

“光弹性双轴应变计”在地应力 测量中应用的可行性研究

高德禄 郭世凤 李淑恭 陈葛天 邵进

(国家地震局地壳应力研究所)

摘 要

本文介绍了光弹性双轴应变计的原理、测量仪器和测量方法,并指出应变计中观测的最优点位置只与应变计材料的泊松比有关,最优点定位在给定的公差 $\pm 0.25\text{mm}$ 范围以内时,主应力差的可能误差为 $\pm 4\%$ 。通过实验给出了该应变计的图象。

前 言

目前,原地应力测量方法主要有应力补偿法、解除法和水压致裂法,而光弹性双轴应变计测量方法属于应力解除法,早在60年代许多研究工作者就提倡并使用这种方法进行原地应力测量^[1~4]。1965年Hawkes等详细地描述了这种简便而经济的技术,并列举了实测的例子^[1]。1967年Hawkes又对该技术进行了理论上的论述以及测量精度、灵敏度等的研究^[2]。

笔者在前人研究的基础上,主要对如何提高光弹性双轴应变计的灵敏度进行了实验研究。在改进了应变计的材料之后,使灵敏度提高了一倍,为开展大面积多点原地应力测量提供了可靠的方法。

一、光弹性双轴应变计简介

光弹性双轴应变计是一个带中心孔(B)的双折射塑料圆盘(A)。圆盘背面有反光层(C),中心部分还加涂一层塑料薄膜。圆盘外周界环带(E)没有反光层,这使它能粘贴在物体上。应力计有一定的尺寸和厚度,但最常用的是直径5cm的,能与标准的NX和TNX取芯钻头配合使用(图1a)。

把应变计粘贴在物体上,物体受力后产生的应变就传递到圆盘的未粘贴的中心部分,并在圆盘的中心孔产生集中,用偏振光观察即可看到对称的彩色或黑色干涉图象。图1b为观测镜的示意图。

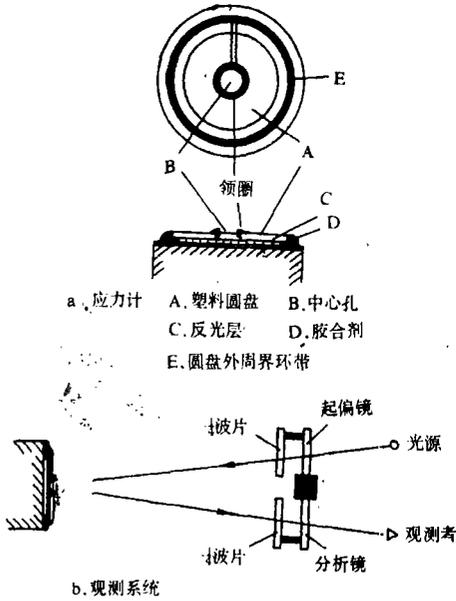


图1 光弹性双轴应变计及观测系统
Fig.1 Photoelastic biaxial strain gauge and the measuring system

二、光弹性双轴应变计的原理

1. 基本方程

设有一个受双轴应力作用各向同性体，在它表面上粘着一个环状圆盘（图2）。直角坐标x轴、y轴方向分别为 σ_2 和 σ_1 方向。

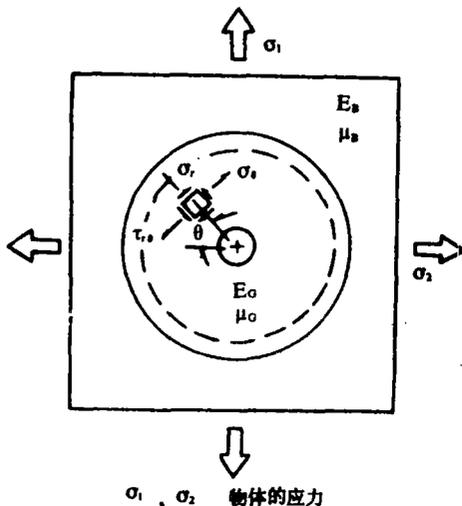


图2 沿圆周粘贴在一物体上的环形圆盘内的应力和应变
Fig.2 Stress and strain in an annular disk bonded around its periphery to a body

