

一个能产生分形结构的 地震活动性模型*

陈 颢

(国家地震局)

季 颖

(国家地震局分析预报中心)

摘 要

本文提出了一个模拟地震活动性的层次结构模型, 它所产生的地震活动性是分形的。根据该模型本文导出了 Gutenberg-Richter 统计关系式, 并建立了分维数 D 与 b 值间的定量关系。同时还导出了不同震级地震间的平均震中距公式, 该公式表明分形几何学在地震预报中有实际应用价值。

关键词: 分形; 地震模型; b 值; 平均震中距

取一群地震为一集合, 分析该集合的统计特征是地震活动性研究的主要任务。在这方面最成功的例子就是地震发生频度 N 与震级 m 之间的统计关系, 即 Gutenberg-Richter (以下简称为 G-R) 关系式^[1]:

$$\log N = a - bm \quad (1)$$

式中 a 、 b 是常数, 取对数以 10 为底; N 是这群地震中单位时间内震级大于 m 的地震数目。G-R 关系式对世界大多数地区的地震都是适用的。

金森博雄和 Anderson (1975)^[2]给出

$$\log M = cm + d,$$

$$M = \alpha r^3.$$

式中 M 为地震矩, r 为震源破裂区的等效半径, c 、 d 和 α 都是常数。将上述两式代入 (1) 式, 得

$$N(>r) = Ar^{-D} \quad (2)$$

其中常数 A 、 D 分别为:

$$A = 10^{(a + \frac{bd}{c} - \frac{b}{c} \log \alpha)},$$

$$D = \frac{3b}{c}.$$

(2) 式是分形几何学中最常见的公式, 它表明一群地震中, 破裂等效半径大于 r 的地震数目 $N(>r)$ 与破裂等效半径 r 之间存在着幂指数关系。即从破裂尺度角度来看, 这一群地震遵循着分形的统计规律。在 G-R 关系式背面, 存在着这样一个普适性的分形规律,

* 国家自然科学基金会资助项目

其原因何在? 本文根据岩石圈具有层次结构这一基本假定 (Keilis-Borok, 1988) [3], 提出一个产生地震的简单模型, 说明地震的分形分布是如何产生的, 进而讨论分形特征在预报中的应用。

一、层次模型

岩石圈具有层次结构 (hierarchy), 它可以分成许多块体, 大的块体是板块, 而板块又可以分成一些更小的块体。一层套一层, 形成层次结构。仿照 Turcotte (1993) [4] 的作法, 我们考虑一个二维的层次模型。假定岩石圈厚度为单位 1, 我们研究一个水平方向的边长为 r_0 的正方形块体。把其取作 0 级块体, 假定这样的 0 级块体共有 N_0 个。块体的破裂就相当于地震的发生。0 级块体破裂, 产生 4 个 1 级正方形块体, 每个 1 级块体的边长 $r_1 = r_0 / 2$ 的正方形。我们把 0 级块体破裂产生 4 个 1 级块体的概率记为 p , 显然, 经过破裂产生的 1 级块体数目 N_1 为

$$N_1 = 4N_0 P \quad .$$

而没有发生破裂的 0 级块体数目为

$$N_{ou} = N_0(1 - p) \quad .$$

假定生成的 1 级块体又经破裂生成 4 个 2 级正方形块体, 其边长 $r_2 = r_0 / 2^2$ 。这种破裂过程可以一直继续下去 (图 1), 即 n 级块体破裂生成 4 个 $n+1$ 级块体。可以容易地导出, 第 n 级正方形块体的边长为

$$r_n = r_0 / 2^n \quad , \quad (3)$$

其数目为

$$N_n = (4p)^n N_0 \quad . \quad (4)$$

从 (3) 式和 (4) 式中消去 n , 得

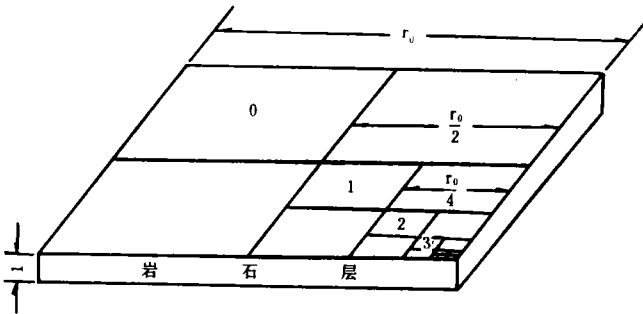


图 1 用来模拟地震活动性的层次 (hierarchy) 模型

Fig.1 A hierarchy model of simulating seismicity

$$\frac{N_n}{N_0} = \left(\frac{r_n}{r_0}\right)^{-\log(4p)/\log 2} \quad (5)$$

将 (5) 式与 (2) 式对比, 可以看出, (5) 式是分形分布的公式, 它表明破裂的集合具有分形结构, 其分维数 D 值为

$$D = \log(4p) / \log 2 \quad (6)$$

每一级块体的破裂, 相当于发生一定震级的一次地震。上面的模型给出了地震的分形分布, 而且将破裂概率 p 与分维数 D 联系了起来。因为破裂概率的取值是: $1/4 < p < 1$, 这相当于 D 的取值范围为 $0 < D < 2$ 。

