年9月两次复测之间  $\rho_{xy}$  曲线在周期为数十秒到数百秒范围内所记录到的视电阻率上升(正异常)现象，其间1986年8月26日曾于附近数十公里处的青海门源发生6.4级地震。这个正异常与考虑在测区深部介质电阻率上升的模拟计算结果相符。

霍城测点的模拟结果，对两次复测之间变化的模拟计算，不如俄博测点好，这可能由多方面原因所造成，特别是人为选定的深部介质电阻率变化的部位和量级不合适，很可能是其中最主要的原因。尽管如此，对霍城测点的模拟结果有下述两方面似乎值得一提。首先霍城测点  $\rho_{xy}$  和  $\rho_{yx}$  两条曲线(以图4中的(I)曲线为例)总的形态的数值模拟结果，与实测结果相近，尤其是实测  $\rho_{xy}$  与  $\rho_{yx}$  所显示的明显差异性在模拟中得到了较好的证实。在一维反演中，各测点下方的介质电性剖面仅依赖于一条测线的结果进行的，例如建立模型时所用的霍城测点的一维剖面是采用  $\rho_{xy}$  曲线作出的。显然在这个一维剖面上是无法得出另一条曲线的结果。而依据多个测点的一维反演剖面结果，综合给出了较大范围的三维介质模型。并通过相应的数值计算，即能将该测点  $\rho_{xy}$  和  $\rho_{yx}$  曲线的差异性较好的



969 $\Omega \cdot m$			4 km
1356			11
951			4
2018			3
2014			14
10			2.5
2000			11.5
2600			40
2600			15
18			10
420			17
100			

非均匀区电阻率( $\Omega \cdot m$ ):

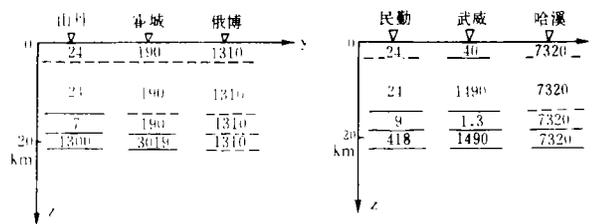


图1 实际模型(块体尺寸为45km x 45km)

Fig. 1 The model in practice.

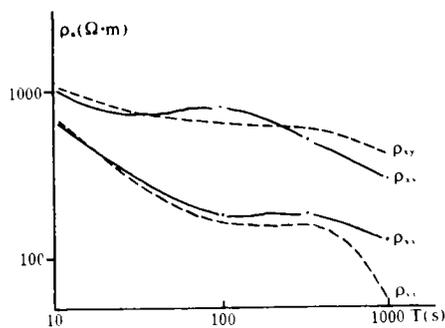


图2 俄博测点 ρₐ-T 曲线

Fig. 2 The curve of ρₐ-T in Ebo observing site.

加以模拟,在一定程度上反应了本文思路和方法的正确性以及在实际问题的研究中考虑实际横向不均匀结构的必要性。第二,从霍城测点的数值模拟结果来看,ρ<sub>xy</sub>和ρ<sub>yx</sub>的差异性虽然被较好地得到模拟证实,但ρ<sub>xy</sub>的模拟结果与实测结果相符程度较差。从图4可见,这主要表现在ρ<sub>xy</sub>-T曲线的极大值点向长周期方向的平移(但ρ<sub>xy</sub>-T曲线处于一平均值附近波动,这个整体特征还是清楚地得到了证实)。这说明所建立的三维介质结构参数还应该做某些适当的调整。尽管如此,从考虑深部介质电性变化前后的两个模拟结果的对比来看,在考虑深部介质电性变化后,ρ<sub>xy</sub>曲线极大值点附近曲线呈现下降现象,这一点与实际复测结果还是一致的

的,也许是由于同样的原因,下降部分所处的周期范围也比实测结果向长周期方向移动。

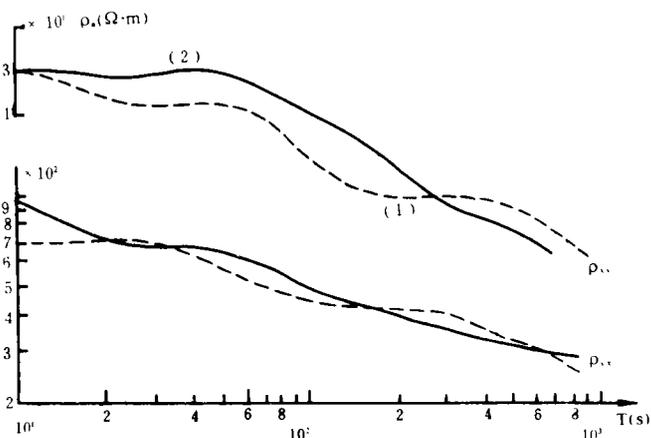


图3 俄博测点重复测量结果

(1)1985年8月; (2)1986年9月

Fig. 3 Results of repeated observation in

Ebo observing site.