作用于表平面的主应力 σ_1 和 σ_2 引起主应变 ϵ_1 和 ϵ_2 ：

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E_B} (\sigma_1 - \mu_B \sigma_2) \quad (1)$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{E_B} (\sigma_2 - \mu_B \sigma_1) \quad (2)$$

式中的 E_B 和 μ_B 为物体的杨氏模量和泊松比，物体中的应变比值C定义为：

$$C = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = \frac{(\sigma_2 - \mu_B \sigma_1)}{(\sigma_1 - \mu_B \sigma_2)} \quad (3)$$

当应力比从单轴应力变到静水压应力时，C从 $-\mu_B$ 变到1。

应变 ϵ_1 和 ϵ_2 将通过粘合剂环带传到圆盘中，在其中引起应力 σ_x 和 σ_y （圆盘为实心的情况），从而产生应变 ϵ'_1 和 ϵ'_2 。

$$\sigma_x = \frac{E_G}{(1 - \mu_G^2)} (\epsilon_2 + \mu_G \epsilon_1) = \frac{E_G \epsilon_1}{(1 - \mu_G^2)} (C + \mu_G) \quad (4)$$

$$\sigma_y = \frac{E_G}{(1 - \mu_G^2)} (\epsilon_1 + \mu_G \epsilon_2) = \frac{E_G \epsilon_1}{(1 - \mu_G^2)} (1 + \mu_G C) \quad (5)$$

式中 E_0 和 μ_0 分别为应变计材料的杨氏模量和泊松比。 $\varepsilon_1' = \varepsilon_1$, $\varepsilon_2' = \varepsilon_2$ 。

由于中心孔的作用,园盘中任一点的应力 σ_x 和 σ_y 将发生应力集中,极坐标中的应力 σ_r 、 σ_θ 和 $\tau_{r\theta}$ 将由下式给出〔5〕:

$$\sigma_r = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \left(1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \quad (6)$$

$$\sigma_\theta = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \quad (7)$$

$$\tau_{r\theta} = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \left(1 + \frac{2a^2}{r^2} - \frac{3a^4}{r^4} \right) \sin 2\theta \quad (8)$$

式中 σ_r 为径向应力分量, σ_θ 为切向应力分量, $\tau_{r\theta}$ 为剪应力, a 为孔的半径, r 为从孔中心量起的径向距离, θ 为极坐标(最小应力轴代表 $\theta = 0^\circ$)。

r 、 θ 点的最大剪切应力 τ_{max} 与双折射(交叉式偏振仪)之间的关系为:

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2} \right)^2 + \tau_{r\theta}^2} = \frac{E_{G_{ax}}}{Z(1 + \mu_0)2tk} \quad (9)$$

其中 n 为等差线条纹级数, λ 为光波长度, k 为园盘材料的应变~光学常数, t 为园盘厚度(公式中的光程长度为 $2t$, 因为反射使光在园盘中通过两次)。

当 $\theta = 0^\circ$ 、 90° 时, 主应力差与双折射之间的关系为:

$$\sigma_\theta - \sigma_r = \frac{E_{G_{ax}}}{(1 + \mu_0)2tk} \quad (10)$$

当对粘贴着应变计的物体施加应力时, 如果双轴应变计的材料性质已经给定, 就能够根据方程(3)~(9)推导出应变计中等差线条纹的整个分布情况了。

2. 等差线条纹图象的分析

主应力差等值线(等差线)的分布对称于 $\theta = 0^\circ$ 和 90° 的两条轴线, 如图6所示。因此, 找出这两个对称方向就可得到主应变方向。

最大主应变方向可由两个各向同性点(零剪应力点)的方位来鉴别, 这两个点随应变比值的增大而向外移动, 最后在园盘的边缘处消失。

3. 最大主应变

为了确定最大主应变的值, 必须在园盘中规定某个最优的点。选择最优点的要求是: 靠近主应力差最大的区域; 在这一点上, 最小主应变的变化应当对主应力差没有影响。

从方程(7)~(9)可知, 园盘中主应力差最大的点在中心孔的边缘, 且在最小主应变轴线上, 即:

$$(\sigma_\theta - \sigma_r)_{max} = 3\sigma_y - \sigma_x$$

图3是聚碳酸脂板材料制成的光弹性双轴应变计(泊松比为0.38)的最小主应变轴线上主应力差与应变比值及N点距离比的关系图。从图中可以看到最小主应变轴上有一个 N_p 点(最优), 其N值为1.83, 这里的主应力差与应变比值无关(N等于该点距园盘中心的距离比中心孔半径)。因此可以直接把最优等差线条纹级数 n 与最大主应变的值联系起来。