二、G-R 关系

记 i 级块体破裂产生的地震的地震波能量为 E_i , 震级为 m_i , 下面通过研究不同级别块体产生的地震震级 m 间的关系来导出 G-R 关系。

Pacheco 等 (1992) [5] 最近指出, 小地震可以在长度和深度两个方向不受限制地扩展, 而大地震尽管在长度方向不受限制, 但在向深度方向扩展时受到孕震层厚度的限制。小地震的地震矩张量标度为 L^3 , 大地震则为 L^2 。因此, 小地震适合用 3 维模型来模拟, 大地震则适合用 2 维模型模拟。不失一般性, 可以假定地震波能量 E 与震源尺度 r 之间关系为

$$E \sim r^{2.5} \quad (7)$$

实际上, r 的取值只要在 2 与 3 之间, 对于计算结果的性质没有很大的影响, 地震波能量 E 与地震震级 m 之间关系为

$$\log E = 1.5m + 11.8 \quad (8)$$

根据公式 (3)、(4)、(7) 和 (8), 可以把各级块体破裂造成地震的有关参数写出, 如表 1 所示。

表 1 层次模型中不同级别块体破裂参数

块体 级别	破裂块体数目 公式 (4)	破裂块体尺度 公式 (3)	能量公式 (7)	相当的震级公式 (8)
0 级块体	$N_0 p$	r_0	E_0	M_0
1 级块体	$N_0 p (4p)$	$r_1 = r_0 / 2$	$E_1 = E_0 / 2^{2.5}$	$M_1 = M_0 - 0.5$
2 级块体	$N_0 p (4p)^2$	$r_2 = r_0 / 2^2$	$E_2 = E_0 / 2^{2 \times 2.5}$	$M_2 = M_0 - 2 \times 0.5$
n 级块体	$N_0 p (4p)^n$	$r_n = r_0 / 2^n$	$E_n = E_0 / 2^{n \times 2.5}$	$M_n = M_0 - n \times 0.5$

将 $\log N$ 与 m 的关系画出来, 如图 2 所示。从图 2 可见两者间存在着线性关系: $\log N = a - bm$, 该直线的斜率就是 G-R 关系中的 b 值, 显然

$$b = 2 \log(4p) \quad (9)$$

对比 (6) 式和 (9) 式, 可得

$$D = \frac{b}{2 \log 2} \approx 1.6b \quad (10)$$

从 (10) 式可以看出, 应用层次模型, 无须作另外的假定, 即可得出分维数 D 与 b 值的关系。值得指出的是, 公式 (10) 与许多文献上提出的 $D=2b$ 公式并不矛盾。一方面, 我们这里的模型是个近似的重整化模型, 对于模型的不同参数, D 与 b 值的关系也会有变化。表 2 给出了二种参数不同层次模型的 D 与 b 值关系的结果。另一方面, 许多文献中在推导 $D=2b$ 关系的过程中, 要用到许多的假定, 这些假定往往也都是在一定近似条件下才成立的。值得指出的是, 尽管 D 与 b 值之间存在着简单的关系, 表明了两个参数间的联系, 但它们究竟是从不同角度描述自然现象的两个不同的参数。把它们完全等同起来是缺乏根据的。

表 2 另外二种层次模型中 D 与 b 值的关系

模型	n 级块体生成 $n+1$ 级块体的数目	D	b	D 和 b 的关系
2 维模型	3^2	$\frac{\log(9p)}{\log 3}$	$\frac{2\log(9p)}{1.26}$	$D=2.1b$
3 维模型	2^3	$\frac{\log(8p)}{\log 2}$	$\frac{2\log(8p)}{1.2}$	$D=2.0b$

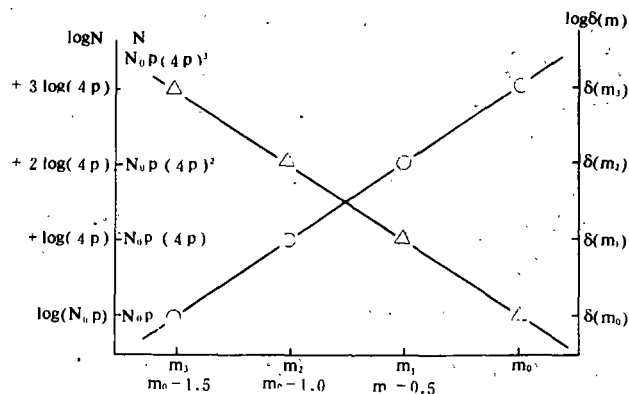


图 2 层次模型产生的地震震级与地震次数的关系 (左图)
及平均震中距与震级的关系 (右图)