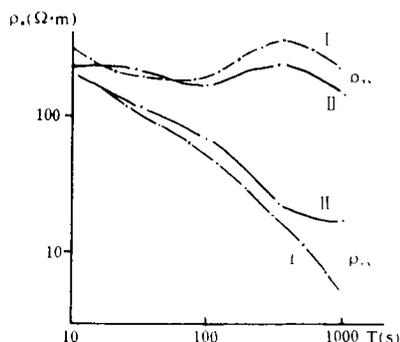


图4 霍城测点 ρₐ-T 曲线

Fig. 4 The curve of ρₐ-T in Huocheng observing site.

总的来看,以薄层近似处理三维问题的方法对模型的计算,是对于于地震预报的大地电磁测深方法定点复

测资料的解释及其在孕震过程实际研究中应用的一次有益的尝试。当然,这项研究无论在理论上还是实际观测中都还有许多环节需要深入探讨,以求进一步发展和完善。从模型的研究可以看出,第一,由于实际观测对象是复杂的,介质的横向不均匀问题必须得到足够的重视和认真的处理,这是不言而喻的。第二,为了正确地定点复测中提取前兆信息,必须首先确定一个较大范围内的具体的电性结构,这当然依赖于三维问题的反演方法的发展和完善。但在当前三维问题反演方法尚不成熟的情况下,必须考虑多点的大地电磁测深资料的综合分析,并应用薄层近似的正演方法试算以尽可能给出一个相对准确的大范围电性结构。并在此

基础上重复应用薄层近似方法(或其它三维方法)从正演拟合的角度对定点复测资料给予解释。也就是说,必须将定点复测的工作与面上非定点复测的流动大地电磁测深工作以及三维方法正演数值模拟的理论计算相结合。第三,实际上,地球物理问题中反演方法的发展,总是依赖于正演问题理论研究的完善,三维反演方法当然更不例外,在这一点上说,薄层近似处理三维正演问题的方法和其它方法,如有限元方法、边界元方法等一样,应当是向这个方向迈进的第一步。研究进一步减小误差,改善精度以及提高计算速度,是今后该方法进一步研究中需要深入探索和改进的重要环节。

最后,顺便说明关于应用本文的计算程序所得到的计算结果的误差。这个问题比较复杂。作者取了一个一维水平层状介质模型,分别用一维计算程序和薄层近似的计算程序进行了对比计算,两者结果有很好的一致性,求取的视电阻率之值最大差异在个分位上。它似乎说明,用薄层近似计算程序所得的结果有较高的精度。当然这个结果并不一定能够代表该程序在计算一般三维模型时的实际精度。对于一般三维介质模型,其实际计算精度的估计应该能象文献(6)那样,最好采用两种以上不同的数值计算方法,例如辅以边界元法或有限元法,将同一模型下的结果进行对比,才能给出比较切实的结果。由于作者的时间有限,同时边界元法和有限元方法处理三维问题本身就是一个相当复杂的研究课题,本文未能进行这方面的研究。在这种情况下,上述关于一维介质的两种方法计算结果对于估计按该方法编制的程序的计算精度也许有一定的参考价值。

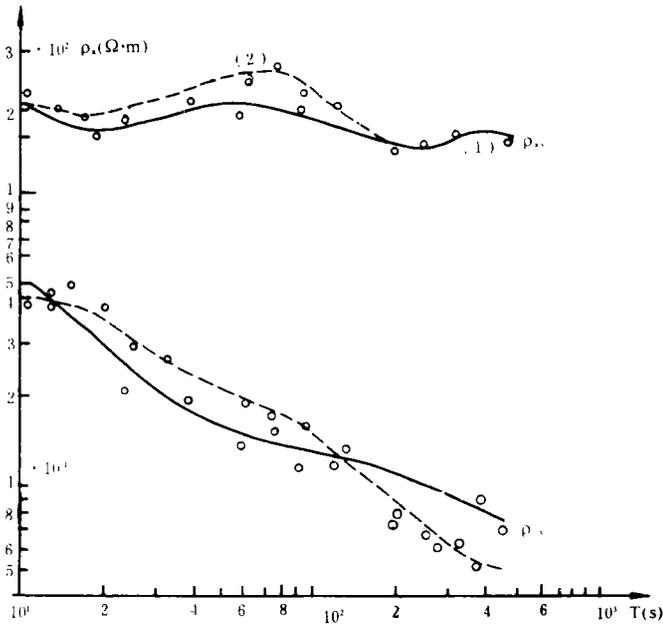


图5 霍城测点重复测量主轴方向视电阻率曲线  
(1)1986年7月; (2)1986年5月

Fig. 5 Apparent resistivity curves in direction of main axis in repeated observing results of Huocheng site.