即

$$\varepsilon_1 = nf \quad (11)$$

式中 f 为应变计的灵敏系数。

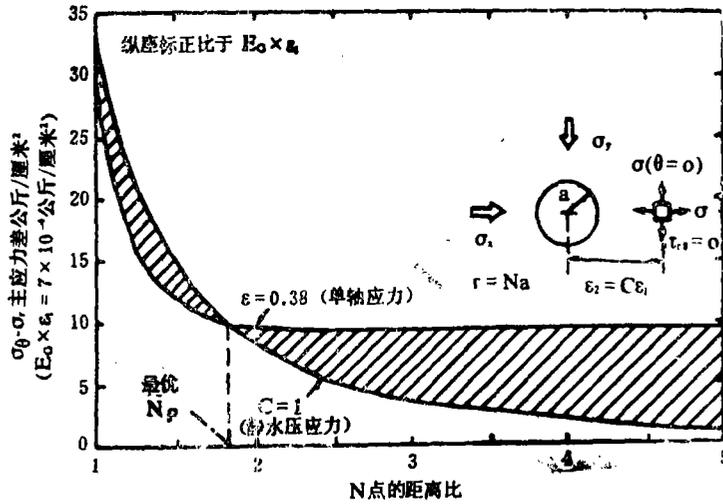


图3 最小主应变轴线上主应力差与应变比值及N点距离比的关系

Fig. 3 Principal-stress difference and strain ratio versus N point distance ratio, along the minor principal strain axis

图4给出了应变计材料泊松比为不同数值时各向同性点间距离与应变比值的关系。利用图4可以求出最小主应变的大小。

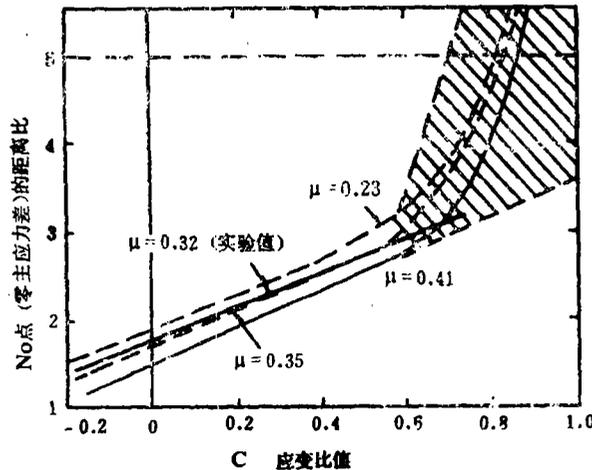


图4 应变计材料泊松比为不同数值时各向同性点间距离与应变比值的关系
Fig. 4 Isotropic-point spacing versus strain ratio for various values of Poisson's ratio of the gauge material

三、光弹性双轴应变计的条纹图象及岩石应力的确定

试验所用的光弹性双轴应变计由聚碳酸脂板制成，外径50mm，内径10mm，厚4mm，在受双向拉力作用的十字架上进行率定，如图5所示。十字架的中央部位一面粘光弹性双轴应变计，另一面粘贴电阻应变片，用静态电阻应变仪观测应变变化。光弹性双轴应变计的条纹值变化，用402型反射式光弹仪进行观察和拍照。