Fig.2 Relation between magnitude and earthquake number,
and relation between average epicenter distance and
magnitude by using the hierarchy model

三、平均震中距

作为一种粗略的估计, 可以假定第 n 级块体的破裂在 2 维平面上是随机分布的, 则相应于 n 级破裂的地震震中之间的平均距离应与破裂的 n 级块体的数目成反比: 破裂的 n 级块体越小, 则其平均震中距越大, 反之亦然。即

$$\delta_n N_n = r_0 N_0 = \text{常数}.$$

这里 δ_n 表示 n 级破裂造成的地震的平均震中距。由上式可写出

$$\log \delta_n = \beta - \log N_n$$

β 是一常数。将 G-R 公式代入上式, 得

$$\log \delta(m) = \beta m - A \quad (11)$$

式中 $A = a - \beta$, 为一新的常数。 $\delta(m)$ 表示震级为 m 的地震的平均震中距。(11) 式所表示的关系在图 2 右方以直线表示, 该直线的斜率是 b 。在这里我们看到了 G-R 关系式中 b 值的一种新的意义: 它可以表征不同震级之间的平均震中距。

УЛОМОВ (1993) 统计了中亚及其相邻地震区不同震级地震的震中平均距离, 采用的方法是测量和统计分析准均匀的地震区中选定震级最相近的一对地震震中之间的优势距离。通过统计, 他得到了地震平均震中距 δ 和震级间有以下关系:

$$\log \delta = 0.6M - 1.94 \quad (12)$$

显然, 他的经验统计结果与我们从模型推导出来的结果 (11) 式是一致的。

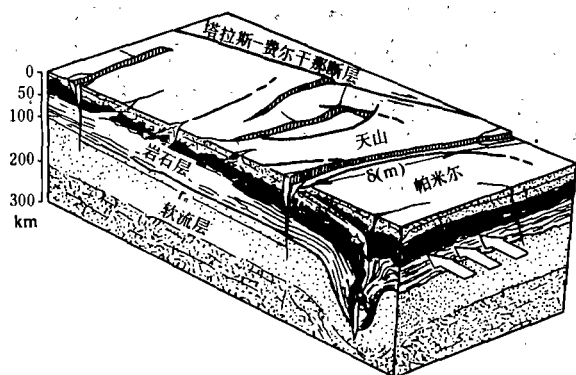


图 3 中亚地区由地质和测探资料, 显示的岩石层的层次结构

Fig.3 Hierarchy structure in Lithosphere of mid-Asia region by УЛОМОВ.

图 3 是 УЛОМОВ (1993) * 在中亚地区所做工作的示意图。根据地质和地壳测探的资料, 他将该地区岩石层的层次结构具体化了。图中给出了一个 0 级块体 (r_0), 在 $r_0/2$, $r_0/4$ 等处可以找到 1 级块体和 2 级块体的迹象。图 3 中标有 $\delta(m)$ 箭头所示的两地, 系为震级为 m 的两次地震的平均距离。倘若我们已知其中一处发生震级为 m 的地震后, 按照公式 (11) 可以寻找与该地震相距为 $\delta(m)$ 处的地方, 那里很可能是潜在的震级为 m 的地震震源区。这表明, 应用分形几何学在预报中有着实际的意义。

致谢: 作者写本文得到了 УЛОМОВ 教授的许多启发, 进行了有益的讨论, 在此致谢。

参考文献

- [1] Gutenberg, B. and Richter, C. F., Seismicity of the Earth and associated phenomenon, 2nd edition, Princeton University Press, Princeton, 1954.
- [2] Kanamori, H. and Anderson, D. L., Theoretical basis of some empirical relation in seismology, Seis.Soc.Am.Bull., 65, 1073-96, 1975.
- [3] Keilis-Borok, V.I., 岩石圈和地震预报中的混沌与自组织, 《分形与分维》(陈颢等编著), 学术期刊出版社, 1988.

* УЛОМОВ, В.И., 张肇诚, 地球动力学与地震预报讲义, 1993.

- [4]Turcotte, D.L., 分形与混沌—在地质学和地球物理学中的应用, 地震出版社, 1993.
- [5]Pacheco, J.F., Scholz, C.H. and Sykes, L., Changes in frequency-size relationship from small to large earthquakes. *Nature*, Vol.355, 2 Jan, 71-73, 1992.

A SEISMICITY MODEL AND ITS FRACTAL BEHAVIOR

Chen Yong

(*State Seismological Bureau, Beijing, China*)

Ji Ying

(*Center for Analysis and Prediction, SSB, Beijing*)

Abstract

A hierarchy model simulating seismicity has been proposed, which can produce fractal characteristics of seismicity, such as Gutenberg-Richter relationship. Quantitative relation between fractal dimension D and b -value is obtained. The average epicenter distance between the earthquakes with magnitude m is derived by using the hierarchy model, which can be used to seek the potential earthquake regions.

Key Words: Fractal; Seismicity Model; b -Value; Average Epicenter Distance