

## 关于计算测距网图形闭合差中误差公式的讨论

### 1. 引言

测距网图形是由中点多边形和大地四边形组成的。现行《大地形变测量规范补充规定》中给出的计算测边网图形闭合差及其限差的公式为：

大地四边形：
$$W = \beta_{13} + \beta_{35} - \beta_{15} ; \quad (1)$$

中点多边形：
$$W = \beta_{13} + \beta_{35} + \dots + \beta_{n-1,1} - 360^\circ ; \quad (2)$$

闭合差限差：
$$m_{限} = 3m_w ; \quad (3)$$

$$m_w = \pm \rho'' \sqrt{\sum (ctg \beta_{i-1,i} + ctg \beta_{i,i+1})^2 \frac{m_i^2}{S_i^2}} \quad (4)$$

在资料处理工作中，我们发现用(4)式计算同一大地四边形闭合差时，若取不同的角，计算结果不一致，有时会出现较大偏差。该式只适用于中点多边形闭合差限差计算，用于大地四边形闭合差计算时还需改进。上述由边长用余弦公式算出角度再计算角度闭合差的方法，可称之为角度闭合法。还可以直接取测距图形中某一观测边长与推算边长之差作为闭合差，称之为边长闭合法。对于大地四边形与中点三角形的闭合差计算，用边长闭合法更简便，且很直观，与角度闭合法计算结果完全一致。

本文给出了用角度闭合法计算大地四边形闭合差中误差的公式及用边长闭合法计算的有关公式，最后用实测资料进行了验证。

### 2. 计算公式

#### (1) 用角度闭合法计算大地四边形闭合差中误差公式

在任一三角形中，根据边长变动与角度变动的关系可得：

$$dA = \frac{da}{a} (ctg B + ctg C) - \frac{db}{b} ctg C - \frac{dc}{c} ctg B \quad (5)$$

设一大地四边形(图1)边长真误差引起角度  $\beta_{13}$ 、 $\beta_{35}$ 、 $\beta_{15}$  的真误差为  $\Delta\beta_{13}$ 、 $\Delta\beta_{35}$ 、 $\Delta\beta_{15}$ ，根据(5)式，用真误差替代微分，并根据协方差传播律整理得：

$$m_w = \pm \rho'' \left\{ (ctg \beta_{61} - ctg \beta_{12})^2 \frac{m_1^2}{S_1^2} + (ctg \beta_{12} + ctg \beta_{23})^2 \frac{m_2^2}{S_2^2} + (ctg \beta_{23} + ctg \beta_{34})^2 \frac{m_3^2}{S_3^2} + (ctg \beta_{34} + ctg \beta_{45})^2 \frac{m_4^2}{S_4^2} + (ctg \beta_{45} - ctg \beta_{56})^2 \frac{m_5^2}{S_5^2} + (ctg \beta_{56} + ctg \beta_{61})^2 \frac{m_6^2}{S_6^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

以上便是用角度闭合法计算大地四边形闭合差中误差的公式。显然(6)式不可能化为(4)式的形式。

#### (2) 用边长闭合法计算大地四边形与中点三角形闭合差及其中误差公式

将大地四边形或中点三角形置于图2所示的坐标系中，用坐标解析法由观测边长(除

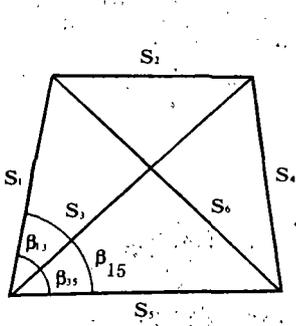
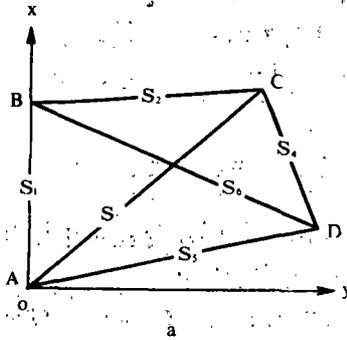