1. 光弹性双轴应变计的条纹图象及灵敏度

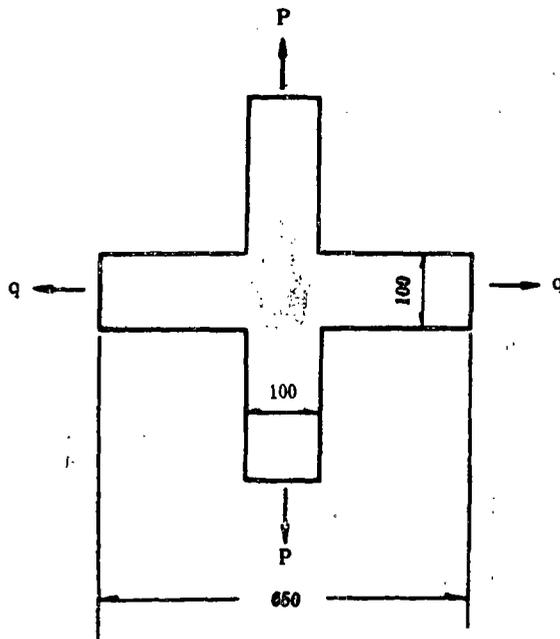


图5 双向率定装置示意图

Fig. 5 Sketch of the installation of biaxial calibration devices

从图6中可以清楚地看到, 图象均具有明显而精确的相互垂直的两条对称轴线。这两条对称轴线即为最大、最小主应变的方向。即使在应变相当低的时候, 主应变的方向仍然很容易确定, 在这种情况下, 应变计中没有明确的图象, 但是闪出茶色—兰色的光, 且在一直径的相反两侧出现两个暗斑点(各向同性点)。连接这两个斑点的线和与之正交的线就是主应变的方向。

光弹性双轴应变计的灵敏度为 $6.54\mu\epsilon$ (比国外产品灵敏度提高一倍)。我们作出了应变计灵敏度与应变比值的关系图, 图中显示应变计的灵敏度与应变成线性关系, 不受主应变比值的影响。

2. 光弹性双轴应变计的精度

最优点的位置只与圆盘材料的泊松比有关。图7表明了当泊松比从0.2变到0.45时, 最优点的变化范围。泊松比低于0.35时, 最优点有两个, 表明应变计条纹图的最小主应变轴线上有两个最优点可供选择。图7还给出了代表精确度的离散带。当应变比值在-0.38到1的范围内变动时, 主应力差的变化不超过其平均值的 $\pm 2.5\%$ 。圆盘材料的 μ 值一般为0.25—0.4, 对于中心孔直径为5 mm的圆盘而言, 最优点的定位精度就必须保持在 $\pm 0.25\text{mm}$ 内。

图8给出了泊松比不同的圆盘中最优点主应力差值, 还给出了当最优点定位偏差在 $\pm 0.25\text{mm}$ 之内时, 主应力差读数的可能的离散度。可以看出, 最优点靠近中心孔边缘时(图线B), 其主应力差值的可能误差大于最优点位置远离中心孔边缘的情形(图线A)。

由于制造应变计的大部分材料的泊松比都大于0.3, 所以一般在定位最优点时仅考虑图线A的范围(图7、8)。图8中图线A的主应力差离散度表示: 若最优点定位在给定的公差范围之内, 主应力差的可能误差为 $\pm 4\%$ 。