## 5 结论

(1)在复杂介质结构上的大地电磁测深观测与研究中,由于横向不均匀性的影响,必须引入三维问题的资料处理方法。在这方面,薄层近似方法是一个具有较广阔前景的方法之一。笔者应用该方法于一系列理论和实际的模型研究表明,它不仅能在关于介质电性结构的大地电磁测深静态问题中得到应用,而且还能在不同构造条件下大地电磁测深的定点复测,即探索与孕震过程有关的介质电性结构的微动态研究中得到应用,成为从定点复测资料中

识别介质电性变化中非震变化与提取前兆信息的重要理论工具。

(2)对大地电磁测深定点复测实际资料的三维问题数值模拟研究表明,一个较大范围的三维电性结构模型是定点复测资料解释的基础,而三维电性结构模型的建立,依赖于地面上有多点大地电磁测深资料,同时也依赖于正演三维问题的拟合研究结果。因此,将地面上流动的大地电磁测深工作,定点复测工作以及三维问题的资料处理工作三者有机的结合,是当前推进用于地震预报的大地电磁测深工作发展,并使其在孕震过程的研究中发挥作用的重要途径。在这方面,本文应用薄层近似法处理实际的三维结构问题的结果是这方面工作的有益的尝试,具有一定的示范性意义。

### 参考文献

- 1 Keller G V, et al. Geological survey investigation of the electrical property of the crust and upper mantle. *Geophysics*, 1966, 31(6): 1078—1087
- 2 Feldman, I S. On the nature of conductive layers in the earth's crust and upper mantle. *Geoelectric and Geothermal Studies*. Budapest; In Adam(Editor), Akademiai Kiado, 1976. 721—730
- 3 Hermance J F. Lateral variations in the electrical conductivity of the asthenosphere. *IAVEL abstracts and timetable*, IUGG. 1979
- 4 Beblo M, Bjornsson A. Magnetotelluric investigation of the lower crust and upper beneath Iceland. *Journal Geophysics*, 1978, 45: 1—46
- 5 Madden. Lower Crustal Effects on Magnetotelluric Interpretations or Pulling the Mantle up by Its Bootstraps Presented at Workshop on Research in Magnetotellurics; Implications of Electrical Interpretation for Geothermal Exploration, 1980
- 6 钱家栋, 赵和云, 张文孝. 水平层状介质视电阻率的高精度计算公式及其误差分析. *西北地震学报*, 1986, 8(2)
- 7 张云琳, 司玉兰, 郭守年, 安静海. 用大地电磁测深法来监测地壳电性随时间变化的初步研究. *西北地震学报*, 1987, 9(1): 54—61
- 8 张云琳, 司玉兰, 郭守年, 安静海. 震源深度范围内视电阻率随时间变化的观测试验及其与地震活动的关系. *地震学报*, 1988, 11(1): 98—104
- 9 国家地震局兰州地震研究所大地电磁测深组. 与地震有关的地壳深部的电性变化. *大地电磁探测*. 北京: 地震出版社, 1981
- 10 钱家栋, 陈有发, 金安忠. 地电阻率法在地震预报中的应用. 北京: 地震出版社, 1985

APPLICATION OF THE METHOD OF THIN LAYER APPROXIMATION IN 3-D  
MT SURVEY ON THE STUDY OF EARTHQUAKE PREDICTION

Feng Xiaojuan

(Xi'an University of Science and Technology on Architecture, Xi'an 710054)

**Abstract**

This paper deals with the application of the thin layer approximation in 3-D MT presented by S. Park, in the interpretation of the repeated measurements in fixed MT points in the boundary area between Gansu and Qinghai Provinces. The results reveal the good prospect of applying the thin layer approximation in MT measurements in the condition of complex structure. The program made on the basis of the theoretical aspect of the approximation with high accuracy is applicable.

**Subject words:** Three-dimensional model, Numerical simulation, Telluric electromagnetic sounding, Hexi corridor seismotectonic zone

---

(上接第14页)

STUDY ON FRACTAL MECHANISM OF FRACTURES  
IN JOINT ROCK MASS

Yang Taihua

(Tongji University, Shanghai 200092)

**Abstract**

This paper established tracing cracking fractal model by combining with the principle of fracture mechanics of rock mass and based on analyzing the fracture mechanics features of rock mass, probed into the fractal effect of the fracture toughness of discontinuous rock mass, and verified the model through press-shear test.

**Subject words:** Rock mass deformation, Fracture evolution, Fractal dimension, Model simulation