图 1



a

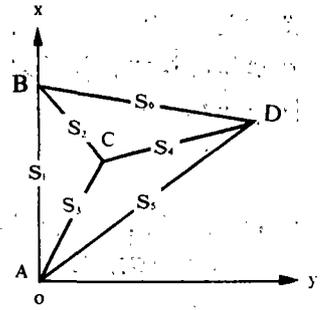


图 2

b

$S_4$  外)推算出 C、D 两点的座标及边长。推算边长与观测边长  $S_4$  之差即为图形闭合差。计算公式为：

$$W = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2} - S_4 \quad (7)$$

式中

$$\begin{cases} x_C = (S_1^2 + S_3^2 - S_2^2) / 2S_1 ; \\ y_C = \sqrt{S_3^2 - X_C^2} ; \\ x_D = (S_1^2 + S_4^2 - S_5^2) / 2S_1 ; \\ y_D = \sqrt{S_4^2 - X_D^2} . \end{cases} \quad (8)$$

再微分(7)式得：

$$dw = \left( \frac{x_D - x_C}{S_4} \right) (dx_D - dx_C) + \left( \frac{y_D - y_C}{S_4} \right) (dy_D - dy_C) - dS_4 \quad (9)$$

将(8)式代入(9)式整理后以真误差替代微分,根据协方差传播律,即可得到用边长闭合法计算大地四边形或中点三角形图形闭合差中误差公式：

$$m_w = \pm \sqrt{\sum (k_i m_i)^2} \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} K_1 &= b_i / (S_1 \cdot S_4) ; \quad b_1 = \Delta y \left\{ \frac{x_D}{y_D} (x_D - s_1) - \frac{x_C}{y_C} (x_C - s_1) \right\} + \Delta x^2 ; \\ b_2 &= \Delta y \cdot s_2 \cdot \frac{x_C}{y_C} - \Delta x \cdot s_2 ; \quad b_3 = -\Delta y \cdot s_3 \cdot \frac{(x_C - s_1)}{y_C} + \Delta x \cdot s_3 ; \\ b_4 &= s_1 \cdot s_4 ; \quad b_5 = \Delta y \cdot s_5 \cdot \frac{(x_D - s_1)}{y_D} - \Delta x \cdot s_5 ; \\ b_6 &= -\Delta y \cdot s_6 \cdot \frac{x_D}{y_D} + \Delta x \cdot s_6 ; \quad \Delta x = x_D - x_C ; \quad \Delta y = y_D - y_C . \end{aligned}$$

### 3. 公式正确性验证

对于图 1 所示的任一大地四边形,可取不同的角分别算得 4 个大小不同的闭合差及其相应的中误差,即除(1)式外,还有

$$W_2 = \beta_{26} + \beta_{61} - \beta_{21} , \quad W_3 = \beta_{43} + \beta_{32} - \beta_{42} , \quad W_4 = \beta_{56} + \beta_{64} - \beta_{54} \quad (11)$$

其相应的中误差记为  $m_{w1}$ 、 $m_{w2}$ 、 $m_{w3}$ 、 $m_{w4}$ 。由于大地四边形的多余观测数为 1, 独立的图形条件只有一个, 因此(1)式和(11)式所列 4 个条件是互为线性相关的, 它们可相互代替(而在实际计算中只需任取其中之一), 所以同一大地四边形的 4 个闭合差与相应的中误差之比应相等, 即

$$\frac{w_1}{m_{w1}} = \frac{w_2}{m_{w2}} = \frac{w_3}{m_{w3}} = \frac{w_4}{m_{w4}} \quad (12)$$

我们可以用(12)式来检验大地四边形图形闭合差及中误差计算公式的正确性。

西安测距网中一大地四边形平面边长为:

- (1)23.8945m ; (2)53.8744m ; (3)44.0418m ; (4)22.6175m ;  
(5)23.1094m ; (6)39.9010m .