3. 由应变值确定岩石应力

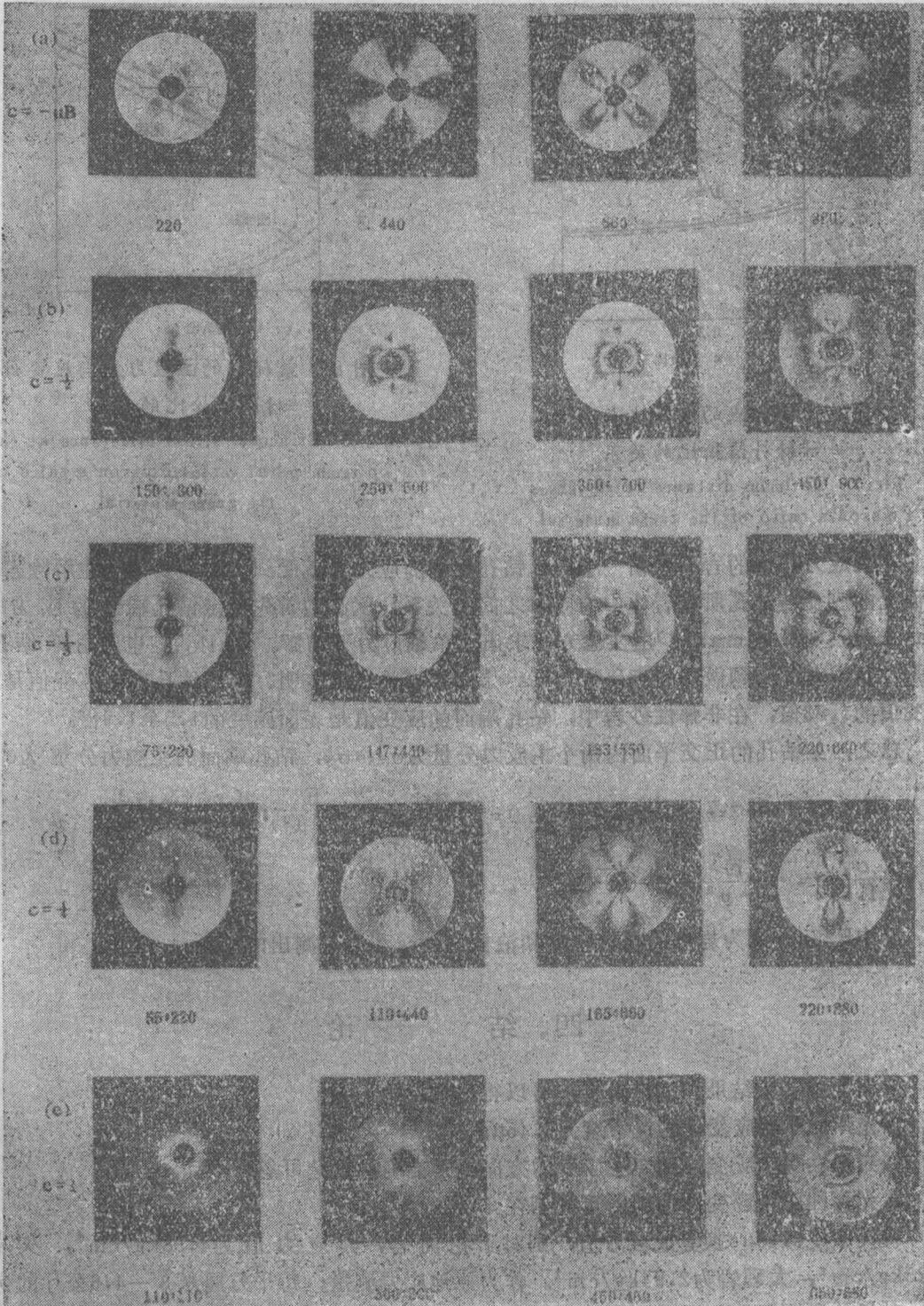


图6 应变比值C分别为 $-\mu_B$ ($\epsilon_2 = 0$)、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 和1时的光弹性双轴应变计的应变条纹图

Fig. 6 Fringe patterns of the photoelastic biaxial gauge for strain ratio, C, of $-\mu_B$ ($\epsilon_2 = 0$), $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, 1 respectively,

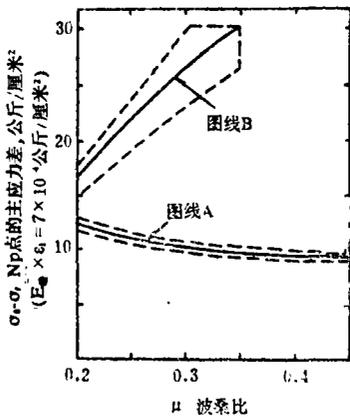


图7 最优点的距离比与应变材料泊松比的关系

Fig. 7 Optimum distance ratio versus Poisson's ratio of the gauge material

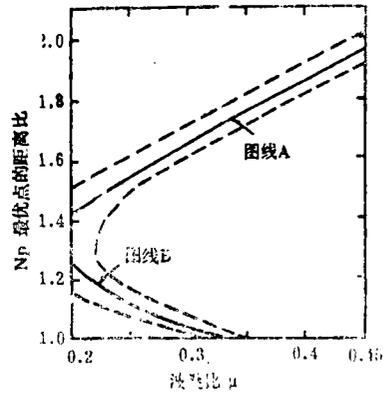


图8 最优点的主应力差与应变材料泊松比的关系

Fig. 8 Principal stress difference at the optimum point versus Poisson's ratio of the gauge material

在受应力作用的岩石中钻一个孔，钻孔周围的应力场就受到扰动。要确定在解除岩芯的端面上的应变与钻孔所在岩体中的应力之间的关系，就必须首先确定钻孔端部的应力值。Hawkes^[1]和Leeman^[3]用实验方法求出了单轴应力下的解。Galle^[4]也曾用冻结应力光弹性技术对此问题做了详细研究。Hawkes的实验结果表明，弹性体孔底的应变值是表面应变值的1.53倍，在非弹性砂岩中，钻孔端面的应变值是表面应变的1.5至1.9倍。

总之，如钻孔的正交平面内两个主应力分量为 σ_x 、 σ_y ，钻孔端面的主应力分量为 σ'_x 和 σ'_y ，则 $\sigma'_x = 1.53\sigma_x$ ， $\sigma'_y = 1.53\sigma_y$ ， $\sigma_x = \frac{\sigma'_x}{1.53} = \frac{E}{(1-\mu^2)} \frac{(\epsilon_x + \mu\epsilon_y)}{1.53}$ ，

$$\sigma_y = \frac{\sigma'_y}{1.53} = \frac{E}{(1-\mu^2)} \frac{(\epsilon_y + \mu\epsilon_x)}{1.53}。$$

其中E和 μ 分别为岩石的杨氏模量和泊松比， ϵ_x 和 ϵ_y 是测出的应变。

四、结 论

根据上述实验结果和理论分析，可以得出如下结论：

1. 光弹性双轴应变计的灵敏度为 $6.45\mu\epsilon$ 。
2. 光弹性双轴应变计确定主应变的方向非常准确，误差可忽略不计。
3. 光弹性双轴应变计的精度可控制在4%以内。

将灵敏度 $6.45\mu\epsilon$ 换算成应力值，则对于花岗岩，其应力值为 4.58kg/cm^2 ，灰岩为 4.25kg/cm^2 ，大理岩为 2.94kg/cm^2 。作为原地应力测量，每平方厘米3—4.6公斤的灵敏度，对目前所测得的每平方厘米几十公斤的地应力量级来说是足够的。用光弹性双轴应变计测量可以准确地给出应力的方向，不受任何因素的影响，这是任何方法都不能相比的。该方法还具有设备简单、经济、容易操作等优点。

(本文1986年9月16日收到)

参 考 文 献

- [1] Hawkes, I. and Moxon, S., The measurement of in-situ rock stress using the photoelastic biaxial gauge with the core-relief technique, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 2, 405-419, 1965.
- [2] Hawkes, I., Theory of the photoelastic biaxial strain gauge *Int. J. Rock Mech.*, Vol. 5, 57-63, 1968.
- [3] Leeman, E. R., Rock Stress Measurements Using the Trepanning Stress-Relieving Technique, *Mine and Quarry Engineering*, PP. 250-255, 1964.
- [4] Galle, E. N., Photoelastic Analysis of the Stresses near the Bottom of a Cylindrical Hole due to Nonsymmetrical Loading, M. Sc. Thesis, Rice Institute, Houston, Texas, April, 1959.
- [5] Timoshenko, S. and Goodier, J. N., *Theory of Elasticity* 2nd edn, chap. 4, P. 80, 1951.

FEASIBLE STUDY ON THE APPLICATION IN THE CRUSTAL STRESS MEASURE OF PHOTO ELASTIC BIAXIAL STRAIN GAUGE

Gao Delu, Guo Shifeng, Li Shugong, Chen Getian, Shao Jin
(*Institute of Earth's Crust Dynamics, SSB*)

Abstract

The authors present the principals, the measuring devices and method of a biaxial photoelastic strain gauge. It has been pointed out that the optimum position of measurement in the strain gauge depends upon the Poisson's ratio of the gauge material only. Within a given positioning tolerance of $\pm 0.25\text{mm}$ for the optimum measuring point, the maximum error of the measured differential principal stress is $\pm 4\%$. Experiments show fringe patterns in the strain gauge with two clear and precisely perpendicular axes of symmetry, which indicate the directions of the principal strain. The biaxial photoelastic strain gauge made of proper materials with an outer diameter of 50mm, an inner diameter of 10mm, and a thickness of 4mm has a sensitivity of $6.45\mu\epsilon$. It provides a means of convenient, economic, and fast in-situ stress measurement.