测距精度公式为  $\pm(0.3+s \cdot 10^{-6})$ , 其中  $S$  为边长。取不同的角与边, 用不同的方法与公式分别算得 4 组闭合差  $W$ 、中误差  $m_w$  以及比值  $w/m_w$ 。结果列于表 1 中。

表 1

序号	角度闭合法				边长闭合法			
	W(")	用(4)式计算		用(6)式计算		用(7)、(10)式计算		
		$m_w$	$w/m_w$	$m_w$	$w/m_w$	$w_s(\text{mm})$	$m_s$	$w_s/m_s$
1	13.091	$\pm 7.030$	1.86	$\pm 5.307$	2.47	1.361	$\pm 0.552$	2.47
2	23.951	$\pm 11.763$	2.04	$\pm 9.710$	2.47	2.271	$\pm 0.921$	2.47
3	39.108	$\pm 14.523$	2.69	$\pm 15.854$	2.47	3.639	$\pm 1.475$	2.47
4	49.967	$\pm 22.443$	2.23	$\pm 20.257$	2.47	5.025	$\pm 2.038$	2.47

从表 1 中可以看出, 用(4)式对同一大地四边形取不同的角度计算得出的  $w/m_w$  值相差很大, 不满足(12)式。而用(6)式、(7)式与(10)式, 取不同的角或边, 计算得出的  $w/m_w$  或  $w_s/m_s$  值完全一致。另外, 用角度闭合法计算的闭合差数值较大, 且不直观, 而用边长闭合法计算则很直观。

#### 4. 小结

用现行《大地形变测量规范补充规定》中的公式计算大地四边形闭合差限差, 可能出现较大偏差, 建议采用本文提出的(6)式计算。

用边长闭合法计算测距网图形闭合差量值很直观, 且与用角度闭合法计算的结果完全一致。建议选用边长闭合法计算大地四边形与中点三边形图形闭合差及中误差。

(本文 1991 年 8 月 6 日收到)

(国家地震局第二形变监测中心 江在森 祝意青)

#### 参考文献

- (1) 武汉测绘学院大地系地震教研组, 大地形变测量学(下册), 1982.  
(2) 江在森, 水平形变资料系统误差分析, 西北地震学报, Vol. 10, 增刊, 1989.

(下转 106 页)

- ry mechanisms, *Rev. of Geophysics and Spacephysics*, 19, 247—270, 1981.
- [3] Chen, L. and W. Zhao (eds), *The 1976 Longling Earthquake*, Seismological Press, 1979.
- [4] Deshpande, B. G., *Earthquakes, Animals and Man*, Indian National Science Academy, 1987.
- [5] Institute of Biophysics, Academia Sinica, *Animals and Earthquakes*, Seismological Press, 1977.
- [6] Jiang, J., Animal abnormal behavior is an earthquake short-term precursor, *Acta Seismologica Sinica*, 2, 304—313, 1980.
- [7] Jiang, J., A study of the relation between acoustic emission and animal unusual behavior prior to earthquakes, *Acta Seismologica Sinica*, 3, 429—439, 1981.
- [8] Rikitake, T., *Earthquake Prediction*, Elsevier, 1976.

## 地震前动物异常行为的协同效应

吴忠良

(国家地震局地球物理研究所)

### 摘 要

本文研究了动物群体中乃至一个特定地区的整个生态系统中动物个体之间的相互作用,讨论了地震前动物异常行为的协同效应。在最简单的情况下,描述这种协同效应的方程具有生态学中的种群动力学方程的形式。作为这种协同效应的一个结果,地震前动物异常起数的平均值具有指数增长的形式,这与实际资料是相符的。用外界环境变化和动物群体对外界刺激反应两个因素作为控制参量的简单的非线性模型,可以定性地解释震前动物异常行为的复杂性。因此,在用动物异常进行临震预报时,必须考虑动物群体的作用及由协同效应导致的复杂性。

关键词:动物异常行为 地震 协同效应

(上接96页)

## DISCUSSION ON THE FORMULA OF MEAN SQUARE ERROR OF MOSCLOSURES FOR TRILATERATION NETWORKS

Jiang Zaisen, Zhu Yiqing

(Second Crustal Deformation Monitoring Center, SSB, Xi'an, China)